



# Étude de la rétrodiffusion des surfaces d'eau en bande Ka à faible incidence

Olivier Boisot

## ► To cite this version:

Olivier Boisot. Étude de la rétrodiffusion des surfaces d'eau en bande Ka à faible incidence. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Toulon, 2015. Français. NNT : 2015TOUL0008 . tel-01228432v2

**HAL Id: tel-01228432**

**<https://theses.hal.science/tel-01228432v2>**

Submitted on 5 Oct 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 548 : Mer et Sciences

MIO (UM 110 UTLN/AMU/CNRS-INSU /IRD)

**THÈSE** présentée par :

Olivier BOISOT

soutenue le : **28 septembre 2015**

pour obtenir le grade de Docteur en Physique

Spécialité : Télédétection et Océanographie

---

## Étude de la rétrodiffusion des surfaces d'eau en bande Ka à faible incidence

---

Directeur de thèse : Charles-Antoine GUÉRIN - MIO

Responsable scientifique : Laïba AMAROUCHE - CLS

Responsable scientifique : Jean-Claude LALAURIE - CNES

### Jury

**Mme HAUSER DANIELE,**

**M. GARELLO RENÉ,**

**M. GUÉRIN CHARLES-ANTOINE,**

**Mme AMAROUCHE LAÏBA,**

**M. LALAURIE JEAN-CLAUDE,**

**M. FORGET PHILIPPE,**

**M. FJORTOFT ROGER,**

Directrice de recherches CNRS - LATMOS

Professeur à Télécom Bretagne - Lab-STICC

Professeur à l'Université de Toulon - MIO

Docteur-Ingénieur - CLS

Ingénieur - CNES

Directeur de recherche CNRS - MIO

Ingénieur - CNES

Rapporteur

Rapporteur

Directeur de thèse

Responsable scientifique

Responsable scientifique

Examineur

Examineur



« *À ma Mère...* »

# Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord mon directeur de thèse Charles-Antoine Guérin pour sa disponibilité, son écoute et ses réflexions constructives malgré la distance lors de ma deuxième partie de thèse au sein de CLS à Toulouse.

Je tiens également à remercier ma responsable chez CLS, Laïba Amarouche ainsi que toute l'équipe de la DOS pour leur accueil, et mon responsable au CNES, Jean-Claude Lalaurie ainsi que son équipe. Merci également à eux pour les discussions ayant permis de progresser dans cette thèse malgré les difficultés sur l'orientation des recherches à prendre.

Je remercie également toute l'équipe du laboratoire MIO à Toulon pour leur accueil et leur convivialité, ainsi que les équipes de la soufflerie de Marseille. Merci particulièrement à Frédéric Nouguier avec qui j'ai partagé le bureau au MIO en première partie de thèse pour ses conseils et remarques éclairés.

Je voudrais aussi remercier les rapporteurs, Danièle Hauser et René Garello d'avoir consacré du temps à la lecture de mon manuscrit et leurs remarques pertinentes ayant permis de l'améliorer.

Je remercie tout particulièrement ma famille et mes amis pour m'avoir soutenu et encourager dans cette aventure.

De manière générale, je remercie le CNES de Toulouse, CLS Toulouse ainsi que le laboratoire MIO de Toulon sans qui cette thèse n'aurait pu avoir lieu.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>v</b>
<b>1 Les enjeux scientifiques actuels de l'altimétrie en bande Ka</b>	<b>1</b>
1.1 Les différentes techniques altimétriques radar	2
1.1.1 L'altimétrie Nadir conventionnelle	2
1.1.2 L'altimétrie Nadir delay/Doppler	4
1.1.3 L'altimétrie à large fauchée	4
1.2 Influence d'une surface d'observation mouvante	13
1.2.1 Erreurs sur le processus de synthèse SAR	13
1.2.2 Erreurs d'estimation de la hauteur d'eau	15
<b>2 La télédétection océanique en micro-onde</b>	<b>18</b>
2.1 Description de la surface océanique	19
2.1.1 Généralités	19
2.1.2 Relation de dispersion des vagues de capillarité-gravité	19
2.1.3 Description statistique de la surface	20
2.1.4 Description spectrale de la surface	22
2.2 Modèles de diffusion électromagnétique	26
2.2.1 L'approximation du Plan Tangent	28
2.2.2 L'approximation de l'Optique Géométrique	28
2.2.3 Le modèle deux échelles	29
2.3 Implémentation numérique	29
2.3.1 Implémentation numérique du modèle PO	29
2.3.2 Implémentation numérique du modèle GO	31
<b>3 Le modèle GO4</b>	<b>33</b>
3.1 Contexte	35
3.2 Le modèle GO4	35
3.2.1 Modèle GO4 isotrope	35
3.2.2 La courbure effective	36
3.2.3 Exemples et résultats	38
3.3 Le modèle GO4 directionnel	41
3.3.1 Modèle GO4 anisotrope ou directionnel	41
3.3.2 Modèle GO4 omnidirectionnel	43
3.3.3 Courbure effective directionnelle	43
3.3.4 Exemples de SERN directionnelle	45
3.3.5 Corrections non-gaussiennes	46
3.4 Estimation de paramètres de surface à partir de données expérimentales	48
3.4.1 TRMM	49
3.4.2 SRA	51
3.4.3 Jason 2	52
3.4.4 Synthèse des données	53
3.5 Le modèle GO4 dans la simulation deux-échelles	55

3.6	Conclusions sur le modèle GO4 . . . . .	58
3.A	Annexe - Développement du calcul deux-échelles . . . . .	59
3.A.1	Principe . . . . .	59
3.A.2	Calcul de la modulation par les grandes échelles . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Mesure de spectre et de SERN bande Ka en environnement contrôlé</b>	<b>62</b>
<b>5</b>	<b>Approche temporelle</b>	<b>92</b>
5.1	Temps de corrélation du signal rétrodiffusé . . . . .	93
5.1.1	Expression de l'autocorrélation spatio-temporelle du signal rétrodiffusé . . .	93
5.1.2	Temps de corrélation du signal rétrodiffusé . . . . .	95
5.2	Étude de la phase du signal rétrodiffusé . . . . .	98
5.2.1	Détermination du décalage Doppler des vagues . . . . .	98
5.2.2	Application au spectre de mer d'Elfouhaily et implémentation numérique . .	104
5.3	Application à la synthèse SAR non focalisée . . . . .	107
5.3.1	Critères d'application de la synthèse SAR non focalisée . . . . .	107
5.3.2	Application à la synthèse SAR non focalisée de SWOT . . . . .	110
5.A	Annexe - Implémentation numérique des fonctions de corrélation . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>115</b>
6.1	Synthèse des principaux résultats de ce manuscrit . . . . .	115
6.2	Perspectives . . . . .	116
6.3	Conclusion générale . . . . .	120
	<b>Bibliographie</b>	<b>121</b>
	<b>Communications scientifiques</b>	<b>127</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>140</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>144</b>

# Introduction

La télédétection océanique a beaucoup évolué ces dernières décennies, notamment grâce aux missions altimétriques spatiales, dont l'objectif principal est d'observer et d'estimer la hauteur d'eau de la mer par rapport à l'ellipsoïde terrestre de référence. Les techniques de mesures altimétriques ont connu une forte évolution : de l'altimétrie à visée Nadir, se basant sur le temps aller-retour du signal électromagnétique pour la détermination de la hauteur d'eau, à l'altimétrie large fauchée, pour laquelle deux radars imageurs (SAR<sup>1</sup>) sont placés en configuration interférométrique permettant ainsi de générer des cartes de surface auxquelles est associée la mesure de hauteur. La première méthode a déjà été largement exploitée en télédétection spatiale (TOPEX, JASON, ...) et la seconde est en cours de développement et devrait débiter à l'horizon 2020 (SWOT).

L'évolution récente de la technologie a rendu possible l'utilisation de la bande Ka (~ 36 GHz) dans les missions altimétriques. L'utilisation de cette bande de fréquence présente plusieurs avantages. En effet, l'utilisation de cette bande micro-onde permet la réduction de la taille des systèmes radar embarqués, point crucial dans les missions satellitaires. De plus, le passage de la bande Ku à la bande Ka permet d'améliorer la résolution et la précision des mesures altimétriques, en permettant d'augmenter la fréquence de répétition des impulsions (de 2 kHz en bande Ku à 4 kHz en bande Ka) et en diminuant les temps de corrélations des signaux radar diffusés, permettant ainsi de moyenner plus d'images dont le temps entre acquisitions est plus court. Cette bande de fréquence a déjà été employée dans la mission altimétrique franco-indienne en bande Ka : AltiKa. Cependant, la physique décrivant l'interaction à l'interface air-mer et les mécanismes de diffusions à de si petites longueurs d'ondes électromagnétiques (~ 8,3 mm) est assez différente de celle considérée dans les modèles à ce jour. La simulation et l'interprétation de la rétrodiffusion des surfaces d'eau océaniques ou continentales en bande Ka nécessite une connaissance approfondie des mécanismes de rétrodiffusion.

Cette thèse s'inscrit dans le contexte de la mission spatiale SWOT<sup>2</sup>, dont l'objectif principal est d'apporter une couverture spatiale globale des mesures grâce à la large fauchée (fauchée au sol de 120 km, pas d'inter-trace en comparaison à l'inter-trace d'un altimètre Nadir de quelques centaines de kilomètres, voir la figure 1), la haute résolution grâce à la synthèse d'ouverture, et d'améliorer la précision des mesures de hauteurs altimétriques des surfaces d'eau grâce à l'interférométrie. L'instrument principal de cette mission, KaRIn<sup>3</sup>, est un SAR interférométrique à faible incidence en bande Ka et possède deux modes de fonctionnement, un mode océanographie spécifique à l'altimétrie sur océans permettant une précision de hauteur altimétrique de l'ordre du centimètre sur une surface d'1 km<sup>2</sup> et un mode hydrologie propre à l'étude des surfaces d'eau continentales dont la précision sur la hauteur altimétrique espérée est de l'ordre de la dizaine de centimètres (après moyennage sur 1 km<sup>2</sup>) pour des lacs de dimensions supérieures à 250x250 m<sup>2</sup> et des rivières de largeurs supérieures à 100 m.

---

1. SAR pour Synthetic Aperture Radar, Radar à Synthèse d'Ouverture en français.

2. SWOT : Surface Water Ocean Topography.

3. KaRIn : Ka Radar Interferometer.



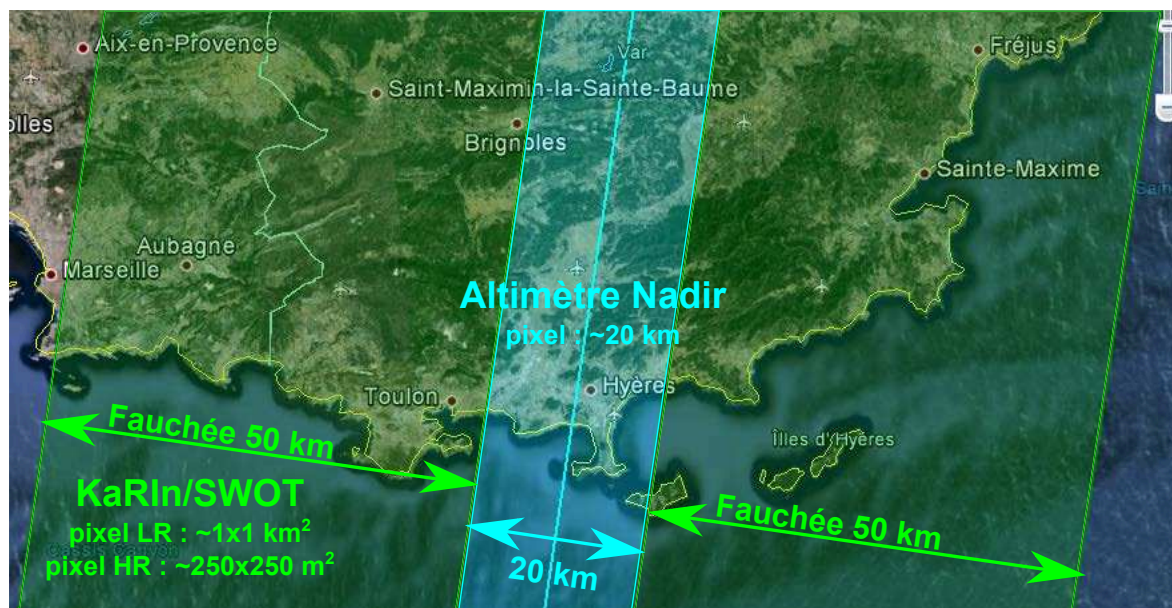


FIGURE 1 – Illustration de la fauchée sol de SWOT.

Il existe dans la littérature beaucoup d'études concernant la modélisation de la diffusion par les surfaces d'eau dans les bandes micro-ondes C, X et Ku, mais peu sur la bande Ka. Des mesures expérimentales en bassin ont établi le rôle dominant des vagues capillaires dans le processus de diffusion et sa dépendance à la friction due au vent (Keller et al. [1995]; Plant et al. [1999, 2004]). Il existe un besoin spécifique de développer et de vérifier les modèles de diffusion des surfaces d'eau prenant en compte la description statistique de la surface d'eau pour ces petites échelles. À part le modèle de spectre développé par Kudryavtsev et al. [2003a,b] il n'existe pas d'autres études permettant de caractériser la représentation statistique des surfaces d'eau prenant en compte proprement la génération des vagues capillaires et leurs interactions non-linéaires avec les vagues de gravités courtes. De plus, pour les besoins de la calibration des instruments comme celui embarqué sur SWOT, il est essentiel d'évaluer les niveaux absolus de la rétrodiffusion dans cette bande de fréquence.

L'observation des surfaces d'eau présente une autre difficulté principale pour l'altimétrie à large fauchée. En effet, les surfaces observées bougent au cours du temps, et donc entre les différentes acquisitions radars et interférométriques. La connaissance de l'influence du mouvement des surfaces d'eau est donc essentielle à l'évaluation des performances et des erreurs dans un système SAR interférométrique comme SWOT.

Cette thèse a avant tout une portée générale sur la rétrodiffusion en bande Ka par les surfaces d'eau et apporte des résultats principalement en modélisation. Dans le contexte de la mission spatiale SWOT et des besoins énoncés précédemment, trois principales directions ont été envisagées, à savoir :

- Le développement d'un modèle de rétrodiffusion simple et performant, appelé GO4, combinant simplicité du modèle de l'Optique Géométrique et la précision du modèle de référence aux faibles incidences de l'Optique Physique.
- La mesure, la vérification et la validation des modèles de rétrodiffusion à faibles incidences à travers l'étude de données enregistrées lors d'une campagne de mesure en bande Ka à la grande soufflerie de Marseille-Luminy.
- L'étude de l'évolution temporelle du signal rétrodiffusé, du décalage Doppler dû aux mouvements des vagues et son impact sur le processus de synthèse SAR.

Cette thèse, cofinancée par le CNES<sup>4</sup> et CLS<sup>5</sup> Toulouse, en collaboration avec le laboratoire MIO<sup>6</sup> de Toulon, s'est déroulée en deux temps. La première moitié de la thèse s'est passée au sein de l'équipe du MIO à Toulon où ont été développés principalement les aspects modèles et rétrodiffusion des surfaces d'eau à faibles incidences. La deuxième moitié de la thèse s'est déroulée au sein de l'équipe altimétrie chez CLS à Toulouse, où les aspects temporels du signal rétrodiffusé, SAR et interférométrie ont été étudiés dans le contexte de la mission SWOT.

Le plan de ce manuscrit suit la progression chronologique de la thèse.

Le chapitre 1 énonce les grands principes de l'altimétrie conventionnelle et développe de manière plus détaillée les principes de l'altimétrie large fauchée. Une description de la mission SWOT et des sources d'erreurs provenant du mouvement de la surface d'eau est également présentée.

Le chapitre 2 présente l'état de l'art en modélisation de la rétrodiffusion par les surfaces d'eau à faibles incidences, les principaux spectres utilisés ainsi que les modèles de rétrodiffusion de référence à faibles incidences.

Le chapitre 3 introduit un modèle de rétrodiffusion novateur appelé modèle GO4 conservant la simplicité analytique du modèle classique de l'Optique Géométrique tout en conservant la précision du modèle de référence de l'Optique Physique. Une application pour l'inversion de paramètres statistiques à partir de mesures de rétrodiffusion est également présentée.

Le chapitre 4 présente la campagne de mesures de spectres de hauteurs d'eau ainsi que de rétrodiffusion en environnement contrôlé à la grande soufflerie de Marseille-Luminy ainsi que l'étude de ces données.

Le chapitre 5 étudie l'évolution temporelle du signal rétrodiffusé et introduit le temps de corrélation du signal rétrodiffusé ainsi que la distribution de la dérivée temporelle de la phase de diffusion permettant d'accéder au décalage Doppler induit par le mouvement des vagues. Les résultats de ce chapitre étant récents, une application simple de ces résultats à la synthèse SAR dans le contexte de SWOT est présentée.

Finalement, le chapitre 6 apporte une conclusion générale à ce manuscrit et développe des perspectives d'intégration des différents résultats énoncés dans ce manuscrit à la simulation deux-échelles.

---

4. CNES : Centre National d'Études Spatiales.

5. CLS : Collecte Localisation Satellite.

6. MIO : Institut Méditerranéen d'Océanologie.



# Chapitre 1

## Les enjeux scientifiques actuels de l'altimétrie en bande Ka

### Sommaire

---

<b>1.1 Les différentes techniques altimétriques radar</b> . . . . .	<b>2</b>
1.1.1 L'altimétrie Nadir conventionnelle . . . . .	2
1.1.2 L'altimétrie Nadir delay/Doppler . . . . .	4
1.1.3 L'altimétrie à large fauchée . . . . .	4
1.1.3.1 Le radar imageur . . . . .	5
1.1.3.2 Le radar à synthèse d'ouverture . . . . .	7
1.1.3.3 Le SAR interférométrique . . . . .	9
1.1.3.4 La mission SWOT . . . . .	11
<b>1.2 Influence d'une surface d'observation mouvante</b> . . . . .	<b>13</b>
1.2.1 Erreurs sur le processus de synthèse SAR . . . . .	13
1.2.2 Erreurs d'estimation de la hauteur d'eau . . . . .	15

---

## 1.1 Les différentes techniques altimétriques radar

Dans cette partie nous présentons les différentes techniques de mesures altimétriques, dont l'objectif principal est la mesure de la hauteur d'eau par rapport à l'ellipsoïde terrestre. Nous présentons dans un premier temps le principe de l'altimétrie Nadir conventionnelle et son évolution à l'altimétrie Nadir delay/Doppler, puis nous présentons le concept de l'altimétrie large fauchée qui se base sur la combinaison du radar à synthèse d'ouverture et de l'interférométrie. Finalement, nous introduisons la mission spatiale SWOT avec ses objectifs et caractéristiques.

### 1.1.1 L'altimétrie Nadir conventionnelle

La mesure altimétrique a pour but d'estimer la hauteur d'eau de la surface (SSH<sup>1</sup>) par rapport à l'ellipsoïde terrestre de référence. Le principe de l'altimétrie Nadir conventionnelle est basé sur la mesure du temps d'aller-retour du signal radar rétrodiffusé par la surface d'eau (figure 1.1).

Comme pour la plupart des radars embarqués sur satellite, la fréquence électromagnétique utilisée se situe dans la gamme des micro-ondes. Les fréquences utilisées classiquement à ce jour par les altimètres radars sont les bandes C (~1 GHz), Ku (~15 GHz) et plus récemment la bande Ka (~36 GHz).

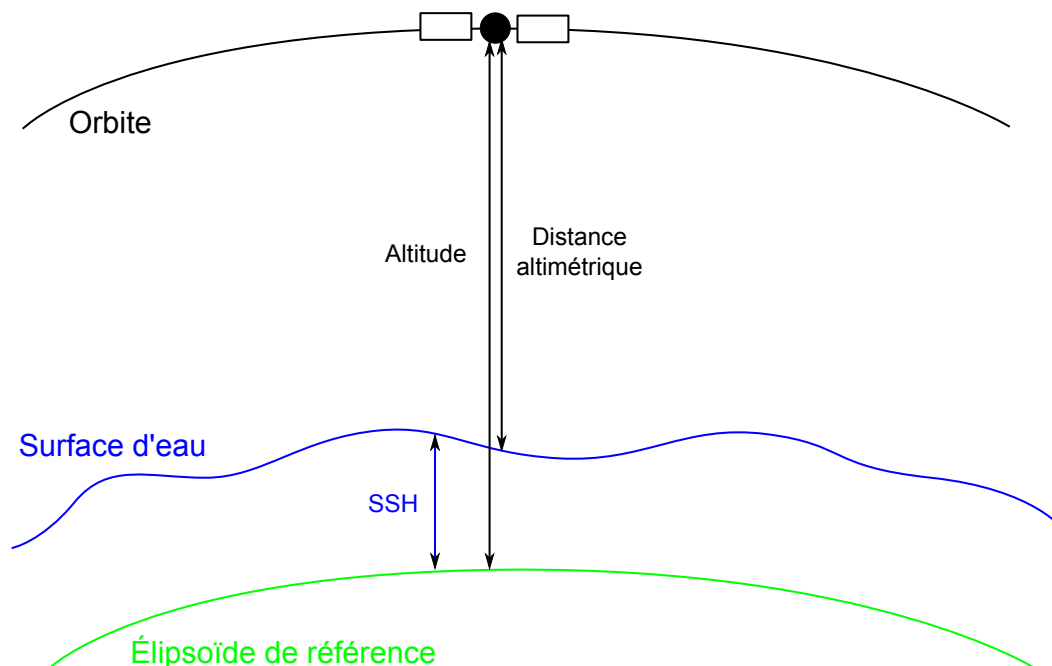


FIGURE 1.1 – Principe de l'altimétrie conventionnelle.

Le radar émet une onde électromagnétique pendant une certaine durée  $\tau_d$ , appelée durée de l'impulsion. L'interaction de l'onde émise avec la surface d'eau suit alors différentes étapes et l'onde diffusée forme alors l'écho altimétrique (voir figure 1.2).

Dans un premier temps, l'onde émise est réfléchié spéculairement par les pics des vagues les plus hautes. L'onde atteint les creux des vagues sans pénétrer l'eau en même temps qu'elle pénètre le haut des vagues. Cette partie de l'onde réfléchié forme le front de montée de l'écho altimétrique, et permet d'estimer la hauteur significative des vagues  $H_s$  (SWH<sup>2</sup>). La hauteur significative se définit comme la moyenne des hauteurs d'eau, des pics aux creux, du tiers des vagues les plus hautes (nous en reparlerons le cas échéant) et sert à caractériser l'"état de mer".

Une fois le creux des vagues atteint, l'illumination prend la forme d'un anneau d'aire constante et

1. SSH pour Sea Surface Height

2. SWH pour Surface Wave Height, acronyme anglais

forme le plateau de l'écho altimétrique. L'atténuation due au gain de l'antenne provoque une atténuation dans la puissance de l'écho retour et forme le front descendant. L'écho altimétrique forme alors ce que l'on appelle l'écho de Brown (Brown [1977]), comme représenté sur la figure 1.2.

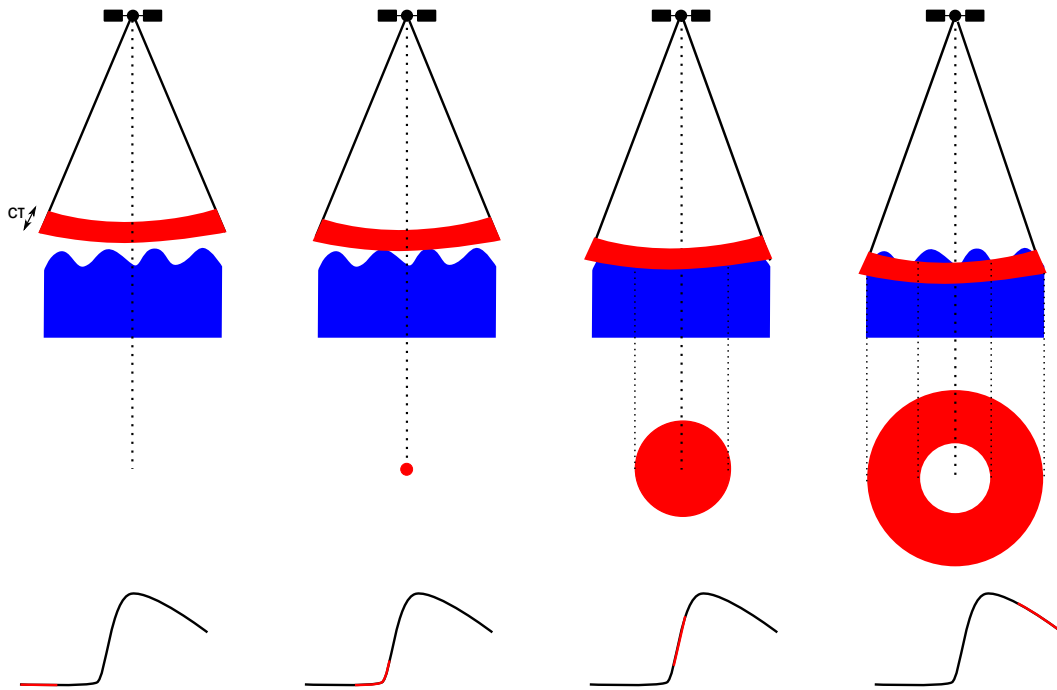


FIGURE 1.2 – Formation de l'écho altimétrique dû à l'interaction entre l'onde électromagnétique et la surface d'eau.

Un certain nombre de paramètres physiques peuvent alors être extraits de cette forme d'onde altimétrique, à savoir :

- $\tau$ , appelé époque du signal, est le temps à mi-hauteur de la forme d'onde. Il représente le temps d'aller-retour du satellite à la hauteur moyenne de la surface d'eau étudiée et permet l'estimation du SSH.
- $H_s$ , la hauteur significative des vagues, proportionnelle à la pente du front montant de l'onde.
- $\sigma^0$ , le coefficient de rétrodiffusion, correspond à la puissance rétrodiffusée par une surface rugueuse normalisée par la taille de la surface. Cette valeur dépend de la rugosité de la surface étudiée, de la longueur d'onde électromagnétique ainsi que des angles de visées, et fait partie d'une bonne partie de l'étude menée dans ce manuscrit.
- Le niveau de bruit. Principalement le bruit thermique dû aux instruments.
- L'angle de dépointage de l'antenne. Cette valeur se retrouve grâce à la pente du plateau du front descendant.

L'ensemble des paramètres physiques que l'on peut extraire sur la forme d'onde altimétrique est reporté sur la figure 1.3.

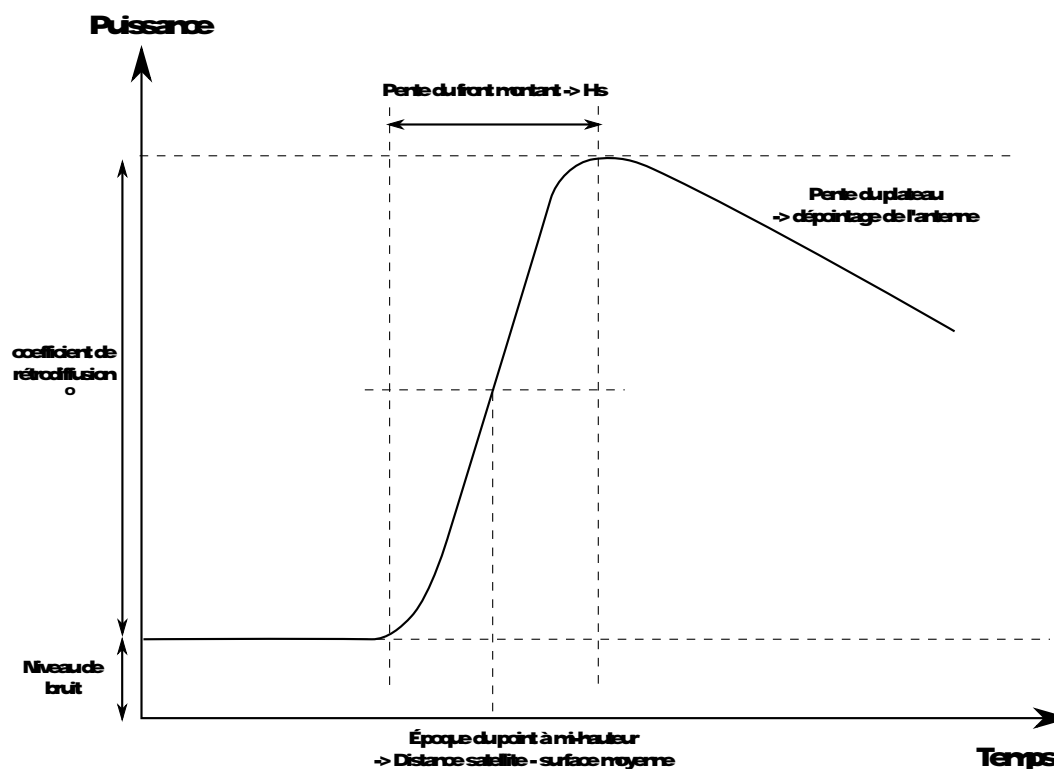


FIGURE 1.3 – Formation de l'écho altimétrique dû à l'interaction entre l'onde électromagnétique et la surface d'eau.

### 1.1.2 L'altimétrie Nadir delay/Doppler

L'altimètre Doppler se base sur un principe similaire au traitement SAR des radars imageurs. La taille de l'antenne embarquée étant petite, elle possède une mauvaise résolution. Le radar à synthèse d'ouverture permet de recréer une antenne dite "synthétique" en augmentant de manière artificielle sa taille dans la direction de déplacement du satellite, assurant ainsi une meilleure résolution du système dans cette dimension. Cette technique permet également de différencier, grâce au traitement Doppler, les pixels radar entre eux au sein de la fauchée. À la différence des SAR classiques à visée latérale, l'altimètre Doppler fonctionne toujours pour des angles de visées Nadir, ce qui introduit une ambiguïté quant à la différenciation de l'origine du signal retour entre la partie droite et gauche de la fauchée. À la différence de l'altimétrie Nadir conventionnelle, la fréquence de répétition des impulsions (PRF<sup>3</sup>) est très grande pour bien échantillonner la bande Doppler relative à une petite antenne. Un traitement SAR est alors appliqué aux échos retour permettant d'améliorer la résolution dans la direction azimut, par exemple, une résolution de l'ordre de la centaine de mètre contre 10 km en altimétrie conventionnelle. Le concept d'altimétrie Nadir Doppler permet donc d'améliorer la résolution au sol par rapport à l'altimétrie conventionnelle, mais présente également un fort intérêt pour les zones de transitions, c'est-à-dire, des surfaces comme les lacs, les fleuves, ou encore les côtes. Nous aborderons plus en détails le principe du SAR dans le paragraphe suivant.

### 1.1.3 L'altimétrie à large fauchée

Le concept de l'altimétrie large fauchée (Li and Goldstein [1990]; Rodriguez and Martin [1992]; Rosen et al. [2000]) utilise un instrument interférométrique légèrement dépointé de la visée Nadir avec un traitement SAR dans la direction azimut. Contrairement aux radars imageurs qui utilisent souvent l'interférométrie multipasses (plusieurs survols successifs d'une même zone sont effectués, comme par exemple les satellites ERS-1 et ERS-2), l'altimétrie interférométrique exige une

3. PRF pour Pulse Repetition Frequency.

configuration monopasse pour faire face à la variabilité de la surface océanique. Les acquisitions sont faites par deux antennes portées par la même plateforme qui forme alors la base interférométrique. Nous développons ici les principes de base, dans un premier temps du SAR et ensuite de l'interférométrie radar. Nous faisons des liens avec la mission SWOT le cas échéant. Les différents principes énoncés dans ce paragraphe sont inspiré du livre de [Massonnet and Souyris \[2008\]](#).

### 1.1.3.1 Le radar imageur

Le radar à ouverture réelle (RAR<sup>4</sup>) permet d'imager une surface éclairée. Le fonctionnement d'un radar est différent d'un instrument optique (à l'exception des LIDAR<sup>5</sup>) car il fait de la discrimination de cibles en distance et non angulaire. En effet, un radar va mesurer un temps de trajet de l'onde électromagnétique émise, c'est la vision distance du radar (range vision). L'image obtenue par un radar imageur dépend du déplacement du porteur de l'antenne, qui vise latéralement par rapport au sens de déplacement (appelé direction cross-track<sup>6</sup>). Le radar émet des impulsions, chaque impulsion éclaire une bande de surface que l'on souhaite aussi petite que possible. La fauchée, qui définit les dimensions de l'image, est déterminée par les distances Near Range (NR, distance proche) et Far Range (FR, distance lointaine). Les caractéristiques du RAR sont illustrées sur la figure 1.4 suivante où  $L$  correspond à la longueur de l'antenne dans la direction azimuth (aussi appelée direction along-track<sup>7</sup>),  $V_{sat}$  est la vitesse de déplacement du satellite sur son orbite,  $r_{az}$  est la résolution dans la direction azimuth du RAR.

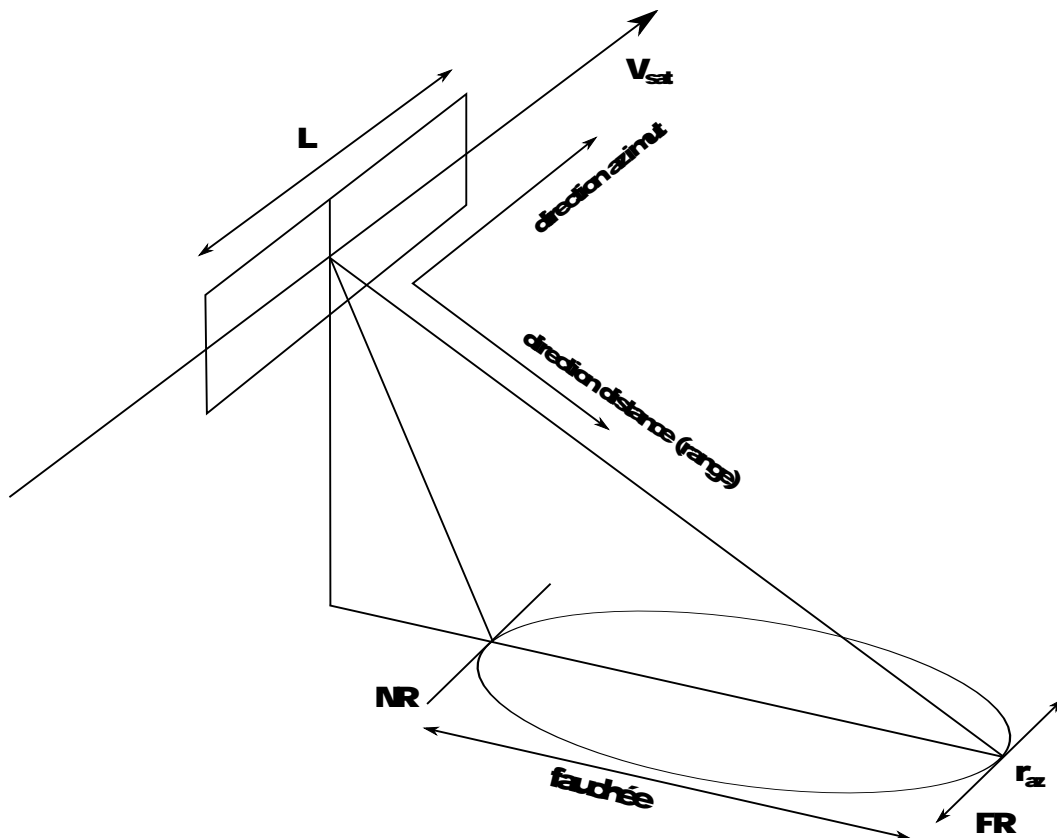


FIGURE 1.4 – Caractéristiques d'un radar à ouverture réelle.

Un radar est défini par ses caractéristiques fréquentielles, à savoir, ses 3 fréquences fondamentales :

4. RAR pour Real Aperture Radar, acronyme anglais.
5. LIDAR pour Light Detection And Ranging, acronyme anglais.
6. cross-track signifie dans le sens perpendiculaire au sens de déplacement du satellite.
7. along-track signifie dans le sens de déplacement du satellite.



- La fréquence porteuse  $f_0$ , c'est la fréquence de l'oscillateur de l'instrument, également appelée fréquence électromagnétique du radar. Cette fréquence est liée à la longueur d'onde électromagnétique par la relation :  $\lambda_0 = c / f_0$ , où  $c$  est la vitesse de la lumière.
- La fréquence d'échantillonnage en distance  $f_d$ , définit le temps de l'impulsion du radar, elle est liée à la durée de l'impulsion par la relation :  $\tau_d = 1 / f_d$ . Cette fréquence permet de définir la résolution distance du radar qui s'exprime, en prenant compte du trajet aller-retour du radar :

$$r_d = \frac{c}{2f_d} = \frac{c\tau_d}{2} \quad (1.1)$$

Cette fréquence définit également la taille d'un pixel dans la dimension range :  $p_d = r_d = c / (2f_d)$ . Dans le cas d'un radar regardant sur le côté avec un angle d'incidence  $\theta$  par rapport à la verticale, la taille d'un pixel projeté au sol est (voir figure 1.5) :

$$p_g = \frac{c}{2f_d \sin \theta} = \frac{p_d}{\sin \theta} \quad (1.2)$$

Cette fréquence  $f_d$  doit être légèrement plus grande que la largeur de bande de la modulation d'impulsion  $B_d$  afin de satisfaire les conditions d'échantillonnage de Shannon. En effet, le signal émis est modulé en fréquence (chirp) afin de simuler, par compression d'impulsion, une impulsion très courte et puissante (ce qui est, sans la compression d'impulsion, technologiquement très difficile à réaliser). Nous ne développons pas plus cette technique bien connue de la compression d'impulsion.

- La fréquence de répétition des impulsions (PRF)  $f_a$ , définit l'intervalle de temps de répétition des impulsions du radar et définit également la taille du pixel azimuth :

$$p_a = \frac{V_{sat}}{f_a} \quad (1.3)$$

où  $V_{sat}$  est la vitesse du satellite.

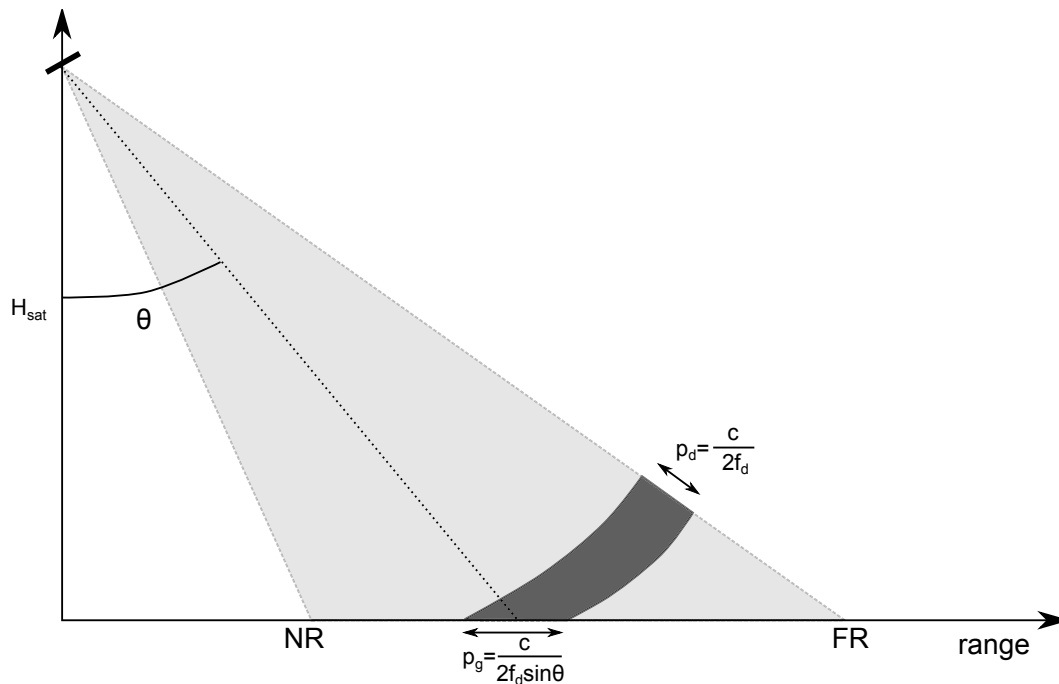


FIGURE 1.5 – Représentation de la taille d'un pixel distance.

### 1.1.3.2 Le radar à synthèse d'ouverture

La résolution azimuth intrinsèque du RAR dépend de la taille de l'antenne dans la dimension azimuth. De manière classique, la résolution azimuth est inversement proportionnelle à la taille de l'antenne. Plus l'antenne est grande, plus la résolution sera bonne. Néanmoins, pour des missions satellitaires, la taille des antennes embarquées est souvent petite et confère alors une résolution intrinsèque au RAR en azimuth médiocre. En effet, la résolution azimuth du RAR est :

$$r_{az} \simeq R_0 \theta_{3dB} = 0,88 \frac{\lambda_0}{L} R_0 \simeq \frac{\lambda_0}{L} R_0 \quad (1.4)$$

où  $\theta_{3dB}$  est l'angle d'ouverture d'antenne à -3 dB dans la direction azimuth et  $R_0$  la plus petite distance radar - surface. Cette valeur est généralement de l'ordre de plusieurs kilomètres.

L'objectif de la synthèse d'ouverture est de créer artificiellement une antenne de plus grande dimension dans la direction azimuth en se servant du déplacement du porteur et de la cohérence des signaux.

Entre deux impulsions, le radar se déplace à la vitesse du satellite  $V_{sat}$ . L'angle d'ouverture d'antenne intrinsèque au RAR est suffisamment grand pour qu'une même partie de la surface soit éclairée par plusieurs impulsions radar pendant un temps dit d'illumination  $T_{ill}$ . L'information de cette surface se retrouve donc dans plusieurs échos radar successifs, en soustrayant la contribution des autres cibles, il est alors possible de créer une antenne réseau synthétique, dont la longueur est proportionnelle au temps d'illumination et à la vitesse du satellite :  $L_{ill} = T_{ill} V_{sat}$  comme l'illustre la figure 1.6.

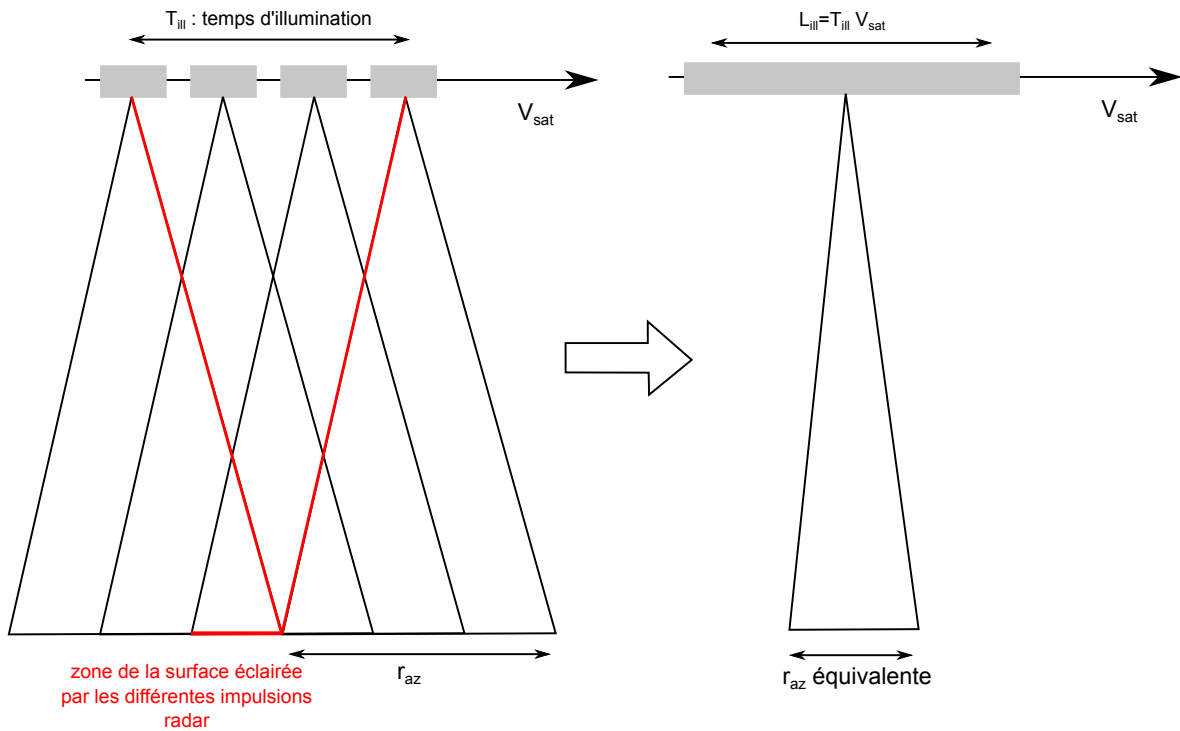


FIGURE 1.6 – Principe de la synthèse d'ouverture.

Le temps d'illumination vaut, en reprenant l'approximation (1.4) :

$$T_{ill} = \frac{R_0 \theta_{3dB}}{V_{sat}} \simeq \frac{\lambda_0 R_0}{L V_{sat}} \quad (1.5)$$

Intéressons nous maintenant à la formulation géométrique de l'ouverture de synthèse. Nous nous plaçons dans la configuration de la figure 1.7, sur un axe parallèle à la trace au sol du satellite. Le fonctionnement d'un SAR se fait toujours en relatif dans la fauchée, c'est-à-dire par rapport à

un point de référence, car il n'y a pas de référence absolue existante. Nous prenons comme point de référence le point A, qui correspond à une distance  $R_0$  du satellite à la surface la plus courte le long de la fauchée azimut observée.

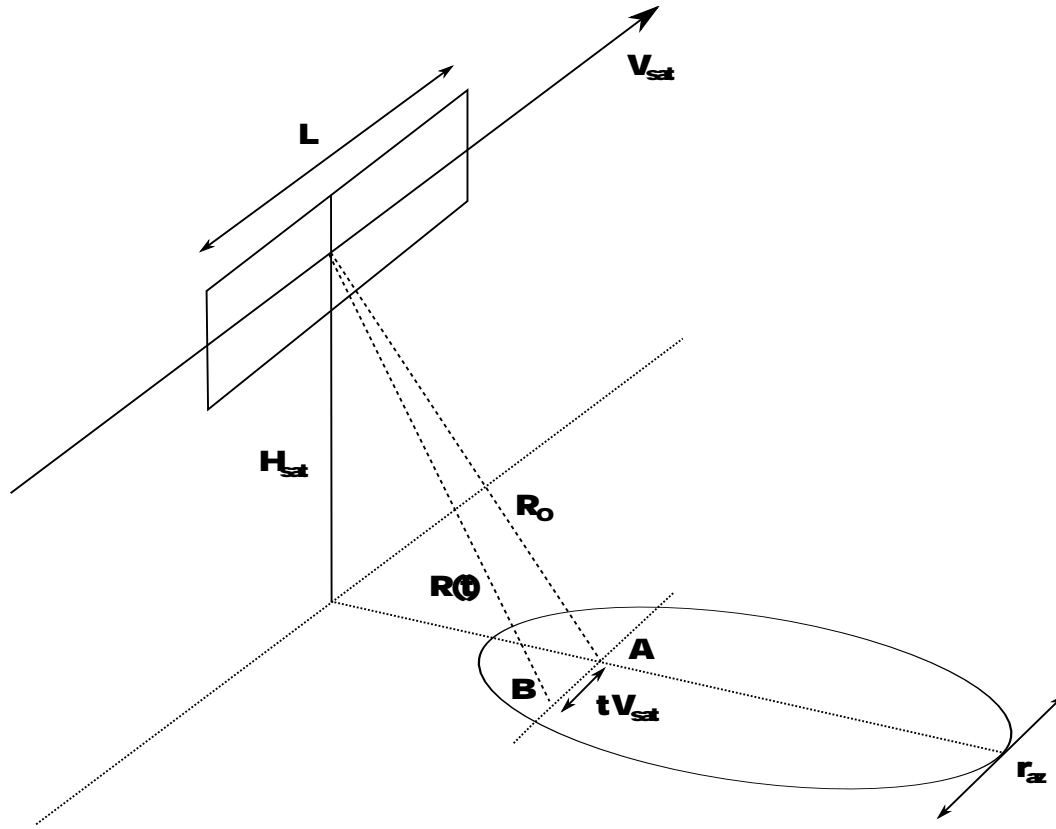


FIGURE 1.7 – Géométrie de la synthèse SAR.

L'expression de la distance satellite - surface en fonction du temps  $t$  est alors :

$$R(t) = \sqrt{R_0^2 + V_{sat}^2 t^2} \quad (1.6)$$

En général, nous pouvons faire l'approximation :  $R_0 \gg V_{sat} t$ . L'équation 1.6 s'écrit donc, grâce à un développement de Taylor :

$$R(t) \simeq R_0 \left( 1 + \frac{V_{sat}^2 t^2}{2R_0^2} + \dots \right) \quad (1.7)$$

Ce qui se traduit, en terme de variation de distance et en considérant le trajet aller-retour du signal radar, par :

$$\Delta R(t) = R(t) - R_0 \simeq \frac{V_{sat}^2 t^2}{R_0} \quad (1.8)$$

La distribution de la phase géométrique au sein d'une fauchée azimut s'écrit donc :

$$\Delta \phi(t) \simeq 2\pi \frac{V_{sat}^2 t^2}{\lambda_0 R_0} \quad (1.9)$$

La distribution de la phase est parabolique, elle permet de remplacer les pixels azimuts les uns par rapport aux autres en compensant l'écho radar complexe temporel par l'expression de la phase (1.9). D'une manière pratique, cette étape est généralement traitée dans le domaine fréquentiel. La fréquence d'un phénomène périodique est donnée par le nombre de cycles de phase par seconde. L'expression fréquentielle présente plusieurs avantages à la fois théoriques et pratiques. Les phénomènes physiques sont généralement plus facilement mesurés dans le domaine

fréquentiel. L'avantage pratique principal est l'efficacité des temps de calcul. En effet, grâce aux propriétés de la transformée de fourier rapide (FFT<sup>8</sup>), les calculs sur de grandes surfaces sont alors allégés et les produits de convolutions entre signaux deviennent des produits simples. La fréquence s'écrit à partir de la phase :

$$f = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad (1.10)$$

À partir des équations (1.9) et (1.10), le passage temps - fréquence se fait par la relation :

$$f(t) = -\frac{2V_{sat}^2 t}{\lambda_0 R_0} \quad (1.11)$$

L'équation (1.11) montre que la fréquence instantanée est alors proportionnelle au temps, et que l'étendue de la fréquence (que l'on appelle la bande Doppler  $B_{dop}$ ) est proportionnelle au temps d'illumination de la surface considérée  $T_{ill}$  :

$$B_{dop} = \frac{2V_{sat}^2 T_{ill}}{\lambda_0 R_0} \simeq \frac{2V_{sat}}{L} \quad (1.12)$$

La résolution azimuth de la synthèse SAR est proportionnelle à la vitesse du satellite sur la bande Doppler :

$$r_{az} = \frac{V_{sat}}{B_{dop}} = \frac{\lambda_0 R_0}{2V_{sat} T_{ill}} \simeq \frac{L}{2} \quad (1.13)$$

Nous obtenons un résultat étonnant, en effet, plus l'antenne est petite plus la résolution azimuth est fine ! Nous avons ici l'effet inverse de ce que l'on connaît classiquement sur la résolution d'une antenne. De plus, nous constatons que la résolution ne dépend pas de la distance satellite - surface ( $R$ ). La distribution de la phase (1.9) s'exprime dans le domaine fréquentiel :

$$\Delta\phi(f) = \pi \frac{\lambda_0 R_0}{2V_{sat}^2} f^2 \quad (1.14)$$

Le signal reçu doit donc être multiplié par la fonction réplique (le complexe conjugué) dans le domaine fréquentiel afin de corriger les erreurs en azimuth dues à la distribution de la phase.

### 1.1.3.3 Le SAR interférométrique

Le SAR conventionnel permet de mesurer la position d'une cible dans un plan (range, azimuth). Le développement de l'interférométrie SAR (InSAR<sup>9</sup>, voir [Li and Goldstein \[1990\]](#); [Rodriguez and Martin \[1992\]](#); [Rosen et al. \[2000\]](#)) a permis de mesurer la troisième dimension, qui n'est autre que la hauteur. Cette technique est particulièrement bien adaptée aux missions topographiques, ce qui est le cas de la mission SWOT.

Le principe de l'interférométrie radar est assez simple. Deux images radar observées à partir de deux antennes voisines ont des délais de propagation de leurs signaux presque identiques mais des phases différentes. En interférométrie, le signal complexe de la première image est multiplié par le conjugué du signal de la deuxième image (après co-registation des deux images), cela correspond simplement à une différence de phase des deux signaux. La contribution inconnue des cibles élémentaires à l'intérieur de la cellule de résolution est éliminée dans le calcul de la phase différentielle. La phase différentielle est alors proportionnelle au délai de propagation de la phase entre les deux images. Cette opération consiste à former un interférogramme.

Considérons maintenant la géométrie du système interférométrique, comme illustré sur la figure 1.8 où :

- $H_{sat}$  est l'altitude du satellite par rapport au plan moyen de la surface d'eau
- $\eta$  est la variation de la hauteur d'eau autour du plan moyen au point considéré

8. FFT pour Fast Fourier Transform, acronyme anglais.

9. InSAR pour Interferometric SAR, acronyme anglais.

- $\theta$  est l'angle de visée en incidence par rapport à la verticale de l'antenne S1
- $R_1$ , respectivement  $R_2$ , est la distance de l'antenne S1, respectivement S2, au point considéré
- B est la distance du mât qui sépare les deux antennes (Baseline en anglais)

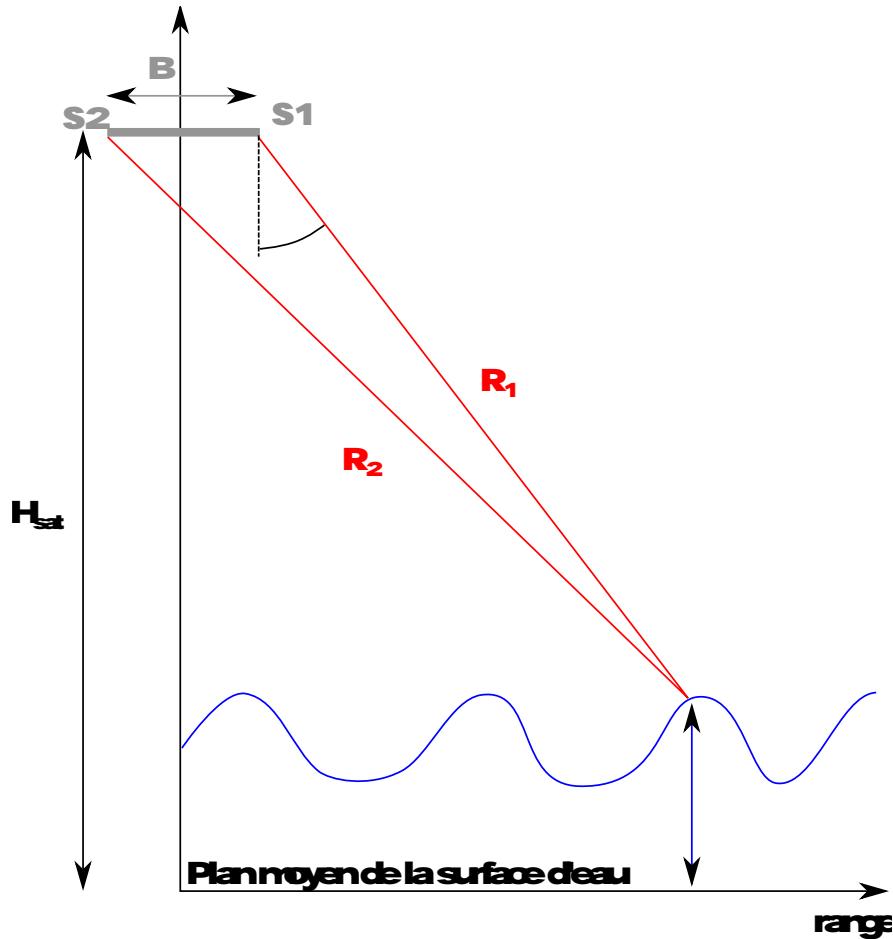


FIGURE 1.8 – Géométrie de l'interférométrie radar.

Le délai entre les deux phases des deux signaux complexes  $s_1$  et  $s_2$  associés, respectivement aux antennes S1 et S2, se rapporte alors à une différence de chemin entre les deux antennes :

$$\Delta R = R_2 - R_1 \quad (1.15)$$

Il existe deux modes de fonctionnement d'un système interférométrique :

- le mode dit "standard", ou encore appelé "non ping-pong", est un mode de fonctionnement où une antenne émet (par exemple S1) et les deux antennes reçoivent le signal diffusé (S1 et S2).
- le mode dit "ping-pong" dans lequel chaque antenne émet et reçoit alternativement les signaux radars.

En mode "standard", la phase interférométrique, ou phase différentielle s'exprime :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (R_2 - R_1) \quad (1.16)$$

alors qu'en mode "ping-pong" celle-ci s'exprime :

$$\Phi = \frac{4\pi}{\lambda_0} (R_2 - R_1) \quad (1.17)$$

La mesure que l'on cherche à obtenir est ici l'élévation de la surface d'eau  $\eta$  par rapport à son plan moyen. Le théorème d'Al-Kashi appliqué au triangle formé par les deux antennes et le point de la surface observé donne :

$$R_2^2 = R_1^2 + B^2 - 2R_1B \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \quad (1.18)$$

En se rappelant de l'expression de la phase interférométrique en mode "standard" (1.16) et en la combinant avec (1.18), l'expression de l'angle  $\theta$  est donc :

$$\theta = \arcsin \left[ \frac{\lambda_0 \Phi}{2\pi B} \left( 1 + \frac{\lambda_0 \Phi}{4\pi R_1} \right) + \frac{B}{2R_1} \right] \quad (1.19)$$

Sachant que la variation de la hauteur d'eau  $\eta$  s'exprime :

$$\eta = H_{sat} - R_1 \cos(\theta) \quad (1.20)$$

En combinant (1.19) et (1.20), l'expression de la variation de la hauteur d'eau  $\eta$  en fonction de la phase interférométrique et des considérations géométriques du système interférométrique est :

$$\eta = H_{sat} - R_1 \left\{ 1 - \left[ \frac{\lambda_0 \Phi}{2\pi B} \left( 1 + \frac{\lambda_0 \Phi}{4\pi R_1} \right) + \frac{B}{2R_1} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (1.21)$$

La mesure de la phase interférométrique permet d'évaluer précisément la variation de la hauteur d'eau  $\eta$ .

#### 1.1.3.4 La mission SWOT

Le projet SWOT : Surface Water Ocean Topography est un projet en collaboration entre le laboratoire JPL<sup>10</sup> de la NASA<sup>11</sup> et le CNES<sup>12</sup> (Lee-Lueng et al. [Mission Science Document]). C'est une mission altimétrique innovante dont l'instrument principal KaRIn, Ka Radar Interferometer, est un SAR interférométrique à faible incidence en bande Ka. L'interféromètre devrait fonctionner en mode "standard" ("non ping-pong"). L'objectif principal de cette mission est d'améliorer la couverture spatio-temporelle des mesures altimétriques océaniques mais aussi d'étendre les mesures altimétriques à l'hydrologie continentale (lacs, rivières, etc...).

L'instrument KaRIn a deux modes de fonctionnement :

- Un mode **océanographie**, ou encore mode **LR** (Low Rate), spécifique à la mesure altimétrique sur océans permettant une précision de hauteur altimétrique de 1 à 2 cm sur une surface d'1 km<sup>2</sup>.
- Un mode **hydrologie**, ou encore mode **HR** (High Rate), spécifique à la mesure altimétrique hydrologique, pour la surveillance des réserves d'eau douce de la planète. La précision espérée est de l'ordre de 11 cm (après moyennage sur des surfaces de 1 km<sup>2</sup>) sur la mesure de hauteurs d'eau et une détection des lacs de dimensions supérieures à 250x250 m<sup>2</sup> (objectif  $\geq 100 \times 100$  m<sup>2</sup>) et des rivières dont la largeur est supérieure à 100 m (objectif  $\geq 50$  m).

Les caractéristiques principales de l'instrument KaRIn et du satellite SWOT sont résumées dans le tableau 1.1. L'incidence proche Nadir de visée de SWOT fait que la taille des pixels au sol ( $p_g$ ) varie fortement le long de la fauchée range. Elle s'étend de 60 m en Near Range jusqu'à 10 m en Far Range. La fauchée en range de SWOT s'étend de 10 km en Near Range par rapport à la verticale jusqu'à 60 km en Far Range.

10. Jet Propulsion Laboratory.

11. National Aeronautics and Space Administration, agence spatiale américaine.

12. Centre National d'Études Spatiales, agence spatiale française.

Paramètres	KaRIn/SWOT
Altitude ( $H_{sat}$ )	873 km
Vitesse ( $V_{sat}$ )	7,364 km.s <sup>1</sup>
Baseline (B)	10 m
Angles d'incidence de la fauchée (NR-FR)	0,6 - 3,9 °
Angle d'incidence du pointage antenne	2,6°
Ouverture d'antenne à 3 dB (range)	2,9 °
Ouverture d'antenne à 3 dB (azimut)	0,11°
Fréquence électromagnétique ( $f_0$ )	35,75 GHz
Largeur de bande ( $B_d$ )	200 MHz
PRF ( $f_a$ )	4420 Hz
Durée d'impulsion ( $\tau_d$ )	4,5 $\mu$ s
Temps d'intégration ( $T_{ill}$ )	254 ms (mode HR) 2,04 ms (mode LR)
Résolution distance ( $r_{dist}$ )	75cm
Résolution azimut ( $r_{az}$ ) [RAR   SAR]	~2 km   2,5 m (synthèse SAR complète)
Puissance crête	1500 W

TABLEAU 1.1 – Caractéristiques de l'instrument KaRIn sur SWOT (Fjortoft et al. [2014]).

**Stratégie de traitement du mode LR :**

Afin de diminuer la quantité de données à envoyer au sol, on augmente la taille des pixels en procédant à un moyennage distance et azimut. La synthèse SAR n'est pas complète, le processus de moyennage s'effectue à bord sur 9 impulsions successives (appelées *burst*), ce qui donne, pour un ensemble de 9 impulsions successives, 9 pixels de 250 m en azimut (la résolution azimut du RAR étant d'environ 2 km). Le processus de moyennage à bord est un processus de synthèse SAR non focalisée, c'est-à-dire que l'erreur de phase  $\Delta\phi(t)$  (voir équation 1.23) n'est pas corrigée sur les vues. La condition d'application du processus de synthèse non focalisée est que l'évolution de la distribution de phase en azimut reste inférieure à  $\pi/4$  durant le processus de moyennage :  $\Delta\phi(t) \leq \pi/4$ . Cette étape nécessite de moyenner des échos radar **cohérents** entre eux. Les pixels sont ensuite sommés entre eux, tant qu'ils se trouvent à une distance inférieure ou égale à la taille du pixel final (1 km) du premier pixel sommé. La sommation des pixels de 250 m permet la réduction du bruit sur le pixel final, bruit dont l'amplitude décroît en  $1/\sqrt{N}$  avec N le nombre de pixels de 250 m sommés. Ce processus est appelé processus multi-vues (multi-look en anglais). Pour des pixels de 250 m, des vues décalées de 15 m ( $= 9 \times p_{az}$ , voir équation 1.3) et une taille finale de pixel de 1 km, environ 50 vues successives peuvent être sommées ( $N=(1000-250)/15$ ). La moyenne spatiale range, pour aboutir à des pixels de 1 km, est obtenue en groupant les échantillons suivant leurs tailles dans la fauchée (de 60 m à 10 m).

## 1.2 Influence d'une surface d'observation mouvante

L'observation des surfaces d'eau présente une difficulté principale pour l'altimétrie à large fauchée. En effet, les surfaces observées bougent au cours du temps, et donc entre les différentes acquisitions radars et interférométriques. Nous présentons dans ce paragraphe les différentes erreurs sur la synthèse SAR et sur la phase interférométrique dues aux mouvements de la surface observée.

### 1.2.1 Erreurs sur le processus de synthèse SAR

Nous reprenons ici les principes énoncés dans le paragraphe 1.1.3.2 mais en considérant cette fois-ci une surface observée qui évolue dans le temps. Les effets dûs aux mouvements orbitaux des vagues ont longuement été étudiés (Raney [1971, 1980]; Alpers and Rufenach [1979]; Rufenach and Alpers [1981]). Le mouvement de cette surface entraîne un déplacement de la distance surface - satellite au cours du temps, comme représenté sur la figure 1.9.

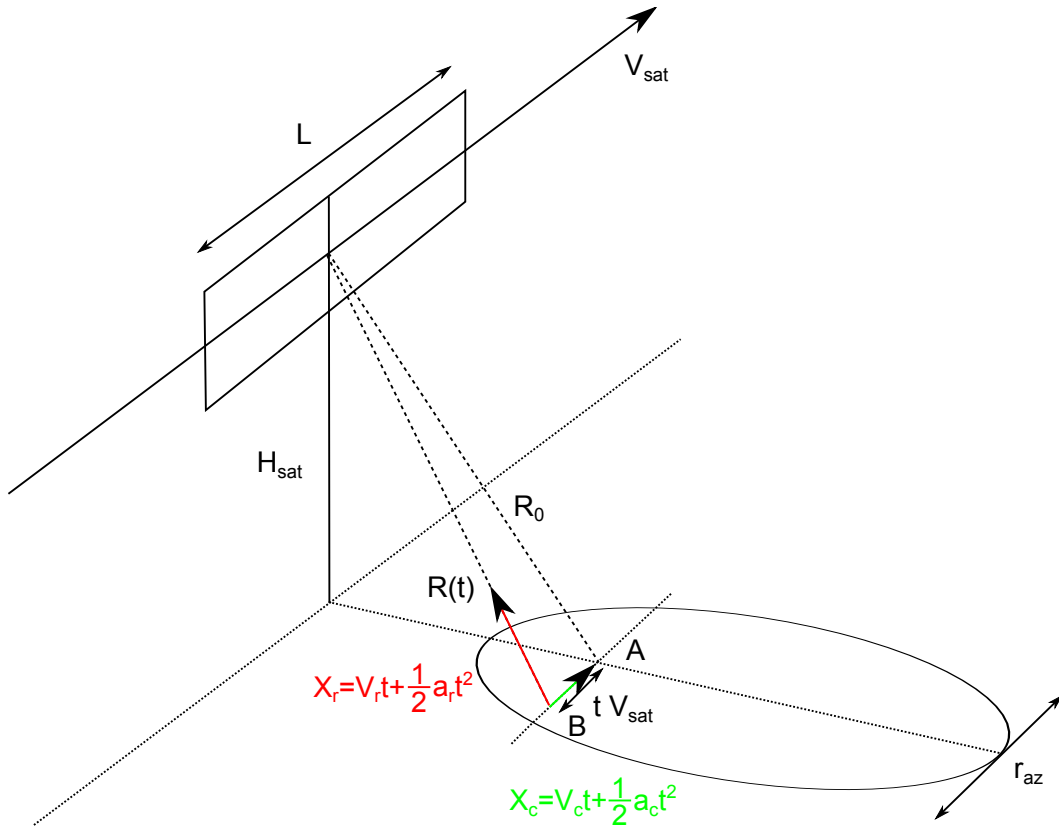


FIGURE 1.9 – Géométrie de la synthèse SAR avec une surface en mouvement.

Le mouvement de la surface dû aux mouvements orbitaux des vagues se traduit sur la géométrie de la synthèse SAR par un déplacement dans la direction radiale (range) au temps  $t$  :  $X_r = V_r t + \frac{1}{2} a_r t^2$ , avec  $V_r$  et  $a_r$ , respectivement, la vitesse et l'accélération radiale de la surface. De manière similaire dans la direction de déplacement du satellite (cross-track) nous avons un déplacement  $X_c = V_c t + \frac{1}{2} a_c t^2$ , avec  $V_c$  et  $a_c$ , respectivement, la vitesse et l'accélération tangentielle au déplacement du satellite. La distance surface - satellite s'écrit donc (1.7) :

$$R(t) \simeq R_0 - V_r t + [(V_{sat} - V_c)^2 - a_r R_0] \frac{t^2}{2R_0} \quad (1.22)$$



La gamme de variation de la phase dans une fauchée azimuth s'exprime alors :

$$\Delta\phi(t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times [2(R(t) - R_0)] \simeq \frac{2\pi}{\lambda_0} [A_r t^2 - 2V_r t] \quad (1.23)$$

avec  $A_r = \frac{(V_{sat} - V_c)^2}{R_0} - a_r$ , l'accélération radiale due à la vitesse du satellite et au mouvement de la surface. À partir de l'expression de la fréquence en fonction de la phase (1.10) la distribution de la phase dans le domaine fréquentiel s'écrit (1.11) :

$$\Delta\phi(f) = \frac{2\pi}{\lambda_0 A_r} \left( \frac{\lambda_0^2}{4} f^2 - V_r^2 \right) \quad (1.24)$$

La vitesse radiale de la surface s'exprime en fonction de la fréquence Doppler  $f_D$  :

$$V_r = -\frac{c}{2f_0} f_D = -\frac{\lambda_0}{2} f_D \quad (1.25)$$

La distribution de la phase (1.23) s'exprime alors :

$$\Delta\phi(f) = \pi \frac{\lambda_0}{2A_r} (f^2 - f_D^2) \quad (1.26)$$

L'effet du mouvement de la surface conduit donc à une déformation de l'image obtenue après traitement SAR complet, si ce traitement a considéré la surface comme une cible fixe. La figure 1.10 montre les effets de déformation d'un pixel dûs aux mouvements de la surface. Il y a trois principaux effets :

- Le décalage azimuth du pixel, encore appelé décalage Doppler<sup>13</sup> ou effet de *velocity bunching*, est dû à la vitesse de déplacement radiale de la surface qui va décaler la distribution de la phase d'une valeur  $f_D$  (voir équation 1.26). Pour un pixel placé à la position  $X_p$  dans la fauchée azimuth, le décalage dû à la vitesse de déplacement radiale de la surface cible considérée s'exprime :

$$\Delta X_p = \frac{cR_0}{2V_{sat}f_0} f_D = \frac{\lambda_0 R_0}{2V_{sat}} f_D \quad (1.27)$$

- L'étalement en range du pixel, encore appelé effet de *smearing*, provient de la combinaison de la vitesse radiale, de l'accélération radiale, de la vitesse tangentielle du mouvement de la surface et du temps d'illumination ( $T_{ill}$ ) de la surface considérée. Pour un pixel avec une dimension range  $p_d$ , l'étalement dû au mouvement de la surface s'exprime :

$$\Delta p_d = V_{sat} T_{ill} \left| \frac{V_r}{V_{sat}} - \left[ \left( 1 - \frac{V_c}{V_s} \right)^2 - \frac{R_0}{V_{sat}^2} a_r \right] \frac{V_{sat} T_{ill}}{2R_0} \right| \quad (1.28)$$

Dans le cas où la vitesse tangentielle  $V_c$  ( $\approx 1 \text{ m.s}^{-1}$ ) de la surface peut être négligée par rapport à la vitesse du satellite  $V_{sat}$  ( $\approx 1 \text{ km.s}^{-1}$ ) :  $V_c \ll V_{sat}$  et où l'accélération radiale est petite devant 1 :  $a_r R_0 / V_{sat}^2 \ll 1$ , l'étalement du pixel se réduit à :

$$\Delta p_d \simeq V_r T_{ill} = \frac{\lambda_0 T_{ill}}{2} f_D \quad (1.29)$$

- La défocalisation azimuth, produit un flou en azimuth sur le pixel et dépend de l'accélération radiale et de la vitesse tangentielle de la surface. Pour un pixel de dimension azimuth  $p_a$  :

$$\Delta p_a = f(a_r, V_c) \quad (1.30)$$

13. Décalage Doppler : Doppler shift en anglais.

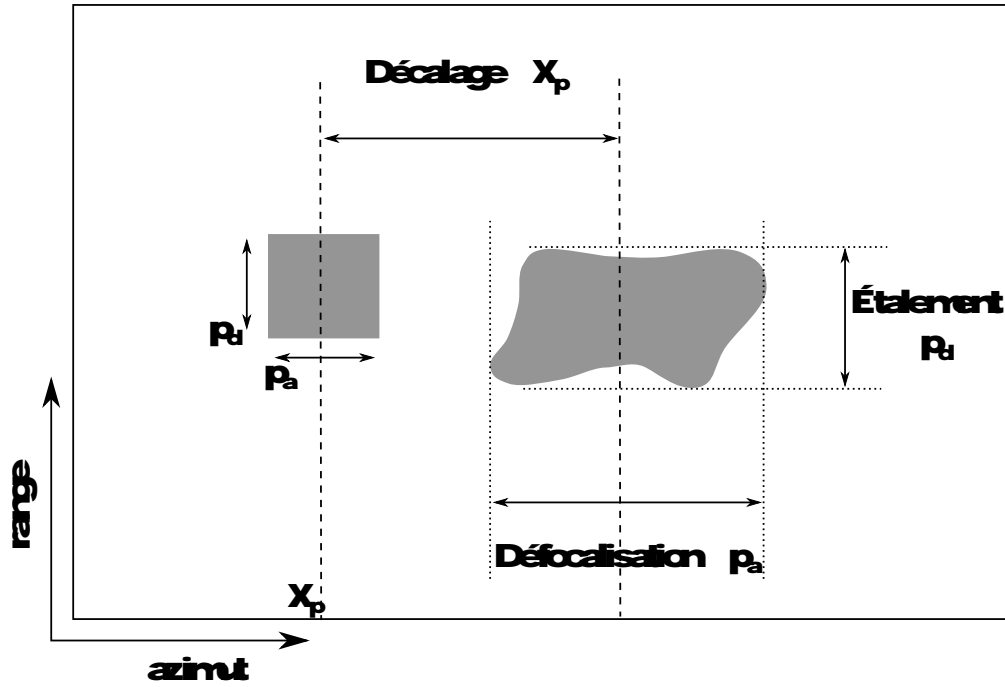


FIGURE 1.10 – Image d'une cible mobile avec processus de synthèse SAR d'une cible fixe.

Dans le processus de synthèse SAR complet, afin d'obtenir la résolution azimut du SAR théorique, le traitement est fait sur un nombre d'impulsions successives de telle sorte que le temps d'illumination soit complet (voir équation 1.5). Dans ce cas, si nous supposons le signal rétrodiffusé cohérent pendant le temps d'illumination nous obtenons la résolution maximale du SAR (voir équation 1.13). Néanmoins, dans le cas où le temps de corrélation du signal rétrodiffusé  $\tau_c$  est petit devant le temps d'illumination de la synthèse complète :  $\tau_c \ll T_{ill}$ , la résolution azimut du SAR est alors dégradée (Raney [1980]) :

$$r_{az} = \frac{\lambda_0 R_0}{2V_{sat}\tau_c} \quad (1.31)$$

Le temps de corrélation du signal rétrodiffusé est donc un paramètre limitant sur la résolution du SAR. Un temps d'illumination partiel ( $T_p$ ) peut être défini pour une synthèse SAR dégradée qui conserve la cohérence du signal rétrodiffusé :

$$T_p \leq \tau_c \quad (1.32)$$

Le temps d'illumination pouvant être défini comme le nombre d'impulsions à moyenner ( $N_p$ ) sur la PRF du radar ( $f_a$ ) :

$$T_p = \frac{N_p}{f_a} \quad (1.33)$$

une condition sur le nombre d'impulsions à moyenner est donc :

$$N_p \leq \tau_c f_a \quad (1.34)$$

et dans le cas limite où  $T_p = \tau_c$ , alors  $N_p = \tau_c f_a$ . Dans le cas du mode LR de SWOT, ce nombre  $N_p$  a été fixé à  $N_p = 9$  dans le processus de synthèse SAR non focalisée à bord. La bande Doppler utilisée pour le traitement bord est alors également diminuée :

$$B_{dop} = \frac{2V_{sat}}{L} \rightarrow B_{dop} = \frac{2V_{sat}^2 T_p}{\lambda_0 R_0} \quad (1.35)$$

### 1.2.2 Erreurs d'estimation de la hauteur d'eau

Une cellule de résolution est composée de différentes cibles élémentaires cohérentes spatialement. La phase du signal rétrodiffusé est alors la somme des phases élémentaires de ces cibles

élémentaires, qui peuvent s'annuler si celles-ci sont en opposition de phase ou se renforcer si leurs phases sont proches. Ces phases de diffusion forment le phénomène de scintillement (speckle en anglais) qui donne cet aspect granulaire aux images SAR. La contribution de l'ensemble des cibles élémentaires donne un aspect aléatoire à la phase de rétrodiffusion et est représentée par une loi uniforme entre  $[-\pi; \pi]$ . Cet effet de speckle ne rend pas avantageux l'estimation de la phase interférométrique  $\Phi$  sur une seule impulsion radar. Il est préférable de l'estimer sur un échantillon de  $N_L$  vues successives. Un estimateur non-biaisé modulo  $2\pi$  de cette phase interférométrique est l'estimateur du minimum de vraisemblance (Rodriguez and Martin [1992]) :

$$\hat{\Phi} = \arg \left( \sum_{n=1}^{N_L} s_1^{(n)} s_2^{*(n)} \right) \quad (1.36)$$

où  $s_1^{(n)}$ , respectivement  $s_2^{(n)}$ , est le signal complexe rétrodiffusé reçu sur l'antenne S1, respectivement S2 (voir figure 1.8), l'exposant \* représente le complexe conjugué et  $\arg$  est l'argument d'un complexe. Un estimateur de la variance de la phase interférométrique est donné par la borne de Cramer-Rao :

$$\sigma_{\Phi}^{(N_L)^2} = \frac{1}{2N_L} \frac{1 - \gamma^2}{\gamma^2} \quad (1.37)$$

où  $\gamma$  est la cohérence entre les signaux  $s_1$  et  $s_2$  :

$$\gamma = \frac{|\langle s_1 s_2^* \rangle|}{\sqrt{\langle |s_1|^2 \rangle \langle |s_2|^2 \rangle}} \quad (1.38)$$

Cette borne est une approximation dont la pertinence augmente avec le nombre de vues  $N_L$ . Pour les valeurs  $N_L \geq 4$  la borne de Cramer-Rao est une bonne approximation de la variance de la phase interférométrique (Rodriguez and Martin [1992]). Le terme de cohérence  $\gamma$  a été longuement étudié, et peut se décomposer comme le produit de différentes sources de décorrélation (Rosen et al. [2000]; Dubois [2011]) :

$$\gamma = \gamma_B \gamma_G \gamma_{\phi} \gamma_{H_s} \gamma_Z \gamma_{misreg} \gamma_T \quad (1.39)$$

où :

- $\gamma_B$  est la décorrélation associée au bruit thermique des récepteurs.
- $\gamma_G$  est la décorrélation géométrique due à l'écartement entre antenne (Baseline) et l'étendue des pixels.
- $\gamma_{\phi}$  est la décorrélation angulaire azimutale liée à la résolution azimut.
- $\gamma_{H_s}$  est la décorrélation liée à la variance des hauteurs de la surface dans la cellule de résolution.
- $\gamma_Z$  est la décorrélation due à la pénétration de l'onde électromagnétique dans le milieu observé (applicable pour les sols, cette valeur vaut 1 dans le cas des surfaces d'eau observées en micro-ondes).
- $\gamma_{misreg}$  est la décorrélation due à l'erreur de co-registation du couple interférométrique.
- $\gamma_T$  est la décorrélation temporelle due aux mouvements de la surface entre les différentes vues.

L'estimation de la variance de la phase interférométrique est importante car elle permet alors d'estimer la précision de la mesure altimétrique. Reprenons le schéma de la figure 1.8, la différence de chemin  $\Delta R$  peut être approximée par la différence entre  $R_2$  et la projection orthogonale de  $R_1$  sur  $R_2$ , car en effet les trajets  $R_2$  et  $R_1$  sont presque parallèles. Dans ce cas, nous pouvons écrire :

$$\Delta R \approx B \sin(\theta) \quad (1.40)$$

L'angle  $\theta$  s'exprime :

$$\theta = \arcsin \left( \frac{\lambda_0 \Phi}{2\pi B} \right) \quad (1.41)$$

En combinant l'expression (1.40) avec l'expression (1.20) la hauteur d'eau recherchée peut être exprimée. Nous cherchons maintenant à exprimer la variation de hauteur d'eau  $\delta\eta$  en fonction de la variation de la phase interférométrique  $\delta\Phi$ . Sachant qu'en mode "standard", la phase interférométrique s'exprime selon l'expression (1.16) :

$$\delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} B \delta[\sin(\theta)] = \frac{2\pi}{\lambda_0} B \cos(\theta) \delta\theta \Rightarrow \delta\theta = \frac{\lambda_0}{2\pi B \cos(\theta)} \delta\Phi \quad (1.42)$$

D'après l'expression de la hauteur d'eau (1.20), la variation de la hauteur d'eau  $\delta\eta$  s'exprime :

$$\delta\eta = R_1 \sin(\theta) \delta\theta \quad (1.43)$$

En combinant (1.42) et (1.43), l'expression de la variation de hauteur d'eau en fonction de la variation de la phase interférométrique est finalement :

$$\delta\eta = \frac{\lambda_0 R_1}{2\pi B} \tan(\theta) \delta\Phi \quad (1.44)$$

Cette variation de hauteur d'eau permet alors d'exprimer l'erreur sur la mesure de la hauteur d'eau  $\sigma_\eta$  en fonction de l'erreur d'estimation de la phase interférométrique  $\sigma_\Phi$  :

$$\sigma_\eta = \frac{E_a}{2\pi} \sigma_\Phi \quad (1.45)$$

où nous définissons ici  $E_a = \lambda_0 R_1 \tan(\theta)/B$ , l'altitude d'ambiguïté interférométrique. Cette altitude correspond à l'altitude critique pour laquelle la phase interférométrique a fait un tour ( $2\pi$ ), ou de manière équivalente quand la différence de chemin  $\Delta R$  vaut une longueur d'onde électromagnétique  $\lambda_0$ . L'erreur sur la mesure de hauteur d'eau ( $\sigma_\eta$ ) s'estime donc à partir de l'erreur sur l'estimation de la phase interférométrique ( $\sigma_\Phi$ ) grâce à l'expression 1.37 et les différentes sources de décorrélation citées précédemment.

## Chapitre 2

# La télédétection océanique en micro-onde

### Sommaire

---

<b>2.1 Description de la surface océanique</b>	<b>19</b>
2.1.1 Généralités	19
2.1.2 Relation de dispersion des vagues de capillarité-gravité	19
2.1.3 Description statistique de la surface	20
2.1.4 Description spectrale de la surface	22
2.1.4.1 Spectre de nombre d'ondes des hauteurs	22
2.1.4.2 Le spectre d'Elfouhaily	23
2.1.4.3 Le spectre de Kudryavtsev	24
2.1.4.4 Le spectre de Bringer	25
<b>2.2 Modèles de diffusion électromagnétique</b>	<b>26</b>
2.2.1 L'approximation du Plan Tangent	28
2.2.2 L'approximation de l'Optique Géométrique	28
2.2.3 Le modèle deux échelles	29
<b>2.3 Implémentation numérique</b>	<b>29</b>
2.3.1 Implémentation numérique du modèle PO	29
2.3.1.1 Calcul de la fonction d'autocorrélation	29
2.3.1.2 Calcul de la SERN avec le modèle PO	30
2.3.2 Implémentation numérique du modèle GO	31

---

## 2.1 Description de la surface océanique

Dans ce paragraphe nous donnons dans un premier temps quelques définitions générales sur la surface océanique et parlerons ensuite de sa description statistique. En lien avec les modèles de diffusions du paragraphe suivant, nous abordons par la suite la description spectrale de la surface océanique et présentons les principaux spectres utilisés dans la suite de ce manuscrit. Nous nous intéressons principalement, dans le contexte de la mission SWOT, aux vagues de capillarité-gravité.

### 2.1.1 Généralités

Une surface océanique est la superposition d'une multitude de vagues de longueurs d'ondes différentes interagissant les unes avec les autres. Les vagues sont généralement classées en deux catégories différentes. Les plus petites sont appelées vagues capillaires et leur longueur d'onde est millimétrique. À l'opposé, les plus grandes sont appelées vagues de gravité dont la longueur d'onde s'étend de quelques centimètres à plusieurs centaines de kilomètres. Les vagues de transitions entre ces deux échelles sont appelées vagues de capillarité-gravité, leurs longueurs d'ondes s'étendent du millimètre au centimètre.

Le mécanisme de formation des vagues par le vent est bien décrit par la théorie des interactions résonantes (Phillips [1960]; Hasselmann [1962]; Janssen [2004]). Selon cette théorie, des vagues de grandes longueurs d'ondes se forment par effet de cascade inverse à partir des petites vagues générées par le vent. En effet, les interactions hydrodynamiques faiblement non linéaires entre ondes de petites longueurs d'ondes créent des ondes de plus grandes longueurs d'ondes. Une telle mer est appelée **mer du vent**. Dans le cas d'un vent constant ayant soufflé "suffisamment longtemps" et à un fetch<sup>1</sup> suffisamment grand, on admet qu'un équilibre se fait entre l'apport énergétique du vent, les interactions entre vagues et la dissipation énergétiques de celles-ci, nous parlons dans ce cas d'une **mer pleinement développée**. De part le caractère dispersif des vagues, les vagues de grandes longueurs d'ondes se déplacent plus rapidement que les petites, celles-ci s'éloignent alors plus rapidement de la zone de vent considérée. Ces vagues, que l'on appelle **houle**, peuvent parcourir plusieurs centaines, voire milliers de kilomètres, et sont alors indépendantes du vent local qui les a générées.

### 2.1.2 Relation de dispersion des vagues de capillarité-gravité

Le caractère dispersif des vagues est décrit par la relation de dispersion qui relie la norme du nombre d'onde des vagues  $k$  à la pulsation  $\omega$  :

$$\omega^2 = \left( gk + \frac{\gamma k^3}{\rho} \right) \tanh(kP) \quad (2.1)$$

$$\text{où : } \begin{cases} g & \text{est l'accélération de la pesanteur au point considéré [m.s}^{-2}] \\ \gamma & \text{est la tension superficielle de l'eau [N.m}^{-1}], \gamma=74,97 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1} \text{ pour de l'eau de mer à } 10^\circ\text{C} \\ \rho & \text{est la masse volumique de l'eau [kg.m}^{-3}], \rho=1027 \text{ kg.m}^{-3} \text{ pour de l'eau de mer à } 10^\circ\text{C} \\ P & \text{est la profondeur de l'eau [m]} \\ k & \text{est le nombre d'onde [rad.m}^{-1}] : k = \|\mathbf{k}\| = 2\pi/\lambda, \lambda \text{ la longueur d'onde des vagues [m]} \end{cases}$$

L'équation (2.1) précédente se compose des relations de dispersion liées aux vagues de gravité ( $\omega^2 = gk$ ) et aux vagues de capillarité ( $\omega^2 = \gamma k^3 / \rho$ ).

La vitesse de propagation des vagues est alors donnée par la vitesse de phase de celles-ci, qui s'exprime grâce à la relation de dispersion (2.1), dans le cas d'eau profonde ( $kP \gg 1$ ) :

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} + \frac{\gamma k}{\rho}} \quad (2.2)$$

1. Le fetch est la distance en mer au-dessus de laquelle souffle un vent donné sans rencontrer d'obstacle depuis l'endroit où il est créé.

La figure 2.1 suivante donne l'allure de la vitesse de phase des vagues de capillarité-gravité, ainsi que les cas où seules les vagues de gravité ou de capillarité sont considérées. Dans le cas des vagues de capillarité-gravité, un minimum de vitesse de phase est atteint pour  $k_{min}=366 \text{ rad.m}^{-1}$  ce qui correspond à une longueur d'onde  $\lambda_{min}=1,71 \text{ cm}$  et une vitesse de phase  $v_{min}=23 \text{ cm.s}^{-1}$ .

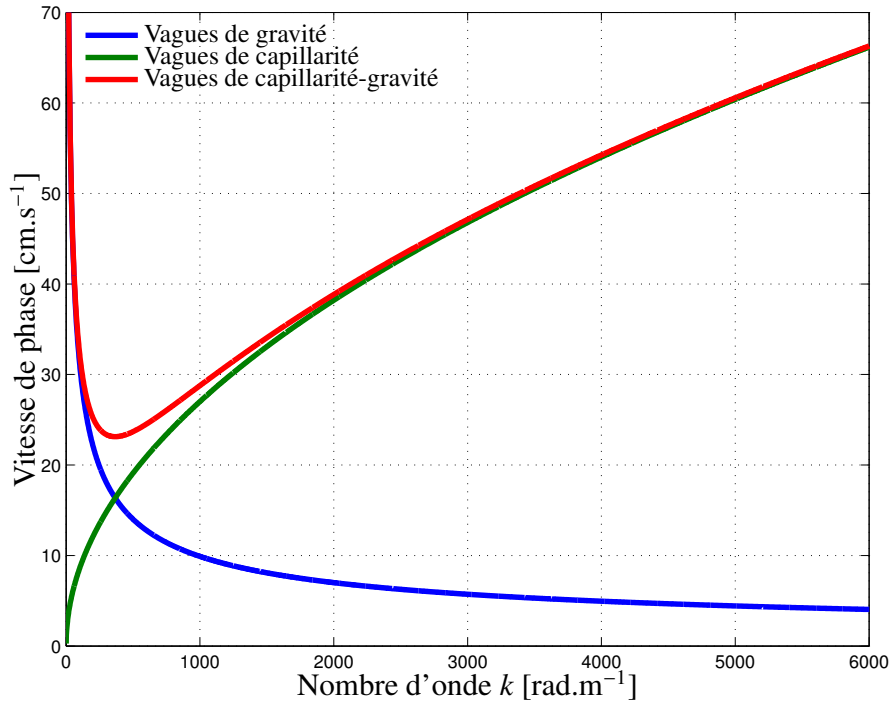


FIGURE 2.1 – Représentation de la vitesse de phase des vagues en fonction du nombre d'onde  $k$  dans le cas des vagues de gravité (bleu), des vagues de capillarité (vert) et des vagues de capillarité-gravité (rouge).

### 2.1.3 Description statistique de la surface

La description la plus simple de la surface de mer suppose que celle-ci est la superposition d'un grand nombre de vagues indépendantes. Cette manière de procéder laisse donc supposer que la mer suit un processus Gaussien, ce qui correspond assez bien aux distributions de hauteurs d'eau et de pentes déjà observées. Sous ces conditions, les hauteurs, pentes et courbures de la mer suivent un processus Gaussien. La surface de la mer, représentée par ses hauteurs d'eau dans le repère cartésien  $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$  et par ses coordonnées dans celui-ci  $(x, y, z)$ , s'exprime comme  $z = \eta(\mathbf{r}, t)$ , où  $\mathbf{r} = (x, y)$  est le vecteur position dans le plan moyen de la surface d'eau ( $z = 0$ ) pour un temps donné  $t$ , comme illustré sur la figure 2.2.

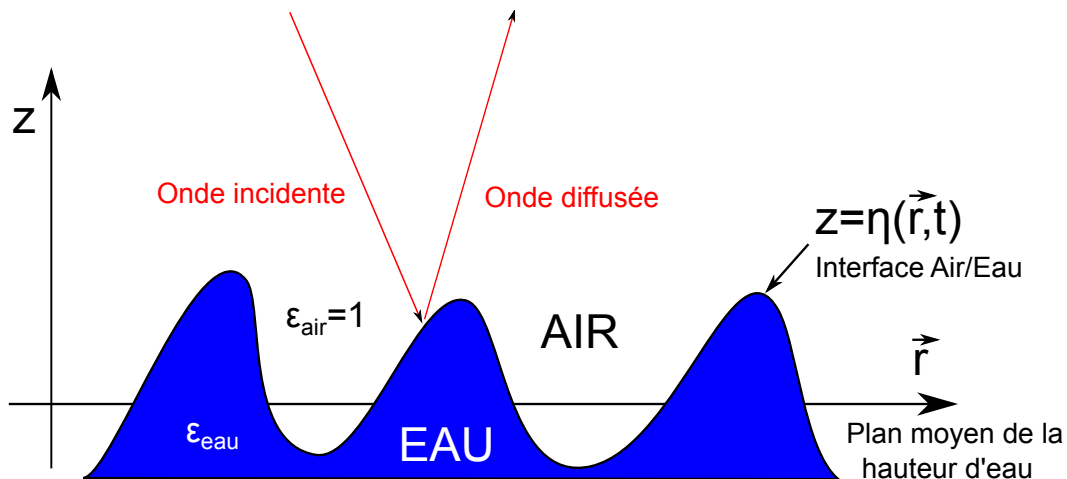


FIGURE 2.2 – Description de la surface d'eau dans le repère cartésien.

Les hypothèses de description de la surface d'eau sont que ses hauteurs d'eau  $\eta$  suivent un processus aléatoire Gaussien centré par rapport à son plan moyen :

$$\eta \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\eta^2) \quad (2.3)$$

$$\text{avec : } \sigma_\eta^2 = \langle (\eta - \langle \eta \rangle)^2 \rangle = \langle \eta^2 \rangle \quad (2.4)$$

la variance des hauteurs, où  $\langle \cdot \rangle$  représente la moyenne d'ensemble. La surface est de plus supposée homogène<sup>2</sup> et stationnaire<sup>3</sup>. La fonction de densité de probabilité (pdf<sup>4</sup>) de celle-ci s'écrit alors :

$$p_\eta(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_\eta^2}} \quad (2.5)$$

Nous définissons également la fonction d'autocorrélation de la surface, qui permet de décrire les variations spatiales, à une distance  $\mathbf{r}$  et temporelles, à un temps  $t$  :

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \langle \eta(\mathbf{r} + \mathbf{r}', t) \eta(\mathbf{r}', t) \rangle \quad (2.6)$$

Il est à noter que la variance des hauteurs d'eau peut alors être déterminée directement à partir de la fonction d'autocorrélation :

$$\sigma_\eta^2 = \rho(\mathbf{0}, 0) \quad (2.7)$$

Comme nous l'avons dit précédemment, les variations de hauteurs d'eau sont décrites par un processus Gaussien centré, il en est de même pour les pentes de la surface. Soit  $\eta_x$  et  $\eta_y$  les pentes de la surface dans la direction, respectivement,  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$ , la pdf jointe des pentes s'exprime :

$$p_{\eta_x, \eta_y}(z_x, z_y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_x^2\sigma_y^2 - \sigma_{xy}^2}} e^{-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} z_x & z_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_x \\ z_y \end{bmatrix}} \quad (2.8)$$

où  $\sigma_x^2$  est la variance des pentes dans la direction  $\hat{x}$ ,  $\sigma_y^2$  est la variance des pentes dans la direction  $\hat{y}$  et  $\sigma_{xy}^2$  est la variance croisée des pentes. Les pentes croisées étant nulles, l'équation (2.8) peut se réécrire :

$$p_{\eta_x, \eta_y}(z_x, z_y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\text{mss}_x \text{mss}_y}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{z_x^2}{\text{mss}_x} + \frac{z_y^2}{\text{mss}_y} \right)} \quad (2.9)$$

où nous introduisons ici la notion de mss<sup>5</sup> et la notion de mss dans les directions  $\hat{x}$  :  $\text{mss}_x$  et  $\hat{y}$  :  $\text{mss}_y$  :

$$\text{mss}_x = \sigma_x^2 \quad \text{et} \quad \text{mss}_y = \sigma_y^2 \quad (2.10)$$

Ces paramètres statistiques sont très utiles pour caractériser l'état de mer étudié ainsi que pour paramétrer les modèles de diffusion océaniques (nous en reparlons dans le chapitre lié au modèle GO4 (chapitre 3)).

2. Surface homogène : les propriétés physiques de la surface sont les mêmes en tout point.

3. Processus stationnaire : les caractéristiques du processus restent inchangées au cours du temps.

4. pdf pour probability density function, acronyme anglais.

5. mss pour mean square slope, acronyme anglais pour moyenne des pentes au carré.



### 2.1.4 Description spectrale de la surface

La formulation privilégiée de la description statistique des vagues en est sa représentation spectrale, à travers ce que l'on appelle communément le spectre de mer. Un spectre de mer dépend de trois dimensions, deux dimensions spatiales (position) et une dimension temporelle :  $S(\mathbf{k}, \omega)$ . La mesure de tels spectres étant difficile, deux types de représentations spectrales sont utilisées. La représentation temporelle :  $S(\omega)$  en un point donné et la représentation spatiale :  $S(\mathbf{k})$  à un instant donné. Le lien entre les dimensions spatiales ( $\mathbf{k}$ ) et temporelle ( $t$ ) se fait grâce à la relation de dispersion des vagues (voir paragraphe 2.1.2). Nous voyons plus tard dans ce manuscrit qu'il est possible, sous certaines hypothèses, de retrouver le spectre de nombre d'ondes ( $S(\mathbf{k})$ ) à partir du spectre de fréquence ( $S(\omega)$ ) (voir chapitre 4). De nombreuses études ont été menées afin d'évaluer le spectre de mer du vent, à commencer par les travaux de Phillips [1958]. Dans les modèles de diffusion océaniques, la représentation spatiale  $S(\mathbf{k})$  du spectre est utilisée, combinée à la relation de dispersion des vagues pour obtenir l'évolution temporelle.

Concernant la partie basse fréquence du spectre de mer, c'est-à-dire les grandes vagues de gravité, il existe dans la littérature différentes paramétrisations du spectre des hauteurs pour caractériser la mer du vent. L'un des premiers spectres à avoir été mesuré et formulé est celui de Pierson and Moskowitz [1964] pour des mers pleinement développées. Le projet JONSWAP (JOint North Sea Wave Project, Hasselmann et al. [1973]), qui a donné naissance au spectre éponyme, a largement servi à déterminer la forme du spectre pour les basses fréquences, qui tient compte de l'action du vent, à travers le paramètre de fetch.

L'un des spectres le plus utilisé à ce jour dans les études de télédétection sur océan est celui d'Elfouhaily et al (Elfouhaily et al. [1997]) car c'est un spectre unifié et paramétrique. Il est paramétré par la vitesse du vent, sa direction et l'âge des vagues. Plus récemment, Kudryavtsev et al (Kudryavtsev et al. [1999]) proposent un spectre construit sur l'équilibre entre vagues de gravité et vagues de capillarité, ce qui permet la prise en compte des phénomènes de déferlement qui jouent un rôle important dans la dissipation de l'énergie. Kosnik and Dulov (Kosnik and Dulov [2011]) ont estimé un spectre expérimental basé sur des mesures par stéréo-vision. La configuration des mesures limite ce spectre aux vagues courtes. Bringer et al. [2014] ont établi un spectre de mer ajusté à la télédétection sur océan en bande C, Ku et Ka.

#### 2.1.4.1 Spectre de nombre d'ondes des hauteurs

Les modèles de spectres utilisés classiquement dans les modèles de rétrodiffusion sont des spectres de nombre d'ondes directionnels. Le spectre directionnel  $\Psi(\mathbf{k})$  est relié à la fonction d'autocorrélation bidimensionnelle de la surface  $\rho(\mathbf{r})$  par sa transformée de Fourier :

$$\Psi(\mathbf{k}) = \text{TF}[\rho(\mathbf{r})] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{R}^2} \rho(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad [\text{m}^4] \quad (2.11)$$

où TF désigne la transformée de Fourier. Cette définition est indépendante du temps, mais l'évolution temporelle de cette surface peut être introduite via la relation de dispersion (2.1).

Les spectres de mer sont généralement paramétrés par la vitesse du vent, sa direction et l'âge des vagues. Le spectre directionnel des hauteurs se décompose en une partie radiale  $\Psi_0(k)$  et une partie traduisant la répartition azimutale de l'énergie, appelée fonction d'étalement du spectre ou fonction de répartition  $Y(k, \phi_k)$  :

$$\Psi(\mathbf{k}) = \Psi(k, \phi_k) = \frac{\Psi_0(k)}{\beta k} Y(k, \phi_k) \quad (2.12)$$

où  $\beta$  est un coefficient de normalisation :  $\beta = \int_0^{2\pi} Y(k, \phi_k) d\phi_k$ . Il est à noter que l'on appelle également  $B = k^3 \Psi_0(k)$  le spectre de courbure omnidirectionnel des hauteurs.

La fonction d'autocorrélation de la surface est, par définition, une fonction réelle et paire. Cette propriété impose des propriétés de symétrie sur la fonction d'étalement par rapport à l'origine.

Le développement en série de Fourier de la fonction d'étalement du spectre ne contient alors que des harmoniques pairs :

$$Y(k, \phi_k) = \frac{1}{2\pi} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} \cos(2n\phi_k) \right] \quad (2.13)$$

À partir du spectre de mer, nous pouvons définir la variance d'une dérivée d'ordre  $n$  de la hauteur d'eau  $\eta$  par rapport à la coordonnée d'espace  $x_i$  :

$$\left\langle \left| \frac{\partial^n \eta}{\partial x_i^n} \right|^2 \right\rangle = \int_{\mathbb{R}^2} k^{2n} \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (2.14)$$

En se rappelant de la propriété de la fonction d'étalement (2.13) et de l'écriture du spectre de mer directionnel (2.12), les variances des différents paramètres s'expriment :

- pour  $n = 0 \rightarrow$  variance des hauteurs :

$$\sigma_\eta^2 = \int_{\mathbb{R}^2} \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \Psi(k, \phi_k) dk d\phi_k = \int_0^\infty \Psi_0(k) dk \quad (2.15)$$

- pour  $n = 1 \rightarrow$  variance des pentes :

$$\sigma_s^2 = \int_{\mathbb{R}^2} k^2 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} k^2 \Psi(k, \phi_k) dk d\phi_k = \int_0^\infty k^2 \Psi_0(k) dk \quad (2.16)$$

- pour  $n = 2 \rightarrow$  variance des courbures :

$$\sigma_c^2 = \int_{\mathbb{R}^2} k^4 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} k^4 \Psi(k, \phi_k) dk d\phi_k = \int_0^\infty k^4 \Psi_0(k) dk \quad (2.17)$$

La hauteur significative ( $H_s$ ) sert à caractériser l'état de mer et est reliée à l'énergie totale du spectre (Longuet-Higgins [1952]) par la relation :

$$H_s \simeq 4.0004 \sqrt{\sigma_\eta^2} \simeq 4\sigma_\eta \quad (2.18)$$

#### 2.1.4.2 Le spectre d'Elfouhaily

En 1997, Elfouhaily et al. [1997] proposent d'unifier les différentes études expérimentales et théoriques afin d'établir un spectre permettant de couvrir l'ensemble des longueurs d'ondes de la mer, des vagues de gravité aux vagues de capillarité, tout en restant simplement paramétrable et exploitable. Ils imposent alors que ce spectre unifié respecte 3 conditions :

- il s'inspire du spectre JONSWAP pour les basses fréquences
- il doit restituer les différents résultats des mesures de Cox and Munk [1954] sur la variance des pentes en fonction du vent
- il doit respecter les différents résultats sur le spectre de courbure des vagues de capillarité-gravité obtenus par Jähne and Riemer [1990] lors de leurs mesures en laboratoire et par Hara et al. [1994]

Ce spectre s'exprime sous la forme suivante :

$$\Psi_{\phi_\nu}(k, \phi_k) = \frac{\Psi_0(k)}{2\pi k} [1 + \Delta(k) \cos(2(\phi_k - \phi_\nu))] \quad (2.19)$$

où  $\phi_k$  est la direction du vecteur d'onde et  $\phi_\nu$  la direction du vecteur vitesse du vent.

Son spectre de courbure omnidirectionnel ( $B(k) = k^3 \Psi_0(k)$ ) est la somme de deux parties, une

partie basse fréquence  $B_l$  inspirée du spectre de JONSWAP (Hasselmann et al. [1973]) et d'une partie haute fréquence  $B_h$  dont la forme est inspirée des travaux de Bjerkass and Riedel [1979].

Sa fonction d'étalement se limite au premier harmonique pair (cf. éq. 2.13) et son paramètre  $\Delta(k)$  est définie comme le rapport upwind<sup>6</sup>/crosswind<sup>7</sup> du spectre directionnel :

$$\Delta(k) = \frac{\Psi(k, 0) - \Psi(k, \pi/2)}{\Psi(k, 0) + \Psi(k, \pi/2)} \quad (2.20)$$

Sa fonction d'étalement s'exprime :

$$Y_{\phi_\nu}(k, \phi_k) = 1 + \Delta(k) \cos(2(\phi_k - \phi_\nu)) \quad (2.21)$$

La fonction d'étalement angulaire est encore mal connue. La formulation d'Elfouhaily et al. [1997] est la plus simple avec celle de Donelan et al. [1985]. Cependant, cette formulation de la fonction d'étalement présente une sensibilité au vent de l'anisotropie des petites longueurs d'ondes des vagues trop faible, comme l'ont montré Voronovich et al. [2000] et McDaniel [2001] qui suggèrent également que l'anisotropie donnée par cette fonction d'étalement angulaire est trop forte pour les grandes vagues (nous abordons le sujet de l'effet de l'anisotropie des petites longueurs d'ondes des vagues sur la fonction d'étalement dans le chapitre 4).

Une représentation des spectres omnidirectionnels de hauteur et de courbure est donnée sur la figure 2.3 pour différentes valeurs de vent.

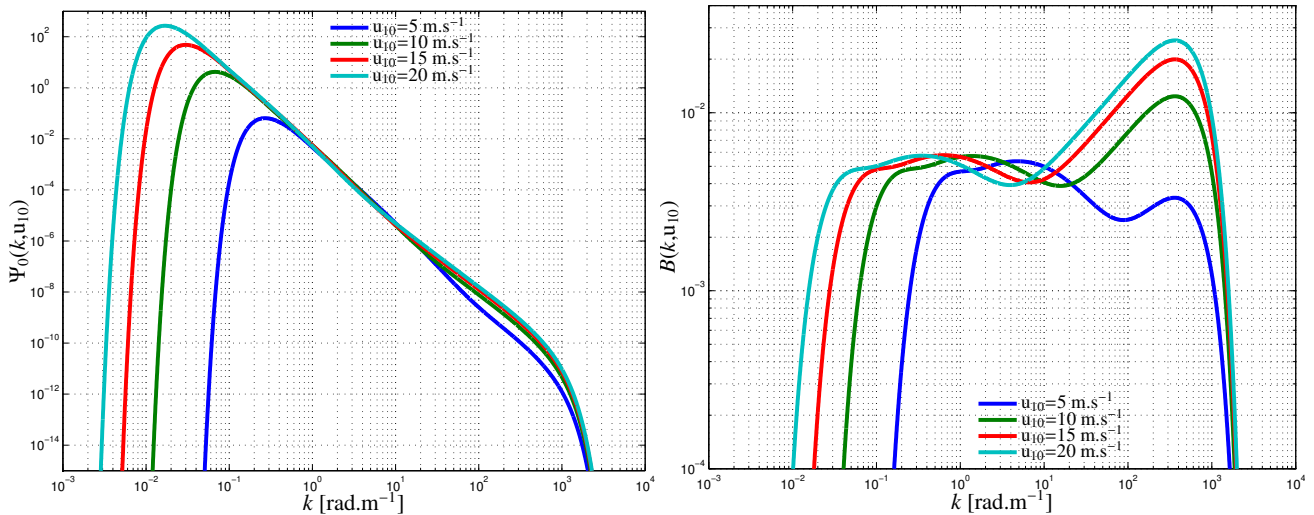


FIGURE 2.3 – Spectres de puissance de l'élévation (à gauche) et de courbures (à droite) omnidirectionnels d'Elfouhaily et al. [1997] pour différentes vitesses de vent à 10 m.

### 2.1.4.3 Le spectre de Kudryavtsev

Afin de prendre en compte les mécanismes d'interactions non linéaires des vagues de capillarité, Kudryavtsev et al. [1999] proposent un spectre d'équilibre établi à partir de l'équation du bilan d'énergie spectral. Cette approche a pour objectif la prise en compte des différents processus qui régissent le domaine des vagues de capillarité jusqu'au domaine d'équilibre. Le spectre des petites longueurs d'onde est régi par le mécanisme de génération des vagues de capillarité par transfert d'énergie des vagues de gravités courtes vers le domaine des vagues de capillarités afin de conserver l'équilibre entre l'apport énergétique par le vent sur les vagues de gravités courtes et la dissipation énergétique visqueuse des vagues de capillarité. Les vagues de gravités courtes quant à elles sont définies par l'équilibre énergétique entre l'apport dû au vent et la dissipation par déferlement des petites longueurs d'ondes, générant ainsi des vagues de capillarité parasites.

6. upwind signifie dans la direction du vent.

7. crosswind signifie dans la direction perpendiculaire au vent.

Les différents paramètres de ce spectre se trouvent dans les travaux de [Makin and Kudryavtsev \[1999\]](#) pour le taux de croissance des vagues, dans [Kudryavtsev et al. \[1999\]](#) pour les autres termes du bilan énergétique et dans [Kudryavtsev et al. \[2003a\]](#) pour la description de la répartition angulaire de l'énergie des vagues.

Le spectre à l'équilibre décrivant la partie haute fréquence du spectre s'exprime comme :

$$\Psi_{\phi_v}(k, \phi_k) = \frac{\alpha(k)}{2^{1/n(k)} k^4} \left[ \beta_{v, \phi_v}(k, \phi_k) + \left[ \beta_{v, \phi_v}(k, \phi_k) + 4I_{pc}(k)/\alpha(k) \right]^{1/2} \right]^{1/n(k)} \quad (2.22)$$

Sa fonction d'étalement, contrairement à celle d' [Elfouhaily et al. \[1997\]](#), est appliquée au terme de taux de croissance ([Kudryavtsev et al. \[2003a\]](#)) et non à l'ensemble du spectre :

$$\beta_{v, \phi_v}(k, \phi_k) = \left( C_\beta \frac{u_*^2}{c^2} - 4 \frac{vk^2}{\omega} \right) e^{-(\phi_k - \phi_v)^2} \quad (2.23)$$

Cette forme gaussienne pour la fonction d'étalement rappelle celle suggérée par [Apel \[1994\]](#) :

$$Y_{\phi_v}(k, \phi_k) = e^{-\alpha(k)(\phi_k - \phi_v)^2} \quad (2.24)$$

$$\text{avec : } \alpha(k) = 0.14 + 5.0(k/k_p)^{-1.3} \quad (2.25)$$

où  $k_p$  est le nombre d'onde de pic de la surface.

Cette formulation est basée sur les différents travaux de [Donelan et al. \[1985\]](#), [Jähne and Riemmer \[1990\]](#) et [Banner \[1990\]](#). Elle est définie pour des nombre d'ondes allant jusqu'à  $1500 \text{ rad.m}^{-1}$ .

Une représentation des spectres omnidirectionnels de hauteur et de courbure est donnée sur la figure 2.4 pour différentes valeurs de vent.

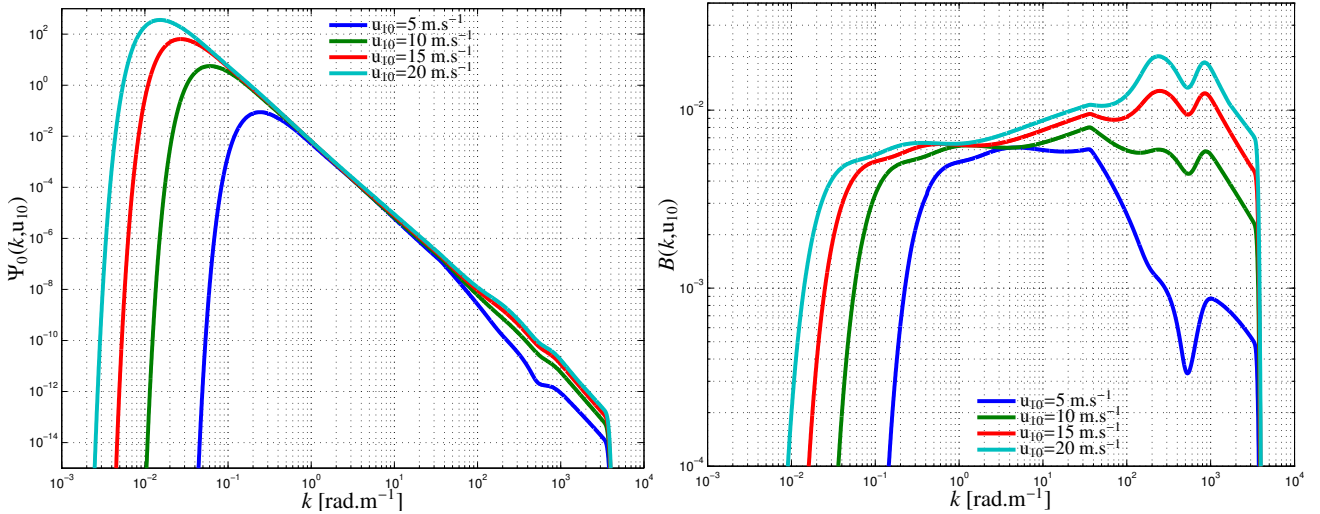


FIGURE 2.4 – Spectres de puissance de l'élévation (à gauche) et de courbures (à droite) omnidirectionnels de [Kudryavtsev et al. \[1999\]](#) pour différentes vitesses de vent à 10 m.

#### 2.1.4.4 Le spectre de Bringer

Le spectre omnidirectionnel de [Bringer et al. \[2014\]](#) est un spectre récent, optimisé pour conserver au mieux les contraintes statistiques de la surface de la mer (mss) et des mesures radar. En effet, la comparaison des mss dites "totales" (calculées sur l'ensemble du spectre) et mss dites "filtrées" (calculées sur une partie tronquée du spectre) des spectres de référence et des mss expérimentales donnent une idée de la capacité de ces spectres à représenter la répartition énergétique des vagues en fonction des échelles. De plus, dans la bande de fréquence micro-ondes les mesures de diffusion sont particulièrement sensibles aux petites longueurs d'onde des vagues.

Partant de ce constat, et dans le but d'appliquer ce spectre à des simulations de télédétection sur océan, [Bringer et al. \[2014\]](#) ont développé un modèle paramétrique simple pour le spectre

haute fréquence optimisé avec des données expérimentales en bande C, Ku et Ka, pour un large échantillon d'incidence, du Nadir aux grandes incidences et pour des vents à 10 m allant de 5 à 15  $\text{m.s}^{-1}$ .

La partie basse fréquence du spectre se base sur le spectre unifié d' [Elfouhaily et al. \[1997\]](#). La partie haute fréquence est optimisée par minimisation d'une fonction coût entre des mesures expérimentales de SERN et les valeurs calculées à partir du modèle de rétrodiffusion WCA (Weighted Curvature Approximation).

Une représentation des spectres omnidirectionnels de hauteur et de courbure de [Bringer et al. \[2014\]](#) est donnée sur la figure 2.5 pour différentes valeurs de vent.

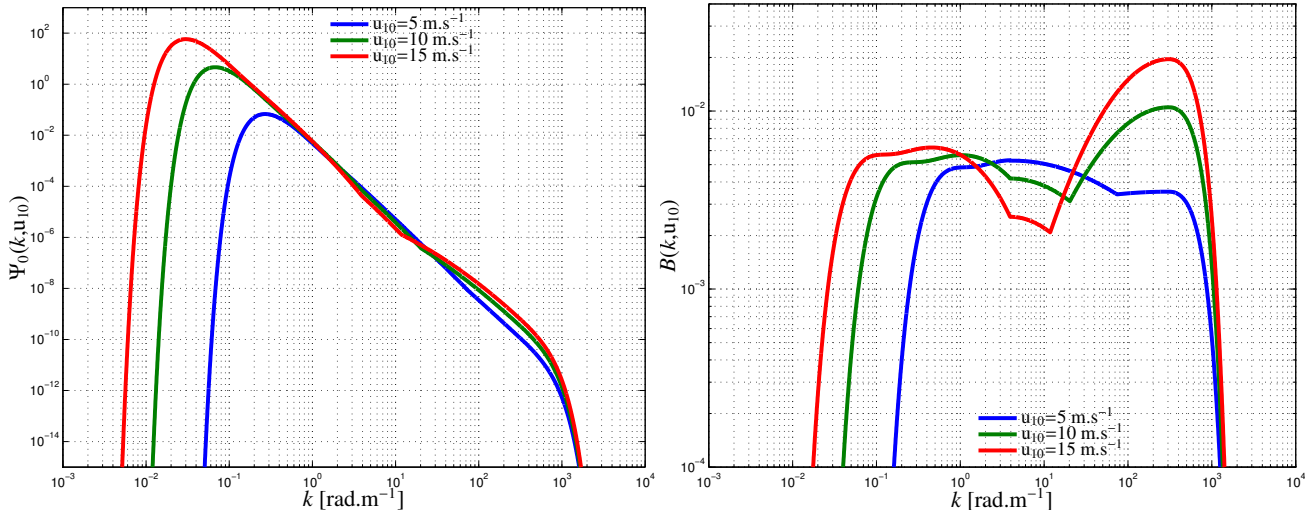


FIGURE 2.5 – Spectres de puissance de l'élévation (à gauche) et de courbures (à droite) omnidirectionnels de [Bringer et al. \[2014\]](#) pour différentes vitesses de vent à 10 m.

## 2.2 Modèles de diffusion électromagnétique

Le calcul du champ diffusé par l'interaction entre une onde électromagnétique et une surface d'eau nécessite la résolution des équations de Maxwell. La résolution rigoureuse de ces équations est cependant très limitée d'un point de vue numérique. En effet, cette résolution nécessite un maillage de la surface océanique à la longueur d'onde électromagnétique radar et n'est généralement possible que pour des vents faibles et pour les grandes longueurs d'ondes de vagues. Afin de rendre plus efficace le calcul du champ diffusé par la surface de mer, des modèles approchés ont été développés au cours des dernières décennies. L'objectif de ces modèles est la détermination de la Section Efficace Radar Normalisée (SERN).

Les modèles approchés permettent une description statistique de la SERN. Néanmoins, ces modèles ont des domaines de validité distincts. Dans ce qui suit, nous nous plaçons dans le repère cartésien  $(O, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$  où nous considérons une onde plane monochromatique incidente de longueur d'onde électromagnétique  $\lambda_0$  décrite par son champ électrique :

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{R}) = e^{i\mathbf{K}_0^- \cdot \mathbf{R}} \mathbf{E}_0 \quad (2.26)$$

où :

- $\mathbf{E}_0$  est l'amplitude vectorielle du champ incident
- $\mathbf{R} = \mathbf{r} + z\hat{z}$  est le vecteur position entre l'émetteur et la cible
- $\mathbf{K}_0^- = \mathbf{k}_0 - q_0\hat{z}$  est le vecteur d'onde de l'onde incidente

Nous définissons également :

- $\mathbf{K}^+ = \mathbf{k} + q\hat{z}$  est le vecteur d'onde de l'onde diffusée
- $K_0 = \|\mathbf{K}_0^-\| = \|\mathbf{K}^+\| = 2\pi/\lambda_0$  est la norme du nombre d'onde électromagnétique

- $\mathbf{Q} = \mathbf{K}^+ - \mathbf{K}_0^-$  est le vecteur d'Ewald que l'on exprime en fonction de sa projection dans le plan horizontale ( $\mathbf{Q}_H$ ) et sur la direction verticale ( $Q_z$ ) :  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_H + Q_z \hat{\mathbf{z}}$ , avec  $\mathbf{Q}_H = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$  et  $Q_z = q + q_0$

Le champ électrique diffusé en champ lointain s'exprime généralement sous la forme d'un développement de Rayleigh (voir [Voronovich \[1994\]](#)) :

$$\mathbf{E}_d(\mathbf{R}) = \mathbf{E}_0 \int_{\mathbb{R}^2} \frac{e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + iqz}}{q} \mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) d\mathbf{k} \quad (2.27)$$

Où  $\mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  est l'amplitude du champ diffusé. Le champ électrique est assimilé, à l'infini ( $R \rightarrow \infty$ ) et dans la direction de diffusion  $\mathbf{K}^+$ , à une onde sphérique qui s'écrit grâce à la représentation de Weyl de la fonction de Green :

$$\frac{e^{iK_0 R}}{R} = \frac{i}{2\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \frac{e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + iqz}}{q} d\mathbf{k} \quad (2.28)$$

L'expression du champ électrique devient :

$$\mathbf{E}_d = -2i\pi \frac{e^{iK_0 R}}{R} \mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \mathbf{E}_0 \quad (2.29)$$

Dans le cas d'une surface aléatoire, la moyenne d'ensemble de l'amplitude de diffusion est appelée "champ cohérent" :

$$V(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \langle \mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \rangle \quad (2.30)$$

La variance de cette amplitude de diffusion est le "champ incohérent" :

$$\Sigma^0(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \langle |\mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2 \rangle - |\langle \mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \rangle|^2 \quad (2.31)$$

elle est reliée à la section efficace radar normalisée par la relation :

$$\sigma^0 = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{A} \Sigma^0 \quad (2.32)$$

où  $\sigma^0$  représente la SERN. Dans le cas monostatique<sup>8</sup>, nous avons :  $\mathbf{K}^+ = -\mathbf{K}_0^-$ ,  $\mathbf{k} = -\mathbf{k}_0$ ,  $q = q_0$  et  $\mathbf{Q} = -2\mathbf{K}_0^-$ . Une représentation de la géométrie du problème est donnée sur la figure 2.6 ( $\theta$  correspond à l'angle d'incidence par rapport à la direction verticale  $\hat{\mathbf{z}}$  et  $\phi$  est l'angle d'azimut par rapport à la direction  $\hat{\mathbf{x}}$ ).

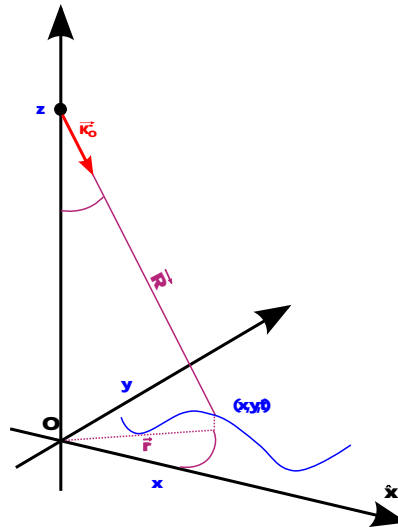


FIGURE 2.6 – Géométrie du problème de diffraction monostatique.

8. monostatique : l'émetteur fait également office de récepteur, on parle alors de signal rétrodiffusé.



Les modèles approchés permettent d'évaluer la SERN en fonction des différents paramètres de la surface. Les modèles asymptotiques de référence sont :

- La méthode des petites perturbations ou "diffusion de Bragg" (Rice [1951]), valable pour les petites rugosités.
- L'approximation du Plan Tangent ou approximation de Kirchhoff ou encore approximation de l'Optique Physique (PO<sup>9</sup>) (Beckmann and Spizzichino [1963], Valenzuela [1978]), valable pour les grandes vagues.

Les modèles dit "unifiés" tendent à réunir l'approximation de Kirchhoff et la diffusion de Bragg pour la surface océanique (Elfouhaily and Guérin [2004]). Sans être exhaustifs citons, le modèle SSA (Small Slope Approximation, Voronovich [1985, 1994a,b]), le modèle WCA (Weighted Curvature Approximation, Elfouhaily et al. [2003], Guérin et al. [2004], Guérin et al. [2010]), le modèle RCA (Resonant Curvature Approximation, Mouche et al. [2007a,b]), le modèle deux échelles (TSM : Two Scale Model, Wright [1968], Valenzuela [1978], Soriano and Guérin [2008]).

Par la suite, nous nous intéressons principalement à l'approximation de Kirchhoff dont le domaine d'application correspond au domaine d'étude de la mission SWOT, c'est-à-dire des incidences proches Nadir ( $\theta \leq 20^\circ$ ), dans la bande de fréquence micro-ondes (bande Ka) et un domaine où les effets de polarisations sont négligeables.

### 2.2.1 L'approximation du Plan Tangent

Également appelé Optique Physique (PO), c'est le modèle de référence dans le domaine micro-onde et pour les faibles incidences. Dans ce modèle, le champ diffusé localement par la surface de la mer est assimilé à la réflexion par le plan tangent local à la surface.

L'expression de l'amplitude de diffraction dans l'approximation de Kirchhoff est :

$$\mathbb{S}(\theta, \phi) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\mathbb{K}}{Q_z} \int_A e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r})} d\mathbf{r} \quad (2.33)$$

où  $\mathbb{K} = 2K_0^2 \mathcal{R}$  (avec  $\mathcal{R}$  le coefficient de réflexion de Fresnel en incidence normale) est un noyau dépendant de la longueur d'onde électromagnétique ( $K_0 = 2\pi/\lambda_0$ ) et de la permittivité électrique de la surface d'eau ( $\mathcal{R} = \frac{\sqrt{\epsilon} - 1}{\sqrt{\epsilon} + 1}$ , avec  $\epsilon$  la permittivité électrique complexe de la surface d'eau). L'intégrale de surface ci-dessus (appelée intégrale de Kirchhoff) se retrouve dans beaucoup des modèles unifiés. Dans le cas d'une surface stationnaire Gaussienne, un calcul classique de la SERN donne :

$$\sigma^0(\theta, \phi) = \frac{1}{\pi} \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_{\mathbb{R}^2} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \left[ e^{-Q_z^2[\rho(\mathbf{0}) - \rho(\mathbf{r})]} - e^{-Q_z^2 \rho(\mathbf{0})} \right] d\mathbf{r} \quad (2.34)$$

où  $\rho(\mathbf{r})$  est la fonction d'autocorrélation spatiale définie comme dans l'équation (2.6), ou comme la transformée de Fourier inverse du spectre de mer (2.11).

### 2.2.2 L'approximation de l'Optique Géométrique

Le modèle de l'Optique Géométrique (GO) a été développé en premier par Hagfors [1964]; Kodis [1966]; Barrick [1968]. Ce modèle se base sur la théorie des points spéculaires et l'approche de la phase stationnaire. Sa formulation dans le cas d'une surface isotrope est :

$$\sigma_{GO}^{iso}(\theta) = \frac{|\mathcal{R}|^2}{mss \cos^4(\theta)} e^{-\frac{\tan^2(\theta)}{mss}} \quad (2.35)$$

où  $\mathcal{R}$  est le coefficient de réflexion de Fresnel en incidence normale et le paramètre  $mss$  est la moyenne des pentes au carrés de la surface, il représente la variance des pentes de la surface.

Le modèle GO est la limite asymptotique du modèle PO pour une fréquence électromagnétique infinie :  $K_0 \rightarrow \infty$ .

9. PO pour Physical Optics, acronyme anglais

### 2.2.3 Le modèle deux échelles

Le modèle deux échelles ou TSM<sup>10</sup> est un modèle particulièrement utilisé dans le calcul de la diffusion océanique. Un des premiers à l'aborder a été Wright [1968]. Ce modèle se base sur le fait que la surface est considérée comme une superposition de grandes vagues et de petites vagues. La contribution des différentes échelles de rugosité au processus de diffusion est traitée différemment. Dans son expression classique, le modèle TSM combine le modèle de l'Optique Géométrique (GO) pour les grandes vagues et la méthode des petites perturbations pour les petites échelles de rugosité, celles-ci étant alors modulées par les pentes des grandes échelles. Un modèle deux échelles amélioré est le modèle GO-SSA, robuste à l'échelle de séparation (Soriano and Guérin [2008]).

## 2.3 Implémentation numérique

Nous présentons dans ce paragraphe l'expression des modèles de rétrodiffusion PO et GO et les méthodes d'implémentations numériques.

### 2.3.1 Implémentation numérique du modèle PO

Dans ce paragraphe, nous donnons de manière explicite l'expression du modèle PO permettant son implémentation numérique. Nous nous basons ici sur un spectre directionnel biharmonique de type Elfouhaily et al. [1997] (2.19) dont nous rappelons l'expression :

$$\Psi(k, \phi_k) = \frac{\Psi_0(k)}{2\pi k} [1 + \Delta(k) \cos(2\phi_k)] \quad (2.36)$$

La dépendance à la direction du vent se fait de manière implicite par le changement de variable  $\phi_k \rightarrow \phi_k - \phi_v$ . Il est toujours possible de se placer dans le repère lié à la direction du vent ( $O, \hat{x}_v, \hat{y}_v, \hat{z}$ ). La géométrie du problème reste la même que celle illustrée sur la figure 2.6.

#### 2.3.1.1 Calcul de la fonction d'autocorrélation

Par définition, la fonction d'autocorrélation spatiale est la transformée inverse du spectre de mer, qui s'exprime dans le repère polaire associé :

$$\rho(r, \phi_r) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \Psi(k, \phi_k) e^{ikr \cos(\phi_k - \phi_r)} dk d\phi_k \quad (2.37)$$

En plaçant l'expression (2.36) dans (2.37) nous avons :

$$\rho(r, \phi_r) = \int_0^\infty \Psi_0(k) dk \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikr \cos(\phi_k - \phi_r)}}{2\pi} d\phi_k + \int_0^\infty \Psi_0(k) \Delta(k) dk \int_0^{2\pi} \cos(2\phi_k) \frac{e^{ikr \cos(\phi_k - \phi_r)}}{2\pi} d\phi_k \quad (2.38)$$

---

10. Two Scale Model, acronyme anglais.



À partir des propriétés des fonctions de Bessel de première espèce suivante :

$$\begin{aligned}
 \int_0^{2\pi} \cos[n(\phi - \eta)] \cos[z \cos(\phi - \theta)] d\phi &= \begin{cases} (-1)^p 2\pi J_{2p}(z) \cos[2p(\theta - \eta)] & \text{si } n=2p \\ 0 & \text{si } n=2p+1 \end{cases} \\
 \int_0^{2\pi} \sin[n(\phi - \eta)] \cos[z \cos(\phi - \theta)] d\phi &= \begin{cases} (-1)^p 2\pi J_{2p}(z) \sin[2p(\theta - \eta)] & \text{si } n=2p \\ 0 & \text{si } n=2p+1 \end{cases} \\
 \int_0^{2\pi} \cos[n(\phi - \eta)] \sin[z \cos(\phi - \theta)] d\phi &= \begin{cases} 0 & \text{si } n=2p \\ (-1)^p 2\pi J_{2p+1}(z) \cos[(2p+1)(\theta - \eta)] & \text{si } n=2p+1 \end{cases} \\
 \int_0^{2\pi} \sin[n(\phi - \eta)] \sin[z \cos(\phi - \theta)] d\phi &= \begin{cases} 0 & \text{si } n=2p \\ (-1)^p 2\pi J_{2p+1}(z) \sin[(2p+1)(\theta - \eta)] & \text{si } n=2p+1 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

l'expression de la corrélation spatiale dans le cas d'un spectre de mer biharmonique de type [El-fouhaily et al. \[1997\]](#) est donnée par :

$$\rho(r, \phi_r) = \rho_0(r) + \rho_2(r) \cos(2\phi_r) \tag{2.40}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \rho_0(r) = \int_0^\infty \Psi_0(k) J_0(kr) dk & \text{la partie } \textit{isotrope} \text{ de la fonction d'autocorrélation} \\ \rho_2(r) = -\int_0^\infty \Psi_0(k) \Delta(k) J_2(kr) dk & \text{la partie } \textit{anisotrope} \text{ de la fonction d'autocorrélation} \end{cases}$$

où les  $J_n$  sont les fonctions de Bessel de première espèce.

### 2.3.1.2 Calcul de la SERN avec le modèle PO

Nous rappelons les différents paramètres utilisés par la suite :

$\theta$	: angle d'incidence
$\phi$	: angle d'azimut
$K_0 = 2\pi/\lambda_0$	: nombre d'onde de l'onde incidente
$\mathcal{R}$	: coefficient de réflexion de Fresnel en incidence normale
$\rho(r, \phi_r)$	: corrélation spatiale de la surface d'eau
$Q_H = 2K_0 \sin(\theta)$	: composante horizontale du vecteur d'Ewald
$Q_z = 2K_0 \cos(\theta)$	: composante verticale du vecteur d'Ewald
$\mathbb{K} = 2K_0^2 \mathcal{R}$	: Noyau de Kirchhoff

#### PO directionnel :

$$\sigma_{PO}^0(\theta, \phi) = \frac{1}{\pi} \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{iQ_H r \cos(\phi - \phi_r)} \left[ e^{-Q_z^2[\rho_0(0) - \rho(r, \phi_r)]} - e^{-Q_z^2 \rho_0(0)} \right] dr r d\phi_r \tag{2.41}$$

#### PO omnidirectionnel :

Le modèle omnidirectionnel est la version moyennée sur tous les azimuts du modèle directionnel :

$$\sigma_{PO}^{0omni}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma_{PO}^0(\theta, \phi) d\phi \tag{2.42}$$

$$\sigma_{PO}^{0omni}(\theta) = 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^\infty J_0[Q_H r] \left\{ I_0[Q_z^2 \rho_2(r)] e^{-Q_z^2[\rho_0(0) - \rho_0(r)]} - e^{-Q_z^2 \rho_0(0)} \right\} r dr \tag{2.43}$$

où les  $I_n$  sont les fonctions de Bessel modifiées de première espèce.

**PO isotrope :**

Le modèle isotrope est la version où l'on ne considère que la partie isotrope de la fonction d'autocorrélation spatiale ( $\rho_0$ ) :

$$\sigma_{PO}^{0iso}(\theta) = 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^\infty J_0[Q_H r] \left\{ e^{-Q_z^2[\rho_0(0) - \rho_0(r)]} - e^{-Q_z^2 \rho_0(0)} \right\} r dr \quad (2.44)$$

Le modèle de SERN dans l'approximation de Kirchhoff est le modèle de référence de la SERN à faible incidence. Les expressions de cette SERN données précédemment ont cependant l'inconvénient d'être assez consommatrice en temps de calcul, principalement la version directionnelle du modèle (on calcul une intégrale de surface numérique). Une méthode de développement de l'expression (2.41) en une série harmonique permet une implémentation numérique beaucoup plus simple :

$$\sigma_{PO}^0(\theta, \phi) = 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \left\{ a_0 + \sum_{n=1}^\infty a_n \cos(2n\phi) \right\} \quad (2.45)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} a_0 = \int_0^\infty J_0[Q_H r] \left\{ I_0[Q_z^2 \rho_2(r)] e^{-Q_z^2[\rho_0(0) - \rho_0(r)]} - e^{-Q_z^2 \rho_0(0)} \right\} r dr \\ a_n = 2 \int_0^\infty I_n(Q_z^2 \rho_2(r)) J_{2n}(Q_H r) e^{-Q_z^2[\rho_0(0) - \rho_0(r)]} r dr \end{cases} \quad (2.46)$$

où les  $J_n$  sont les fonctions de Bessel de première espèce et les  $I_n$  les fonctions de Bessel modifiées de première espèce. Il est intéressant de noter que le premier harmonique de l'expression (2.45) n'est autre que l'expression de la SERN avec le modèle PO omnidirectionnel (2.43). Inversement, le modèle PO omnidirectionnel est la valeur moyenne du développement azimutal de l'expression du modèle PO directionnel (2.41).

**2.3.2 Implémentation numérique du modèle GO**

Nous donnons dans ce paragraphe les expressions explicites de la SERN calculée avec le modèle GO dans ses différentes configurations, permettant son implémentation numérique. Les différents paramètres sont identiques à ceux de l'implémentation numérique du modèle PO.

**GO directionnel :**

$$\sigma_{GO}^0(\theta, \phi) = \frac{|\mathcal{R}|^2}{2\sqrt{mss_x mss_y} \cos^4(\theta)} e^{-\frac{\tan^2(\theta)}{2} \left( \frac{\cos^2(\phi)}{mss_x} + \frac{\sin^2(\phi)}{mss_y} \right)} \quad (2.47)$$

**GO omnidirectionnel :**

$$\sigma_{GO}^{0omni}(\theta) = \frac{|\mathcal{R}|^2 e^{-\frac{\tan^2(\theta)}{4} \left( \frac{mss_x + mss_y}{mss_x mss_y} \right)}}{2\sqrt{mss_x mss_y} \cos^4(\theta)} I_0 \left[ \frac{\tan^2(\theta)}{4} \left( \frac{mss_y - mss_x}{mss_x mss_y} \right) \right] \quad (2.48)$$

où les  $I_n$  sont les fonctions de Bessel modifiées de première espèce.

**GO isotrope :**

$$\sigma_{GO}^{0iso}(\theta) = \frac{|\mathcal{R}|^2}{mss \cos^4(\theta)} e^{-\frac{\tan^2(\theta)}{mss}} \quad (2.49)$$

Le modèle GO est un modèle purement analytique et à l'avantage de ne se baser que sur deux paramètres dans le cas directionnel. Il est donc très utilisé dans l'ensemble des simulateurs bien

que sa précision reste limitée. Une comparaison de ces deux modèles dans le cas directionnel est donnée sur la figure 2.7 en bande Ka (36 GHz) avec comme valeur pour la permittivité complexe de l'eau de mer :  $\epsilon = 19,97 + i30,02$  (Meissner and Wentz [2004]). Une différence de presque 1 dB au Nadir est observée pour les fortes rugosité de surface. Le modèle GO sous-estime la SERN au Nadir et ne représente pas correctement l'asymétrie entre les directions upwind et crosswind représentée par le modèle de l'Optique Physique.

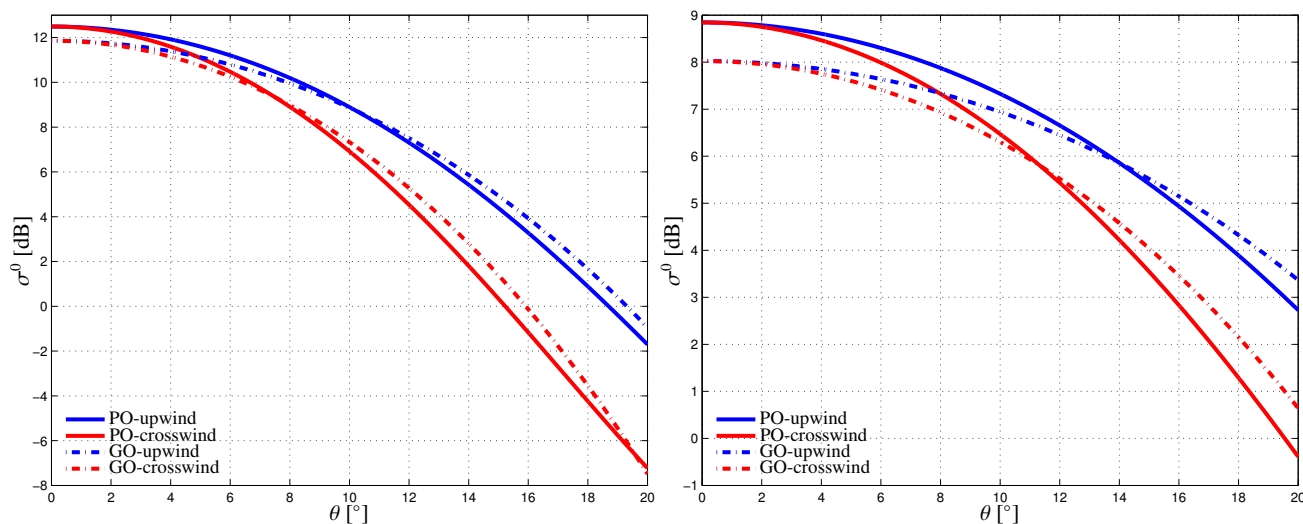


FIGURE 2.7 – Comparaison de la SERN en bande Ka en fonction de l'incidence  $\theta$  calculée avec les modèles PO (traits continus) et GO (traits pointillés) directionnels dans les directions upwind (bleu) et crosswind (rouge) pour un vent à 10m de  $6\text{m.s}^{-1}$  (à gauche) et de  $15\text{m.s}^{-1}$  (à droite) avec un spectre d'Elfouhaily et al. [1997].

# Chapitre 3

## Le modèle GO4

### Sommaire

<b>3.1 Contexte</b>	<b>35</b>
<b>3.2 Le modèle GO4</b>	<b>35</b>
3.2.1 Modèle GO4 isotrope	35
3.2.2 La courbure effective	36
3.2.3 Exemples et résultats	38
<b>3.3 Le modèle GO4 directionnel</b>	<b>41</b>
3.3.1 Modèle GO4 anisotrope ou directionnel	41
3.3.2 Modèle GO4 omnidirectionnel	43
3.3.3 Courbure effective directionnelle	43
3.3.4 Exemples de SERN directionnelle	45
3.3.5 Corrections non-gaussiennes	46
<b>3.4 Estimation de paramètres de surface à partir de données expérimentales</b>	<b>48</b>
3.4.1 TRMM	49
3.4.2 SRA	51
3.4.3 Jason 2	52
3.4.4 Synthèse des données	53
<b>3.5 Le modèle GO4 dans la simulation deux-échelles</b>	<b>55</b>
<b>3.6 Conclusions sur le modèle GO4</b>	<b>58</b>
<b>3.A Annexe - Développement du calcul deux-échelles</b>	<b>59</b>
3.A.1 Principe	59
3.A.2 Calcul de la modulation par les grandes échelles	59
3.A.2.1 Modulation dans l'approximation de Kirchhoff	59
3.A.2.2 Modulation dans le cas de l'Optique Géométrique	61

### Résumé du chapitre :

Nous présentons dans ce chapitre un modèle de rétrodiffusion proche Nadir innovant, le modèle GO4, inspiré du modèle classique de l'Optique Géométrique mais qui conserve la précision du modèle de l'Optique Physique. Ce modèle est introduit sous sa forme isotrope et ne dépend que de deux paramètres, le paramètre classique de mss totale permettant de représenter les pentes de la surface et un paramètre de courbure effective  $m_{sc_e}$  contraint par la rugosité de la surface et la longueur d'onde électromagnétique.

Les versions omnidirectionnelles et directionnelles sont exprimées ainsi que leurs versions incluant des corrections non-Gaussiennes de la surface.

Enfin, une méthode d'estimation des paramètres physiques de la surface à partir de données satellites relatives expérimentales est développée. Cette méthode consiste en l'estimation jointe des paramètres de mss et de  $m_{sc_e}$  par minimisation d'une fonction coût sur des données de SERN relatives en incidence. Elle présente l'avantage de s'affranchir des problèmes de calibration des

données. Cette méthode nécessite néanmoins une étude de sensibilité plus approfondie quant à ses conditions d'applications.

Finalement, une étude montre la validité du modèle GO4 à la simulation deux-échelles.

### 3.1 Contexte

La capacité grandissante des instruments de mesures micro-ondes spatiaux nécessite des modèles précis, simples et souples d'utilisation dans l'interprétation géophysique des jeux de données. En partant des théories asymptotiques historiques, dont le domaine de validité est limité, plusieurs modèles de diffusion ont été développés dans les trois dernières décennies (Elfouhaily and Guérin [2004]). La plupart d'entre eux ont prouvé leur efficacité pour la rétrodiffusion par les océans (par exemple Voronovich [1994a,b]; Voronovich and Zavorotny [2001]; Mouche et al. [2007a]; Soriano and Guérin [2008]; Guérin et al. [2010]), avec un large domaine de validité en terme d'angles d'incidence, de fréquences radar et d'états de mer. L'ensemble de ces modèles dits "unifiés" repose sur la connaissance du spectre de nombre d'onde de la surface de mer et leur utilisation s'en trouve donc difficile en conditions opérationnelles d'un point de vue à la fois conceptuel et technique. C'est pourquoi, le modèle classiquement utilisé pour la rétrodiffusion des surfaces d'eau est le modèle de l'Optique Géométrique (GO) (que nous rebaptisons ici "GO2" pour le différencier du modèle GO4), qui repose sur la seule distribution des pentes de la surface. Néanmoins, ce développement asymptotique est valide dans le domaine de l'optique, c'est-à-dire, pour les très petites longueurs d'ondes électromagnétique et dévie donc de la valeur réelle de la SERN dans le domaine des micro-ondes. Bien que l'utilisation d'une mss filtrée améliore la précision du modèle GO2 au Nadir, cette correction est très vite limitée en incidence. Ceci peut être partiellement corrigé par l'introduction d'une coupure dépendant de l'incidence (Thompson et al. [2005]) et introduit un choix arbitraire de paramètres.

Nous présentons dans ce chapitre une version améliorée du modèle GO2 appelée GO4. Ce modèle dépend du paramètre de mss *totale* (et non plus d'un paramètre de mss *filtrée*) et la dépendance à la longueur d'onde radar est intégrée dans un terme de diffusion prenant en compte la courbure de la surface. Pour des incidences proches Nadir, le modèle GO4 reproduit fidèlement le modèle de l'Optique Physique (PO) avec un petit nombre de paramètres. Ceci évite l'utilisation du spectre de mer qui est mal connu. Le modèle GO4 est, par construction, non polarisé et se limite donc aux incidences où les effets de polarisations sont négligeables. L'introduction d'une correction de courbure au modèle GO2 n'est pas une notion nouvelle et a déjà été abordée par des techniques perturbatives (Lynch [1970]; Rodriguez [1989, 1991]; McDaniel [2003]; Fuks [2007, 2008]). Plus récemment, une approche mathématique a été proposée, supposant une loi de Student généralisée de la distribution des pentes (Guimbard [2010]). Notre approche du modèle GO4 est basée sur le modèle de l'Optique Physique.

Nous voyons dans un premier temps les développements théoriques conduisant au modèle GO4 et la détermination du paramètre de courbure, puis nous parlons de l'intérêt de ce modèle dans l'estimation des paramètres de surface à partir de données expérimentales.

Le développement de ce modèle a fait l'objet d'une publication scientifique qui est jointe à ce manuscrit dans la partie [Communications scientifiques](#).

### 3.2 Le modèle GO4

Certains développements théoriques du modèle GO4 ont été abordés dans un premier lieu dans la thèse de Nouguier [2009]. La terminologie de "GO4" a été introduite dans le cas du modèle isotrope par Bringer et al. [2012]. Nous développons dans ce paragraphe le modèle GO4 dans le cas isotrope et introduisons la notion de courbure effective.

#### 3.2.1 Modèle GO4 isotrope

Étudions maintenant le cas particulier du spectre isotrope. Pour cela, rappelons l'expression de la fonction d'autocorrélation spatiale isotrope :

$$\rho_0(r) = \int_0^{\infty} \Psi_0(k) J_0(kr) dk \quad (3.1)$$

et le modèle PO isotrope (2.44) :

$$\sigma_{PO}^{0iso}(\theta) \simeq 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^\infty J_0[Q_H r] e^{-\frac{Q_z^2}{2} S(r)} r dr \quad (3.2)$$

où  $S(r)$  est ici la fonction de structure isotrope. Pour de grands paramètres de Rayleigh ( $Q_z^2 \rho(0)$ ), la contribution dominante dans l'intégrale de Kichhoff se situe pour des  $r$  proches de l'origine. Nous pouvons alors faire l'approximation de la fonction de structure autour de l'origine :

$$S(r) \simeq \frac{1}{2} mss r^2 \quad (3.3)$$

où  $mss$  est la  $mss$  isotrope, ou totale. En insérant ce développement dans l'intégrale de Kirchhoff précédente on retrouve l'expression du modèle GO2 isotrope (2.49) (Valenzuela [1978]) :

$$\sigma_{GO2}^{0iso}(\theta) = \frac{|\mathcal{R}|^2}{mss \cos^4(\theta)} e^{-\frac{\tan^2(\theta)}{mss}} \quad (3.4)$$

Le modèle GO2 est en principe valide pour les très petites longueurs d'ondes électromagnétiques, et devient de plus en plus précis lorsque la fréquence électromagnétique augmente. Pour des longueurs d'ondes radar micro-ondes, une correction de courbure est nécessaire afin de prendre en compte les effets de diffusion et le fait que la surface dévie de son plan tangent. Pour cela, nous effectuons un développement de Taylor de la fonction de Bessel de la fonction de structure (3.2 et 3.3) à l'ordre 4 :

$$S(r) \simeq \frac{1}{2} mss r^2 - \frac{1}{32} msc r^4 \quad (3.5)$$

où  $msc$  est la courbure totale, ou isotrope, définie par le moment d'ordre 4 du spectre (2.17) :

$$msc = \int_0^\infty k^4 \Psi_0(k) dk \quad (3.6)$$

En injectant cette approximation dans (3.2), l'expression du modèle GO4 isotrope devient :

$$\sigma_{GO4}^{0iso}(\theta) = \sigma_{GO2}^{0iso}(\theta) \left[ 1 + \frac{msc}{16K_0^2 mss^2 \cos^2 \theta} \left( \frac{\tan^4 \theta}{mss^2} - 4 \frac{\tan^2 \theta}{mss} + 2 \right) \right] \quad (3.7)$$

### 3.2.2 La courbure effective

Le modèle GO4 isotrope (3.7) dépend de deux paramètres, un paramètre de pente totale ( $mss$ ) et un paramètre de courbure total ( $msc$ ). La  $mss$  totale est un paramètre très utile car il quantifie, en termes physiques, la surface d'échange entre l'océan et l'atmosphère. En termes mathématiques, la décroissance du spectre de mer lorsque le nombre d'onde augmente assure la convergence du deuxième moment de ce spectre. Au contraire, la notion de courbure totale est mal définie, car elle fait référence à la forme pointue des vagues qui augmente pour les petites échelles. En termes mathématiques, cette courbure totale représente le moment d'ordre 4 du spectre de mer qui lui-même a une décroissance en  $k^{-4}$  et est donc très sensible au choix d'une coupure haute fréquence dans son calcul. Le paramètre utile est seulement la courbure à une échelle limitée sur le spectre. Il est bien connu que le processus de diffusion électromagnétique confère un filtre naturel sur le spectre de mer, c'est-à-dire que le radar ne voit pas les longueurs d'ondes des vagues plus petites que la longueur d'onde électromagnétique. Dans cette même idée, le modèle de l'Optique Géométrique classique a été adapté à ce que "voit" le radar via une  $mss$  dite "filtrée", ce qui correspond à diminuer la variance des pentes. Deux approches dans ce cas existe :

- La réduction de la variance des pentes par un facteur constant, par exemple une  $mss$  filtrée comme dans Wilheit [1979] :

$$mss_{filtrée} = \frac{mss}{3} \quad (3.8)$$

- La réduction de la variance des pentes en intégrant une partie coupée par un facteur constant du spectre des pentes comme par exemple (Brown [1978], Thompson [1988]) :

$$mss_{filtrée} = \int_0^{k_c} k^2 \Psi_0(k) dk \quad (3.9)$$

avec  $k_c = K_0/3$  la fréquence de coupure haute fréquence (Brown [1978]).

Ces deux différentes méthodes sont, sur le principe, similaires mais leurs résultats peuvent varier de manière significative en fonction de la rugosité de la surface considérée. De plus, il n'y a pas de raison manifeste de ne contraindre cette mss que par la fréquence de l'onde électromagnétique considérée, des facteurs géophysiques (comme la vitesse du vent par exemple) et géométrique (angles de visées) peuvent être pris en compte dans l'évaluation de cette mss filtrée (Thompson et al. [2005]). La détermination de ce paramètre de mss filtrée reste donc assez arbitraire, et ne représente pas la physique complète de la surface observée alors que ce paramètre de pente est fondamentalement contraint par l'état de la surface de mer observée. Le développement à l'ordre 4 du modèle de l'Optique Géométrique permet alors de s'affranchir du côté arbitraire de la définition d'une mss filtrée et prend donc en compte la mss totale de la surface. La msc étant un paramètre limite physique (et mathématique), il est contraint par la rugosité de la surface et la longueur d'onde électromagnétique.

Nous définissons alors une courbure dite "effective" permettant de traduire cette contrainte sur la msc totale. Nous la définissons à partir de la msc totale dans le cas isotrope et nous donnons son expression dans le cas directionnel dans le paragraphe 3.3.3.

Reprenons l'expression du développement de la fonction de structure isotrope (3.5). Cette approximation est valide proche de l'origine, et peut être utilisée pour définir la msc :

$$msc = \lim_{r \rightarrow 0} 32 \frac{\frac{1}{2} mss r^2 - S(r)}{r^4} \quad (3.10)$$

Pour des valeurs finies de  $r > 0$  la valeur totale de la msc n'est pas atteinte mais seulement une fraction de celle-ci, par exemple  $\beta(r)$  :

$$\beta(r) msc = 32 \frac{\frac{1}{2} mss r^2 - S(r)}{r^4} \quad (3.11)$$

La fonction de structure dans l'intégrale de Kirchhoff (3.2) n'est alors définie que sur un domaine d'intégration fini, par exemple :  $[0, r_e]$  qui dépend de la longueur d'onde électromagnétique. Il existe sur cet intervalle d'intégration une valeur, que nous appelons msc effective :  $msc_e$  qui minimise l'erreur de l'approximation quartique de la fonction de structure :

$$S_\beta(r) \simeq \frac{1}{2} mss r^2 - \frac{1}{32} msc_e r^4 \quad (3.12)$$

L'approximation quartique de cette fonction de structure pour des  $r$  finis ne nécessite donc pas la connaissance de la msc totale due à l'existence d'une limite finie dans l'équation (3.10). Le modèle GO4 dérivant directement du modèle de l'Optique Physique, nous choisissons alors d'optimiser le paramètre  $\beta$  afin d'obtenir l'égalité la plus proche au Nadir entre ces deux modèles. Remplacer la fonction de structure par son approximation quartique (3.12) dans (3.2) et égaliser au Nadir revient à résoudre :

$$\int_0^\infty \left( e^{-\frac{Q_z^2}{2} S(r)} - e^{-\frac{Q_z^2}{2} S_\beta(r)} \right) r dr = 0 \quad (3.13)$$

En considérant maintenant  $S_\beta$  comme une perturbation de  $S$  :

$$S(r) = S_\beta(r) + \Delta S_\beta(r) \quad (3.14)$$



avec un faible paramètre de Rayleigh  $Q_z^2 \Delta S_\beta \ll 1$ , donne :

$$\int_0^\infty e^{-\frac{Q_z^2}{2} S(r)} \left( e^{\frac{Q_z^2}{2} \Delta S_\beta(r)} - 1 \right) r dr = 0 \quad (3.15)$$

Le terme dans l'exponentielle étant très petit devant 1, nous pouvons alors linéariser l'exponentielle :

$$e^{\frac{Q_z^2}{2} \Delta S_\beta(r)} \simeq e^{\frac{Q_z^2}{2} (S(r) - \frac{1}{2} mss r^2)} \left( 1 + \frac{Q_z^2}{64} msc_e r^4 \right) \quad (3.16)$$

En remplaçant (3.16) dans (3.15) la msc effective optimale s'exprime :

$$msc_e = \frac{64}{Q_z^2} \frac{\int_0^\infty e^{-\frac{Q_z^2}{2} S(r)} \left( e^{\frac{Q_z^2}{2} (S(r) - \frac{1}{2} mss r^2)} - 1 \right) r dr}{\int_0^\infty e^{-\frac{Q_z^2}{4} mss r^2} r^5 dr} \quad (3.17)$$

La msc effective dépend à la fois des paramètres physiques de rugosité de la surface à travers la mss totale et la fonction de structure (qui dépend de l'autocorrélation spatiale de la surface), et de la longueur d'onde électromagnétique à travers le paramètre  $Q_z$  que l'on rappelle pour sa valeur au Nadir :  $Q_z = 2K_0$ .

Nous espérons obtenir une msc effective de l'ordre de grandeur du moment d'ordre 4 du spectre coupé à la longueur d'onde électromagnétique, nous définissons alors un paramètre  $\alpha$  sans dimension de telle sorte que :

$$msc_e = \int_0^{\alpha K_0} k^4 \Psi_0(k) dk \quad (3.18)$$

À la différence du paramètre  $\beta$  (3.11) défini précédemment, ce paramètre  $\alpha$ , qui devrait être proche de 1, ne nécessite pas la connaissance préalable de la msc totale. Nous donnons des exemples de ces paramètres dans le paragraphe 3.2.3 suivant.

### 3.2.3 Exemples et résultats

Nous présentons dans ce paragraphe les principaux exemples de calcul de la msc effective isotrope (3.17), ainsi que l'estimation du paramètre  $\alpha$  de coupure haute fréquence du spectre (3.18) dans le cas des spectres de mer d'Elfouhaily et al. [1997], de Kudryavtsev et al. [1999] ainsi que de Bringer et al. [2014]. Nous estimons ces paramètres pour 3 différentes bandes de fréquences micro-ondes, à savoir, la bande C ( $f_0=5,35$  GHz), la bande Ku ( $f_0=13,6$  GHz) et la bande Ka ( $f_0=36$  GHz). Nous comparons également les résultats de calcul de SERN isotrope avec les modèles PO et GO2 pour un spectre de mer d'Elfouhaily et al. [1997].

#### • Paramètre de coupure haute fréquence $\alpha$ :

Nous avons représenté sur la figure 3.1 suivante l'évolution du paramètre de coupure haute fréquence  $\alpha$  (3.18) en fonction du vent à 10 m pour les 3 bandes de fréquences et les 3 spectres omnidirectionnels cités précédemment. Le paramètre de coupure haute fréquence  $\alpha$  reste relativement stable en fonction de la vitesse du vent, il augmente progressivement avec la vitesse du vent. Lorsque la fréquence électromagnétique augmente (de la bande C à la bande Ka), le paramètre de coupure haute fréquence  $\alpha$  tend vers sa valeur unitaire correspondant à une coupure au nombre d'onde électromagnétique sur le spectre.

Les valeurs approximatives du paramètre  $\alpha$  sont :  $\alpha \simeq 1$  en bande Ka,  $\alpha \simeq 2$  en bande Ku et  $\alpha \simeq 2,5$  en bande C.

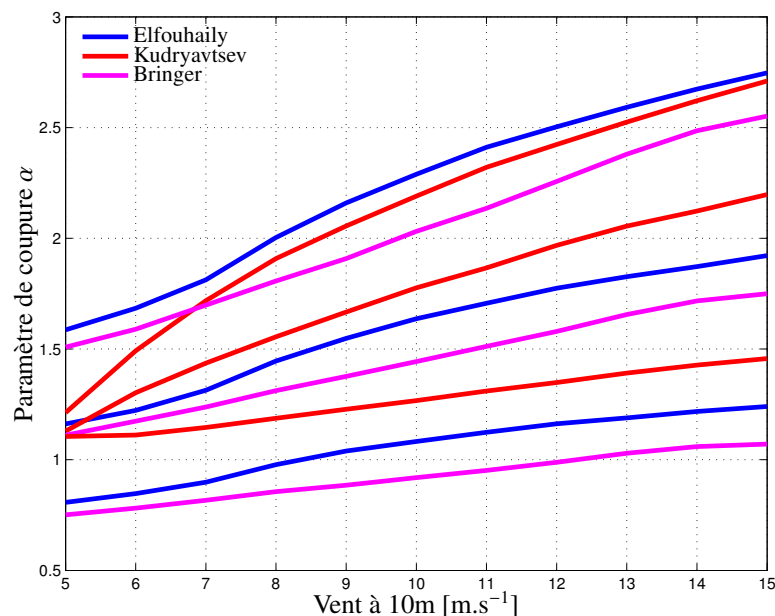


FIGURE 3.1 – Évolution du paramètre de coupure haute fréquence  $\alpha$  en fonction de la vitesse du vent et de la fréquence électromagnétique pour trois différents modèles de spectres omnidirectionnels : Elfouhaily et al. [1997] (bleu), Kudryavtsev et al. [1999] (rouge) et Bringer et al. [2014] (magenta). Les différentes fréquences électromagnétiques représentées sont : la bande C (courbes hautes), la bande Ku (courbes du milieu) et la bande Ka (courbes du bas).

• Courbure effective isotrope  $m_{sc_e}$  :

Nous avons représenté sur la figure 3.2 l'évolution du paramètre de courbure effective isotrope  $m_{sc_e}$  (3.17 ou 3.18) en fonction du vent à 10 m pour les 3 bandes de fréquences et les 3 spectres omnidirectionnels cités précédemment. Comme attendu, et à l'inverse du paramètre de coupure haute fréquence  $\alpha$ , la  $m_{sc}$  effective isotrope augmente rapidement lorsque la vitesse du vent augmente et/ou la fréquence électromagnétique augmente. Des variations importantes sont observées entre les différents modèles spectraux (jusqu'à 20-30% d'écart relatif entre modèles).

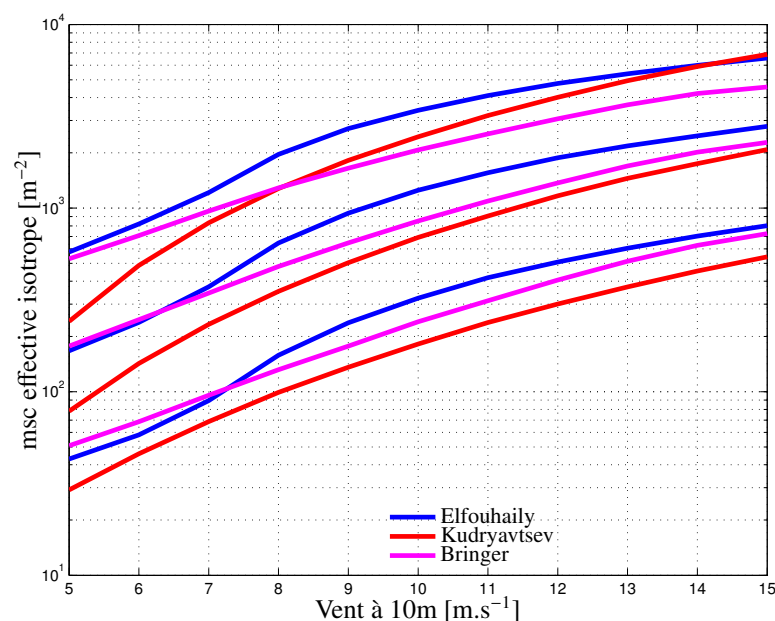


FIGURE 3.2 – Évolution du paramètre de courbure effective isotrope  $m_{sc_e}$  pour les mêmes conditions que la figure 3.1, à la différence que la bande C est représentée par les courbes du bas et la bande Ka par les courbes du haut.

• SERN isotrope avec le modèle GO4 :

Nous avons représenté la SERN isotrope pour les 3 bandes de fréquences C (figure 3.3), Ku (figure 3.4) et Ka (figure 3.5) pour deux conditions de vent à 10 m, un vent de  $6 \text{ m.s}^{-1}$  et de  $15 \text{ m.s}^{-1}$ . Les SERN isotropes sont calculées avec le modèle GO4 isotrope (3.7) et la courbure effective isotrope  $m_{sc_e}$  comme illustrée sur la figure 3.2 avec un spectre omnidirectionnel d'Elfouhaily et al. [1997]. Nous avons ajouté la comparaison avec notre modèle de référence de l'Optique Physique (PO), avec le modèle de l'Optique Géométrique (GO2) calculé avec une mss totale et calculé avec une mss filtrée à  $K_0/3$  (Brown [1978]), qui est actuellement très utilisé dans les simulations. Plus la fréquence est élevée (approximation haute-fréquence du PO) et plus la surface de la mer est "rugueuse" (plus le vent est fort), plus le modèle GO4 est précis et se superpose au modèle PO. En bande C et pour des vents faibles, le modèle GO2 avec une mss filtrée à  $K_0/3$  est meilleur pour représenter le modèle PO. Cependant, lorsque la bande de fréquence augmente, nous constatons un écart, principalement sur la valeur attendue au Nadir de l'ordre de 0,1 dB en bande Ka. Cette erreur va jusqu'à environ 1 dB lorsque le vent vaut  $15 \text{ m.s}^{-1}$ . Le modèle GO2 avec mss totale sous-estime la SERN isotrope au Nadir, alors que le modèle GO2 avec mss filtrée à  $K_0/3$  la surestime. Pour les vents modérés et supérieur ( $\gtrsim 10 \text{ m.s}^{-1}$ ), le GO4 représente de manière excellente le modèle PO pour les 20 premiers degrés d'incidence en bande Ka, les 12 premiers degrés d'incidence en bande Ku et les 10 premiers degrés d'incidence en bande C.

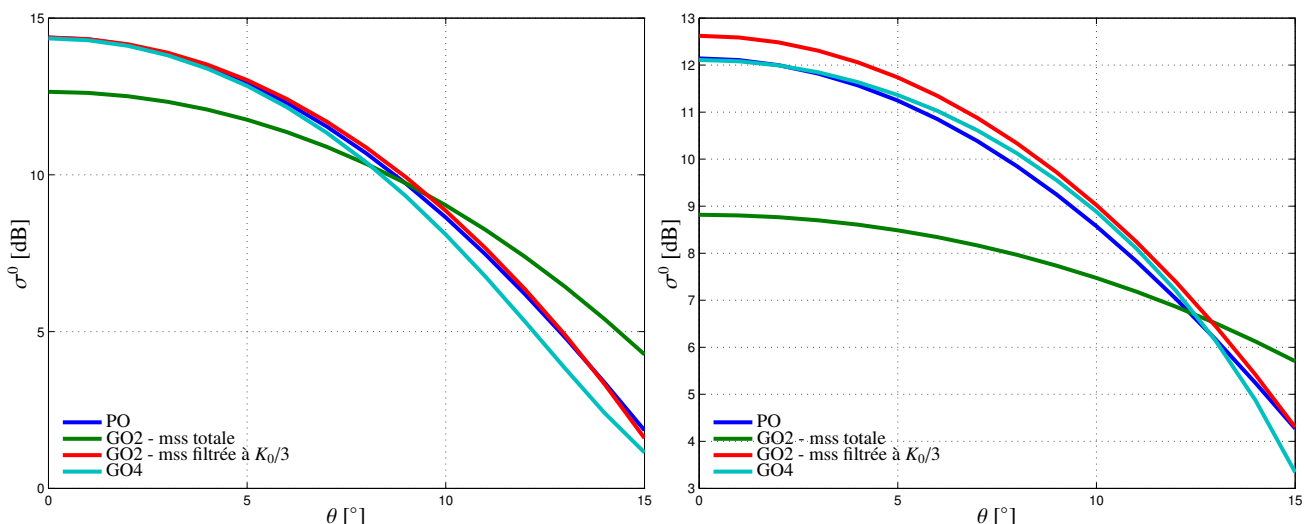


FIGURE 3.3 – Comparaison de la SERN isotrope en bande C calculée avec les modèles PO (bleu), GO2 avec mss totale (vert), GO2 avec mss filtrée à  $K_0/3$  (rouge) et GO4 (cyan) pour différentes incidences  $\theta$  et pour un vent à 10 m de  $6 \text{ m.s}^{-1}$  (à gauche) et de  $15 \text{ m.s}^{-1}$  (à droite).

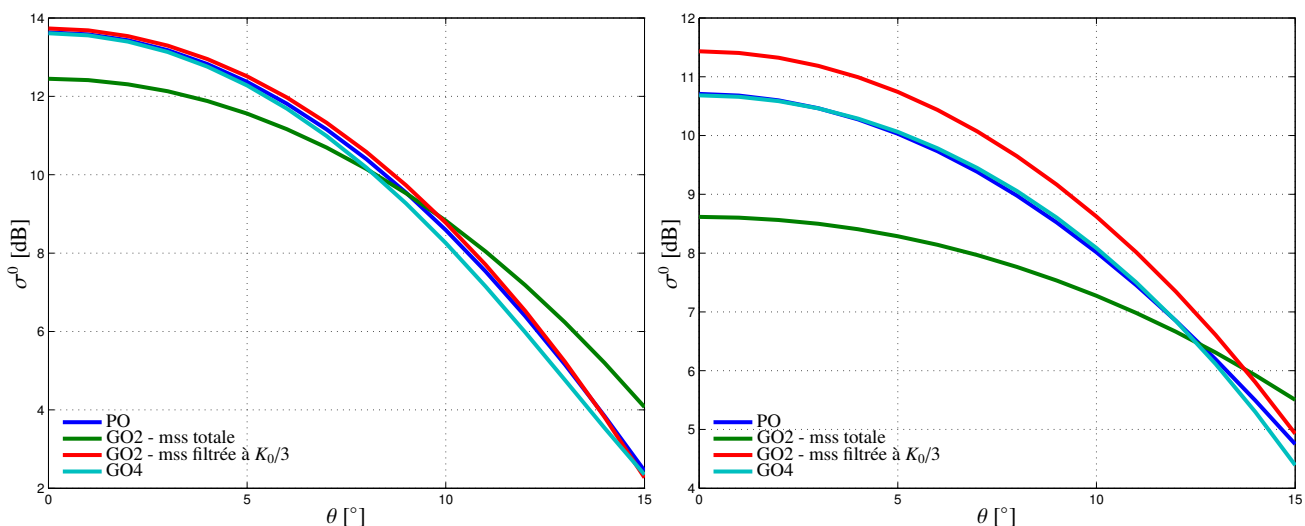


FIGURE 3.4 – Idem figure 3.3 mais en bande Ku.

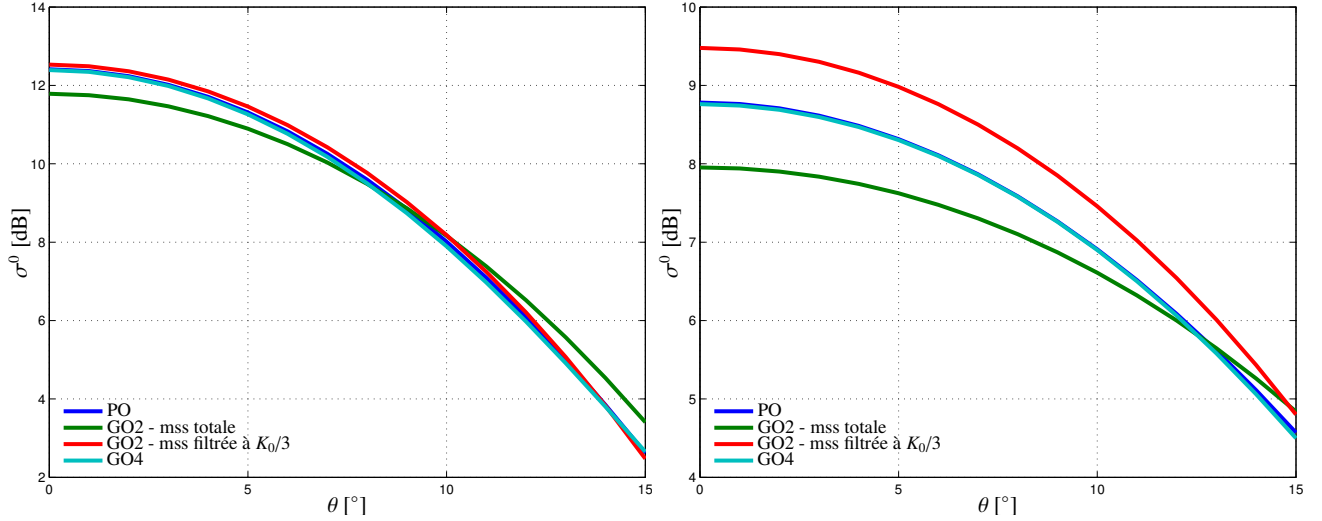


FIGURE 3.5 – Idem figure 3.3 mais en bande Ka.

### 3.3 Le modèle GO4 directionnel

Nous développons dans ce paragraphe le modèle GO4 dans le cas d'une surface anisotrope ainsi que son modèle omnidirectionnel et l'expression des courbures effectives directionnelles permettant l'implémentation numérique de ce modèle. Finalement, nous incluons des corrections non-gaussiennes au modèle GO4.

#### 3.3.1 Modèle GO4 anisotrope ou directionnel

Nous développons dans ce paragraphe le modèle GO4 dans le cas de surface anisotrope gaussienne. Rappelons l'expression du modèle GO2 dans le cas anisotrope (2.47) :

$$\sigma_{\text{GO2}}^0(\theta, \phi) = \frac{|\mathcal{R}|^2}{2\sqrt{\text{mss}_x \text{mss}_y} \cos^4(\theta)} e^{-\frac{\tan^2(\theta)}{2} \left( \frac{\cos^2(\phi)}{\text{mss}_x} + \frac{\sin^2(\phi)}{\text{mss}_y} \right)} \quad (3.19)$$

où  $\text{mss}_x$  et  $\text{mss}_y$  sont les moyennes des pentes directionnelles dans les directions upwind et crosswind, qui sont définies, dans le cas d'un spectre directionnel de la forme  $\Psi(\mathbf{k})$  par :

$$\text{mss}_x = \int_{\mathbb{R}^2} k_x^2 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad ; \quad \text{mss}_y = \int_{\mathbb{R}^2} k_y^2 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (3.20)$$

Rappelons également l'expression du modèle de l'Optique Physique (2.41) :

$$\sigma_{\text{PO}}^0(\theta, \phi) \simeq \frac{1}{\pi} \frac{|\mathbf{k}|^2}{Q_z^2} \Phi(\mathbf{Q}) \quad \text{avec} \quad \Phi(\mathbf{Q}) = \int_{\mathbb{R}^2} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-\frac{Q_z^2}{2} S(\mathbf{r})} d\mathbf{r} \quad (3.21)$$

où la partie cohérente du signal ( $e^{-Q_z^2 \rho(\mathbf{0})}$ ) est supposée nulle. Soit la fonction de structure à 2 points de la surface :

$$S(\mathbf{r}) = 2 [\rho(\mathbf{0}) - \rho(\mathbf{r})] \quad (3.22)$$

En effectuant un développement de Taylor à l'ordre 4 de la fonction de structure autour de  $\mathbf{0}$  nous avons :

$$S(x, y) \simeq \text{mss}_x x^2 + \text{mss}_y y^2 - \frac{1}{12} (\text{msc}_x x^4 + 6\text{msc}_{xy} x^2 y^2 + \text{msc}_y y^4) \quad (3.23)$$

où nous identifions les termes :

$$\begin{aligned} \text{msc}_x &= \int k_x^4 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \\ \text{msc}_y &= \int k_y^4 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \\ \text{msc}_{xy} &= \int k_x^2 k_y^2 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Notons que les mss et msc totales s'expriment comme :

$$\begin{aligned} \text{mss} &= \int k^2 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \text{mss}_x + \text{mss}_y \\ \text{msc} &= \int k^4 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \text{msc}_x + \text{msc}_y + 2\text{msc}_{xy} \end{aligned} \quad (3.25)$$

En remplaçant S par son développement de Taylor (3.23) dans  $\Phi(\mathbf{Q})$  et en développant au 1er ordre le terme d'ordre 4 dans l'exponentielle nous obtenons :

$$\Phi(\mathbf{Q}) \simeq \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{iQ_{Hx}x} e^{-\frac{Q_z^2}{2}x^2\text{mss}_x} e^{iQ_{Hy}y} e^{-\frac{Q_z^2}{2}y^2\text{mss}_y} \left\{ 1 + \frac{Q_z^2}{24} [\text{msc}_x x^4 + \text{msc}_y y^4 + 6\text{msc}_{xy} x^2 y^2] \right\} dx dy \quad (3.26)$$

où  $Q_{Hx}$ , respectivement  $Q_{Hy}$ , est la projection sur l'axe  $\hat{\mathbf{x}}$ , respectivement  $\hat{\mathbf{y}}$  de la composante horizontale du vecteur d'Ewald  $\mathbf{Q}_H$ .

En intégrant maintenant selon  $x$  puis  $y$  et en utilisant les propriétés des transformées de Fourier des fonctions gaussiennes nous obtenons :

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{Q}) &= \frac{2\pi P_x P_y}{Q_z^2 \sqrt{\text{mss}_x \text{mss}_y}} \left\{ 1 + \frac{Q_z^2}{24} \left[ \text{msc}_x P_{-x} \frac{\partial^4}{\partial Q_{Hx}^4} (P_x) + \text{msc}_y P_{-y} \frac{\partial^4}{\partial Q_{Hy}^4} (P_y) + \dots \right. \right. \\ &\quad \left. \left. 6\text{msc}_{xy} P_{-x} \frac{\partial^2}{\partial Q_{Hx}^2} (P_x) P_{-y} \frac{\partial^2}{\partial Q_{Hy}^2} (P_y) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Avec :

$$\begin{aligned} P_x &= e^{-\frac{Q_{Hx}^2}{2Q_z^2 \text{mss}_x}} ; \quad P_y = e^{-\frac{Q_{Hy}^2}{2Q_z^2 \text{mss}_y}} \\ P_{-x} &= e^{\frac{Q_{Hx}^2}{2Q_z^2 \text{mss}_x}} ; \quad P_{-y} = e^{\frac{Q_{Hy}^2}{2Q_z^2 \text{mss}_y}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

En utilisant la relation :

$$(-1)^n e^{\frac{Q_{Hx}^2}{2Q_z^2 \text{mss}_x}} \frac{d^n}{dQ_{Hx}^n} e^{-\frac{Q_{Hx}^2}{2Q_z^2 \text{mss}_x}} = \frac{1}{Q_z^n \text{mss}_x^{n/2}} H_n \left( \frac{Q_{Hx}}{Q_z \sqrt{\text{mss}_x}} \right) \quad (3.29)$$

où les  $H_n$  sont les polynômes d'Hermite d'ordre  $n$  :

$$H_n(u) = (-1)^n e^{u^2/2} \frac{d^n}{du^n} e^{-u^2/2} \quad (3.30)$$

la formulation de la SERN anisotrope avec le modèle GO4 s'exprime finalement :

$$\sigma_{GO4}^0(\theta, \phi) = \sigma_{GO2}^0(\theta, \phi) \left\{ 1 + \frac{1}{96K_0^2 \cos^2 \theta} \left[ \frac{\text{msc}_x}{\text{mss}_x^2} H_4(X) + \frac{\text{msc}_y}{\text{mss}_y^2} H_4(Y) + 6 \frac{\text{msc}_{xy}}{\text{mss}_x \text{mss}_y} H_2(X) H_2(Y) \right] \right\} \quad (3.31)$$

où  $\sigma_{GO2}^0$  est le modèle de l'Optique Géométrique (2.47) et

$$X = \frac{\tan \theta \cos \phi}{\sqrt{\text{mss}_x}} ; \quad Y = \frac{\tan \theta \sin \phi}{\sqrt{\text{mss}_y}}$$

#### Cas des spectres biharmoniques :

Pour un spectre biharmonique de type [Elfouhaily et al. \[1997\]](#) (2.19) il est commode d'introduire les mss et msc effectives isotropes et anisotropes :

$$\begin{aligned} \text{mss}_i &= \int_0^{\infty} k^2 \Psi_0(k) dk ; \quad \text{mss}_a = \int_0^{\infty} k^2 \Psi_0(k) \Delta(k) dk \\ \text{msc}_i &= \int_0^{\alpha K_0} k^4 \Psi_0(k) dk ; \quad \text{msc}_a = \int_0^{\alpha K_0} k^4 \Psi_0(k) \Delta(k) dk \end{aligned} \quad (3.32)$$

Les 5 paramètres de pentes et de courbures se réduisent alors à 4 paramètres :

$$\begin{aligned} mss_{x/y} &= \frac{1}{2} \left( mss_i \pm \frac{mss_a}{2} \right) \\ msc_{x/y} &= \frac{1}{4} \left( \frac{3}{2} msc_i \pm msc_a \right) \\ 6msc_{xy} &= msc_x + msc_y \end{aligned} \quad (3.33)$$

### 3.3.2 Modèle GO4 omnidirectionnel

La SERN omnidirectionnelle est donnée par :

$$\sigma_{GO4}^{0omni}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma_{GO4}^0(\theta, \phi) d\phi \quad (3.34)$$

Après calculs, elle s'exprime comme :

$$\sigma_{GO4}^{0omni}(\theta) = \sigma_{GO}^{0omni}(\theta) \left\{ 1 + \frac{1}{96K_0^2 \cos^2 \theta} \left[ A_2 \frac{\tan^4 \theta}{8mss_x mss_y} - 3A_1 \frac{\tan^2 \theta}{mss_x mss_y} + 3A_0 \right] \right\} \quad (3.35)$$

Avec :

$$\begin{cases} A_2 = \left( \lambda_x \frac{mss_y}{mss_x} + \lambda_y \frac{mss_x}{mss_y} - 6\lambda_{xy} \right) \frac{I_2(U)}{I_0(U)} + 4 \left( \lambda_x \frac{mss_y}{mss_x} - \lambda_y \frac{mss_x}{mss_y} \right) \frac{I_1(U)}{I_0(U)} + \dots \\ \quad 3 \left( \lambda_x \frac{mss_y}{mss_x} + \lambda_y \frac{mss_x}{mss_y} + 2\lambda_{xy} \right) \\ A_1 = \left[ \lambda_x mss_y - \lambda_y mss_x + \lambda_{xy} (mss_y - mss_x) \right] \frac{I_1(U)}{I_0(U)} + \lambda_x mss_y + \lambda_y mss_x + \dots \\ \quad \lambda_{xy} (mss_x + mss_y) \\ A_0 = \lambda_x + \lambda_y + 2\lambda_{xy} \end{cases}$$

Où :

$$\begin{cases} U = U(\theta) = \frac{\tan^2(\theta)}{4} \left( \frac{mss_y - mss_x}{mss_x mss_y} \right) \\ \lambda_x = \frac{msc_x}{mss_x^2}; \lambda_y = \frac{msc_y}{mss_y^2}; \lambda_{xy} = \frac{msc_{xy}}{mss_x mss_y} \\ I_n : \text{les fonctions de Bessel modifiées de première espèce} \end{cases}$$

### 3.3.3 Courbure effective directionnelle

Nous définissons dans ce paragraphe la msc effective isotrope par une approche similaire à celle du paragraphe 3.2.2 et définissons également la msc effective anisotrope dans le cas d'un spectre biharmonique de type [Elfouhaily et al. \[1997\]](#) :

#### • msc effective isotrope :

Le calcul de la msc effective isotrope s'effectue en égalisant au Nadir les modèles de SERN GO4 isotrope (3.7) et PO isotrope (2.44) :

$$\sigma_{GO4}^{0iso}(\theta = 0) = \sigma_{PO}^{0iso}(\theta = 0) \quad (3.36)$$

Après calculs, le paramètre de msc effective isotrope s'exprime :

$$msc_e = 8K_0^2 mss_i^2 [2K_0^2 mss_i I_i - 1] \quad (3.37)$$

où  $I_i$  est un paramètre défini à partir de l'intégrale de Kirchhoff :

$$I_i = \int_0^\infty \left[ e^{-4K_0^2 [\rho_0(0) - \rho_0(r)]} - e^{-4K_0^2 \rho_0(0)} \right] r dr \quad (3.38)$$

avec  $\rho_0$ , la partie isotrope de l'autocorrélation spatiale de la surface (2.40) et  $mss_i$  la mss isotrope (ou totale) (3.32).

• mss effective anisotrope :

Afin de déterminer la mss effective anisotrope, nous effectuons un raisonnement similaire au cas de la mss effective isotrope mais en utilisant cette fois-ci les modèles de SERN GO4 omnidirectionnel (3.35) et PO omnidirectionnel (2.43) qui prennent en compte les effets d'anisotropie de la surface. L'égalité au Nadir s'écrit :

$$\sigma_{GO4}^{0omni}(\theta = 0) = \sigma_{PO}^{0omni}(\theta = 0) \quad (3.39)$$

Il en découle, après calculs, l'expression de la mss effective anisotrope :

$$mss_a = \frac{2mss_i^2 + mss_a^2/4}{mss_i mss_a} mss_e - 16K_0^2 \frac{(mss_i^2 - mss_a^2/4)^2}{mss_i mss_a} \left[ 2K_0^2 I_a \sqrt{mss_i^2 - \frac{mss_a^2}{4}} - 1 \right] \quad (3.40)$$

où  $I_a$  est un paramètre défini à partir de l'intégrale de Kirchhoff :

$$I_a = \int_0^\infty \left[ I_0 [4K_0^2 \rho_2(r)] e^{-4K_0^2 [\rho_0(0) - \rho_0(r)]} - e^{-4K_0^2 \rho_0(0)} \right] r dr \quad (3.41)$$

avec  $\rho_0$  la partie isotrope et  $\rho_2$  la partie anisotrope de l'autocorrélation spatiale de la surface (2.40),  $mss_i$  la mss isotrope (ou totale),  $mss_a$  la mss anisotrope (3.32) et  $mss_e$  la mss effective isotrope.

Ces deux formules de calcul de mss effective isotrope et anisotrope sont utiles pour le cas de calcul de la SERN directionnelle avec le modèle GO4. Nous avons représenté sur la figure 3.6 (à gauche) l'évolution du paramètre de courbure effective anisotrope  $mss_a$  (3.40) en fonction du vent à 10 m pour les 3 bandes de fréquences, calculé avec le spectre omnidirectionnel d'Elfouhaily et al. [1997]. Le comportement de la courbure effective anisotrope est similaire à celui de la courbure effective isotrope, en effet la  $mss_a$  augmente lorsque le vent et/ou la fréquence électromagnétique augmente. Cependant sa valeur reste plus faible que la courbure effective isotrope. L'évolution de cette courbure effective anisotrope représente entre 0,3 et 0,5 fois la courbure effective isotrope en fonction du vent et cette valeur évolue peu entre les bandes de fréquence C, Ku et Ka comme nous pouvons le constater sur la figure 3.6 (à droite).

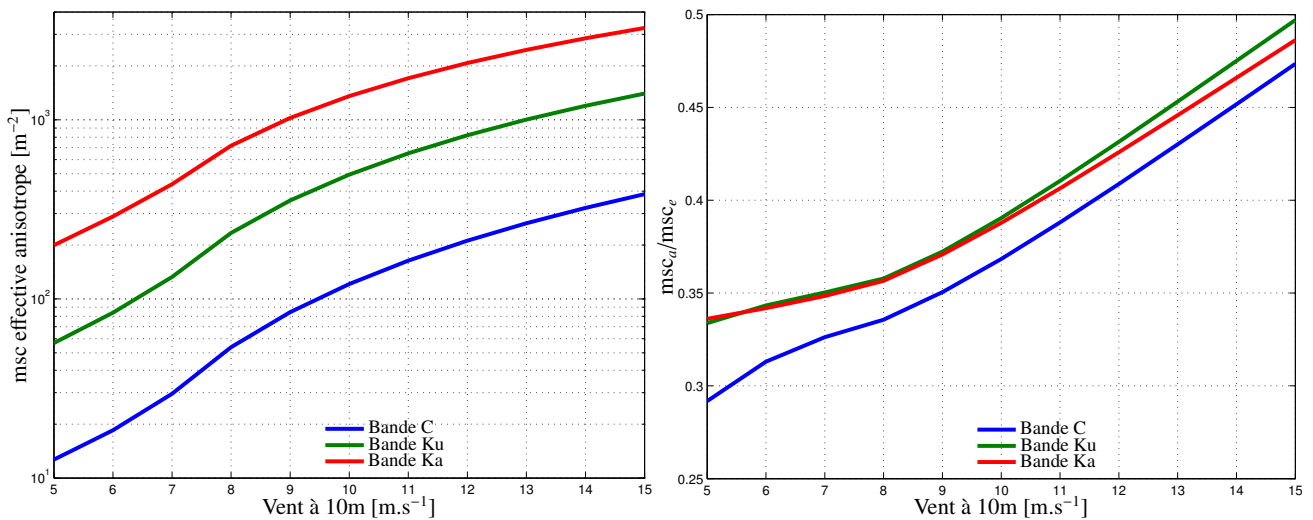


FIGURE 3.6 – Évolution du paramètre de courbure effective anisotrope  $mss_a$  (à gauche) et du rapport  $mss_a/mss_e$  (à droite) en fonction du vent à 10 m pour les 3 bandes de fréquences C (bleu), Ku (vert) et Ka (rouge), calculé avec le spectre omnidirectionnel d'Elfouhaily et al. [1997].

### 3.3.4 Exemples de SERN directionnelle

Nous avons représenté des diagrammes de SERN en incidence ainsi qu'en azimut pour les trois bandes de fréquences C (figure 3.7), Ku (figure 3.8) et Ka (figure 3.9) pour un vent à 10 m de  $10 \text{ m.s}^{-1}$ . Les différents diagrammes sont calculés avec le modèle GO4 directionnel (3.31), les courbures effectives isotrope ( $m_{sc_e}$ ) et anisotrope ( $m_{sc_a}$ ) sont calculées à partir des formules, respectivement, (3.38) et (3.40) avec un spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. Le modèle de l'Optique Physique est ajouté comme référence. Les diagrammes en incidence et azimutaux montrent que, sur l'ensemble du domaine de validité en incidence en fonction de la bande de fréquence utilisée, le modèle GO4 représente de manière précise le comportement azimutal de la SERN directionnelle. Pour l'ensemble des bandes de fréquence illustrées, il apparaît que l'erreur de modélisation de la SERN est la plus importante dans les directions crosswind ( $\phi = 90^\circ$  et  $\phi = 270^\circ$ ) mais reste néanmoins faible. En conclusion, sur le domaine de validité en incidence propre à la bande de fréquence utilisée et à la rugosité de surface observée, le modèle GO4 directionnel représente de manière précise l'évolution azimutale de la SERN.

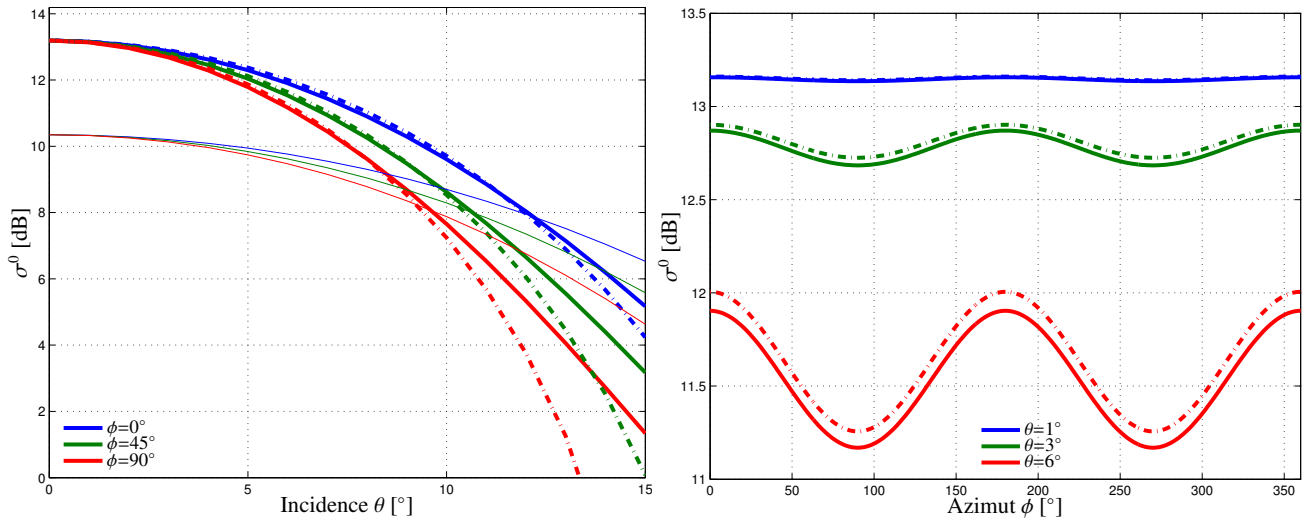


FIGURE 3.7 – Comparaison de la SERN directionnelle en bande C calculée avec le modèle PO (traits épais continus) et le modèle GO4 (traits épais pointillés) pour un spectre d'Elfouhaily et al. [1997] et un vent à 10 m de  $10 \text{ m.s}^{-1}$ . À gauche, diagramme en incidence pour les azimuts  $\phi=0^\circ$  (direction upwind),  $\phi = 45^\circ$  et  $\phi = 90^\circ$  (direction crosswind). Le modèle GO2 avec mss totale est ajouté en traits fins pour comparaison. À droite, diagramme azimutal pour différents angles d'incidences.

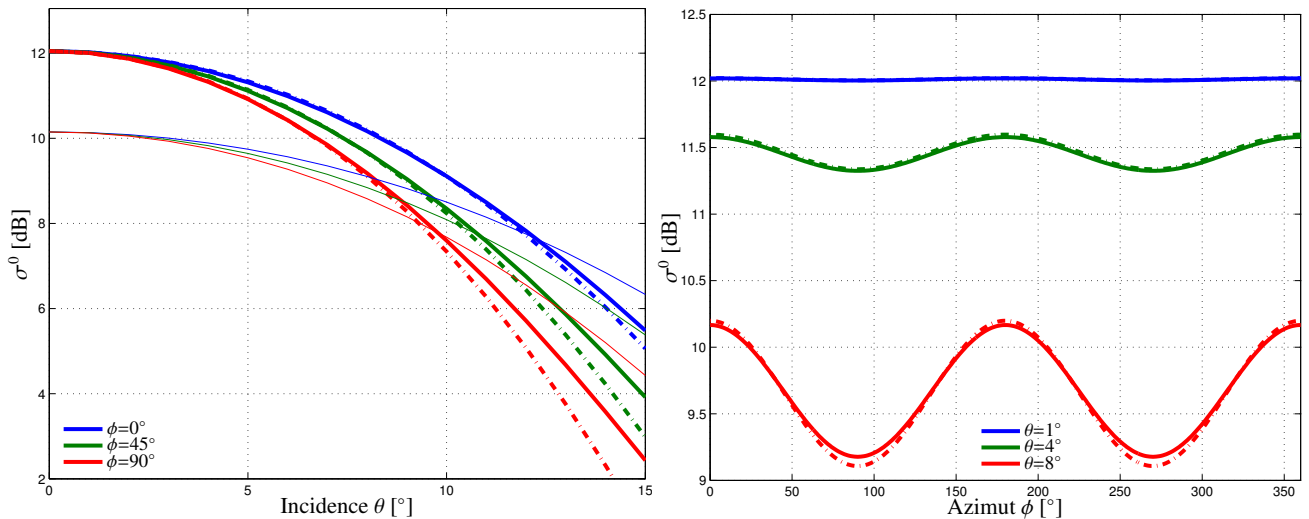


FIGURE 3.8 – Idem figure 3.7 mais en bande Ku.



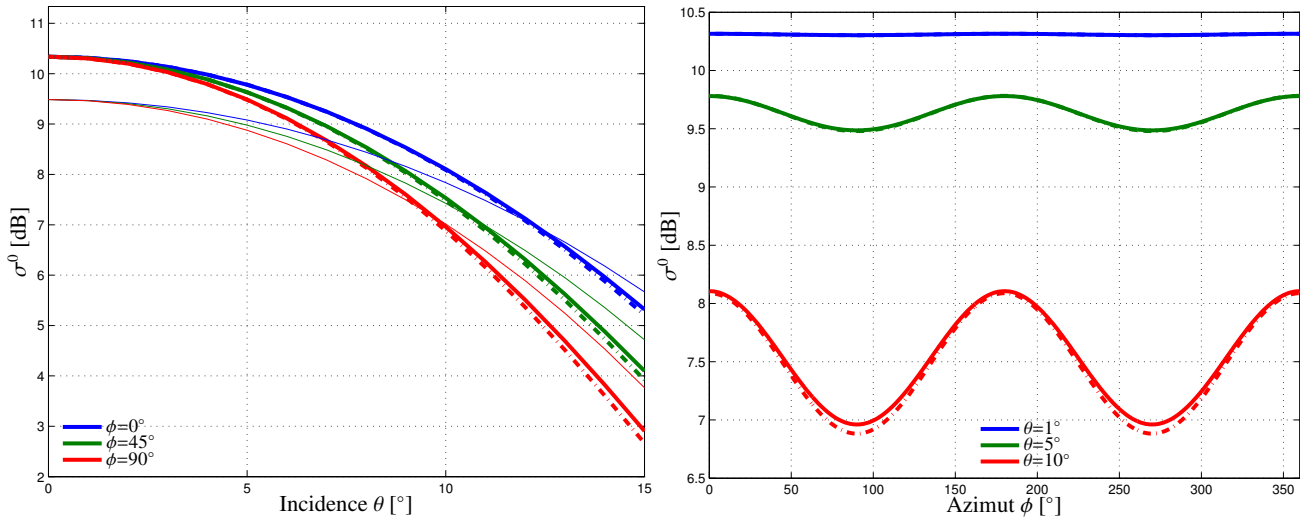


FIGURE 3.9 – Idem figure 3.7 mais en bande Ka.

### 3.3.5 Corrections non-gaussiennes

De nombreuses observations ont montré que la supposition de statistique Gaussienne dans la distribution des hauteurs d'eau (Kinsman [1960], Toffoli et al. [2008]) et des pentes (Cox and Munk [1954, 1956], Huang et al. [1984], Bréon and Henriot [2006], Walsh et al. [2008]) s'écarte de la réalité.

Dans le cas de surface faiblement non-Gaussienne, la déviation de la distribution des hauteurs est généralement représentée par un développement de Gram-Charlier unidimensionnel, et celle des pentes par un développement bi-dimensionnel de Gram-Charlier de ces mêmes distributions. L'intégrale de Kirchhoff admet alors un terme correctif correspondant à un développement en cumulant de sa fonction caractéristique à deux points :

$$\sigma_{PO}^0(\theta, \phi) = \frac{1}{\pi} \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_{\mathbb{R}^2} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-\frac{Q_z^2}{2} S(\mathbf{r}) + i\frac{Q_z^3}{6} S_3(\mathbf{r}) + \frac{Q_z^4}{24} S_4(\mathbf{r})} d\mathbf{r} \quad (3.42)$$

où  $S_3$  et  $S_4$  sont les fonctions de skewness, respectivement de kurtosis :

$$\begin{aligned} S_3(\mathbf{r}) &= \langle [\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0})]^3 \rangle \\ S_4(\mathbf{r}) &= \langle [\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0})]^4 \rangle - 3\langle [\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0})]^2 \rangle^2 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Ces fonctions traduisent, pour la skewness, l'asymétrie upwind-downwind des vagues et pour le kurtosis, la différence de forme entre le pic (plus pointu) et le creux des vagues (plus arrondi). Un développement de Taylor à l'ordre 4 de ces fonctions autour de l'origine donne :

$$\begin{aligned} S_3(x, y) &\simeq \lambda_{30} \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{3/2} x^3 + \lambda_{03} \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{3/2} y^3 + 3\lambda_{21} \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{1/2} x^2 y \\ &\quad + 3\lambda_{12} \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{1/2} \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle x y^2 \\ S_4(x, y) &\simeq \lambda_{40} \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^2 x^4 + \lambda_{04} \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^2 y^4 + 6\lambda_{22} \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle x^2 y^2 \end{aligned} \quad (3.44)$$

où les  $\lambda_{mn}$  sont les nombres sans dimensions :

$$\lambda_{mn} = \frac{\langle (\partial_x \eta)^m (\partial_y \eta)^n \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{m/2} \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{n/2}} \quad (3.45)$$

D'après les observations de Cox and Munk [1954], les coefficients  $\lambda_{31}$  et  $\lambda_{13}$  sont nuls, ils n'apparaissent donc pas dans le développement de la fonction de kurtosis. En effet, il n'y a pas d'asymétrie des vagues dans la direction crosswind :

$$\lambda_{31} = \lambda_{13} = 0 \quad (3.46)$$

l'expression (3.28) permet d'identifier les  $mss_x$  et  $mss_y$  qui sont, par définition, égales à :

$$mss_x = \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle \quad ; \quad mss_y = \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle \quad (3.47)$$

l'expression des fonctions de skewness et de kurtosis devient donc :

$$\begin{cases} S_3(x, y) \simeq \lambda_{30} mss_x^{3/2} x^3 + \lambda_{03} mss_y^{3/2} y^3 + 3\lambda_{21} mss_x mss_y^{1/2} x^2 y \\ \quad + 3\lambda_{12} mss_x^{1/2} mss_y x y^2 \\ S_4(x, y) \simeq \lambda_{40} mss_x^2 x^4 + \lambda_{04} mss_y^2 y^4 + 6\lambda_{22} mss_x mss_y x^2 y^2 \end{cases} \quad (3.48)$$

Les expressions (3.48) sont valables pour des petites valeurs de  $r$  des fonctions de skewness et de kurtosis. Pour de grandes distances  $r$ , le comportement de ces fonctions est mal connu. Seul des hypothèses ont été faites dans le cas de la skewness, comme dans les travaux de [Chen et al. \[1992, 1993\]](#), [Bourlier \[2004\]](#) ou plus récemment dans les travaux de [Caulliez and Guérin \[2012\]](#). Dans le cas de la fonction de kurtosis les travaux de [Bourlier \[2004\]](#) et ceux de [Caulliez and Guérin \[2012\]](#) permettent une estimation de cette fonction.

En injectant l'expression des fonctions  $S_3$  et  $S_4$  (3.48) ainsi que l'expression de la fonction de structure  $S$  (3.5) dans l'intégrale de Kirchhoff non-Gaussienne (3.42), le modèle GO4 anisotrope non-Gaussien s'exprime :

$$\begin{aligned} \sigma_{GO4}^0(\theta, \phi) = \sigma_{GO2}^0(\theta, \phi) & \left\{ 1 + \frac{1}{24Q_z^2} \left[ \left( \frac{mss_x}{mss_y^2} + \lambda_{40} Q_z^2 \right) H_4(X) + \left( \frac{mss_y}{mss_x^2} + \lambda_{04} Q_z^2 \right) H_4(Y) \right. \right. \\ & + 6 \left( \frac{mss_{xy}}{mss_x mss_y} + \lambda_{22} Q_z^2 \right) H_2(X) H_2(Y) \Big] \\ & \left. + \frac{1}{6} \left[ \lambda_{30} H_3(X) + \lambda_{03} H_3(Y) + 3\lambda_{21} H_2(X) H_1(Y) + 3\lambda_{12} H_1(X) H_2(Y) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Une formule similaire a été développée par [McDaniel \[2003\]](#) basée sur un développement en cumulants de la fonction de structure. Cependant cette dernière résulte du simple développement en cumulants de la fonction de distribution des pentes, et donc uniquement de l'aspect non-Gaussien de la surface, mais ne prend pas en compte la courbure géométrique de la surface.

Dans le cas de surface isotrope, les différents paramètres du modèle GO4 non-Gaussien anisotrope se simplifient :

$$\begin{cases} mss_x = mss_y = \frac{1}{2} mss \\ msc_x = msc_y = 3mss_{xy} = \frac{3}{8} msc \\ \lambda_{30} = \lambda_{03} = \lambda_{12} = \lambda_{21} = 0 \\ \lambda_{40} = \lambda_{04} = 3\lambda_{22} = \lambda_4 \end{cases} \quad (3.50)$$

L'expression du modèle GO4 isotrope non-Gaussien est donc :

$$\sigma_{GO4}^{0iso}(\theta) = \sigma_{GO2}^{0iso}(\theta) \left[ 1 + \left( \frac{mss_e}{4Q_z^2 mss^2} + \frac{\lambda_4}{6} \right) \left( \frac{\tan^4 \theta}{mss^2} - 4 \frac{\tan^2 \theta}{mss} + 2 \right) \right] \quad (3.51)$$

Nous retrouvons l'expression de la SERN isotrope du modèle GO4 Gaussien (3.7) avec une  $mss$  effective augmentée de la contribution de l'excès de kurtosis  $\lambda_4$ . Une simple identification entre les modèles permet d'écrire, avec une notation triviale :

$$mss_e|_{NG} = mss_e|_G + \frac{2}{3} \lambda_4 mss^2 Q_z^2 \quad (3.52)$$

Nous avons représenté sur la figure 3.10 l'évolution du paramètre de courbure effective isotrope non-gaussien en prenant comme paramètre  $\lambda_4=0,4$  quasi-constant estimé par [Cox and Munk \[1954\]](#). La correction de kurtosis apportée ici devient importante en bande Ka, en effet on observe

une augmentation de la msc effective de presque 50%. Il faut préciser que la valeur du kurtosis utilisée ici, trouvée expérimentalement par [Cox and Munk \[1954\]](#), n'est pas seulement due à la forme plus ou moins pointue des vagues (l'apparition des très petites pentes et des très grandes pentes est plus fréquente en réalité que la prévision faite par la statistique gaussienne) mais aussi à la nature composée des statistiques des pentes de la mer, comme développé dans [Chapron et al. \[2000\]](#). Finalement, il est important de noter que la variation des statistiques au sein de différentes scènes de mer résulte simplement en une augmentation de la msc effective calculée dans le cas de statistiques purement gaussiennes.

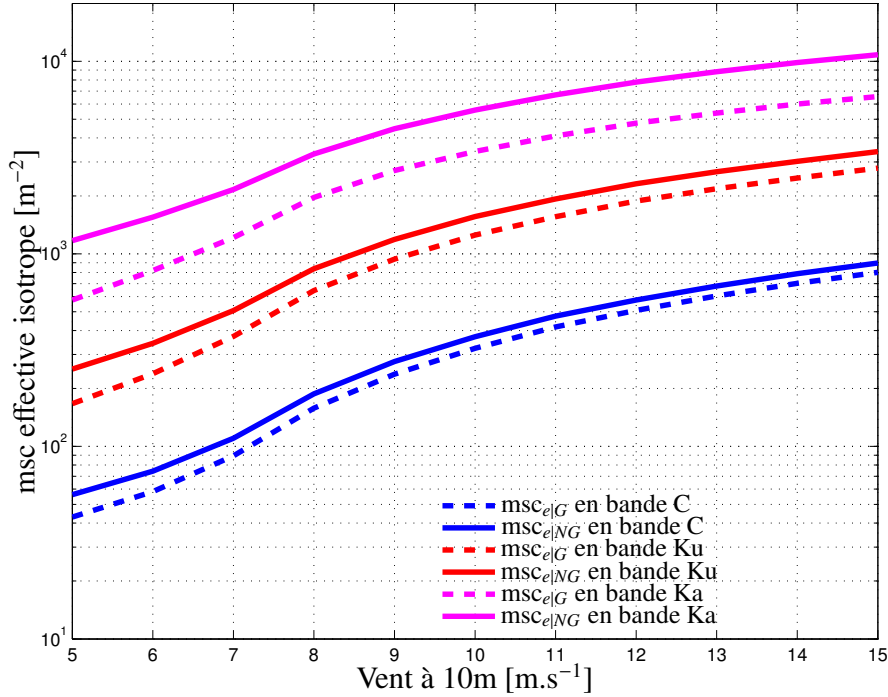


FIGURE 3.10 – Comparaison de la courbure effective isotrope gaussienne ( $msc_{e|G}$ ) et non-gaussienne ( $msc_{e|NG}$ ) en fonction du vent, calculée avec un spectre omnidirectionnel d'[Elfouhaily et al. \[1997\]](#) pour différentes bandes de fréquences.

### 3.4 Estimation de paramètres de surface à partir de données expérimentales

Le modèle GO4 isotrope présente l'avantage de ne posséder que deux paramètres : la mss isotrope ou totale, qui est un paramètre intrinsèque à la surface étudiée, à la différence de la mss filtrée qui est une mss "vue par le radar" et dépend donc de la configuration électromagnétique considérée et le paramètre de courbure effective isotrope  $msc_e$ , qui permet une connaissance assez étendue en incidence de la SERN à partir du Nadir. La principale difficulté dans l'évaluation des paramètres de mss et de msc à partir de données aéroportées ou spatiales vient de la calibration absolue de ces données. En effet, prenons pour exemple un simple modèle GO2, son expression au Nadir est alors :

$$\sigma_{GO2}^{0iso}(0) = \frac{|\mathcal{R}|^2}{mss} \quad (3.53)$$

Si l'on connaît une mesure de SERN au Nadir,  $\sigma_{data}^0$  par exemple, nous pouvons évaluer facilement le paramètre de mss :

$$mss = \frac{|\mathcal{R}|^2}{\sigma_{data}^0} \quad (3.54)$$

Cependant, la mesure de la donnée Nadir de SERN doit être absolue, et la calibration de ces données est complexe et souvent biaisée. À partir du modèle GO4 isotrope, nous pallions au problème

de calibration absolue des données mesurées en évaluant les données, non pas sur une valeur Nadir absolue, mais sur des mesures en incidence de SERN (l'évaluation des paramètres se fait sur la "forme" de la SERN mesurée et non à partir de ses "valeurs absolues"). Pour ce faire, l'estimation des paramètres se fait en minimisant la fonction coût suivante sur une certaine étendue d'incidence :

$$\Phi = \sum_{\theta < \theta_{max}} \left| \sigma_{data}^0(\theta) - \sigma_{GO4}^{0iso}(mss, msc, \theta) \right|^2 \quad (3.55)$$

où la SERN est prise en dB et normalisée par sa valeur au Nadir.

Les données expérimentales sont mesurées pour une incidence et un azimuth donné. Ce sont donc des données directionnelles. Les paramètres que nous inversons doivent être évalués à partir de données omnidirectionnelles, c'est à dire moyennée sur les azimuths :

$$\sigma_{omni}^0(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma^0(\theta, \phi) d\phi \quad (3.56)$$

Notre analyse est basée sur différents jeux de données de SERN proche Nadir de la littérature. Cette minimisation a été effectuée sur les données aéroportées en bande Ka du radar SRA<sup>1</sup> utilisé lors de la mission SOWEX<sup>2</sup> (Banner et al. [1999]; Walsh et al. [2008]) et des données en bande Ku du radar de précipitation de la mission TRMM<sup>3</sup> (Kummerow et al. [1998]; Tran et al. [2007]) dont les mesures de SERN disponibles s'étendent en incidence de 0 à 25° et de 0 à 18° respectivement. Il faut noter que la précision d'estimation des différents paramètres est dépendante de l'angle de minimisation maximal  $\theta_{max}$  de la fonction coût (3.55). À priori, cet angle doit être suffisamment important afin de séparer le comportement quartique du modèle GO4 du comportement quadratique du modèle GO2 mais doit en même temps respecter le domaine de validité en incidence du modèle GO4. Cette sensibilité en incidence de l'estimation des paramètres de surface à partir des modèles de rétrodiffusion et des mesures de SERN a été abordée pendant longtemps dans le cas de l'inversion d'une mss "vue par le radar" à partir du modèle GO2 (Walsh et al. [1998]). Quant au domaine de validité, nous avons vu que celui-ci augmente avec la vitesse du vent et la longueur d'onde électromagnétique (Figures 3.3, 3.4 et 3.5). Nous avons également fait une étude à partir de données altimétriques provenant de l'altimètre Jason2 en bande Ku et C ainsi que les données aéroportées du diffusiomètre en bande Ka de l'étude de Vandemark et al. [2004]. Dans ce cas, seule la valeur de SERN Nadir est disponible et nous nous sommes alors basé sur sa valeur absolue. La msc effective est évaluée en se basant sur la mss calculée par Cox and Munk [1954] et nous l'appellerons par la suite "CM-mss" pour "mss de Cox et Munk" quand nous nous en servons. L'expression analytique de la mss totale de Cox and Munk [1954] est donnée par :

$$mss_{CM} = 0,003 + 5,12 \times 10^{-3} u_{125} \pm 0,004 \quad (3.57)$$

où  $u_{125}$  est la vitesse du vent à 12,5 m de la surface exprimée en  $m.s^{-1}$ .

Les paramètres de mss et msc ainsi estimés ont alors été systématiquement comparés avec les résultats obtenus à partir des modèles spectraux de mer du paragraphe 3.2.3 à l'exception des résultats obtenus à partir du spectre de Bringer et al. [2014] car celui-ci a été élaboré en grande partie à partir de ces mêmes données.

### 3.4.1 TRMM

Pour le bien de la mission TRMM (Kummerow et al. [1998]), un satellite a été mis en orbite au mois de novembre 1997 emportant avec lui 5 instruments de mesures comme un radar à impulsions en polarisation horizontale utilisé pour des mesures de précipitations dans les tropiques. Ce radar opère en bande Ku (13,8 GHz). Ce radar fait également, en l'absence de nuages, des mesures

---

1. SRA pour Scanning Radar Altimeter.  
 2. SOWEX pour Southern Ocean Waves Experiment.  
 3. TRMM pour Tropical Rainfall Mapping Mission

de SERN de la surface de mer. Il possède 49 positions de faisceau et fait des mesures en incidences de  $-18^\circ$  à  $+18^\circ$  avec un pas de mesure de  $0,7^\circ$  ce qui permet de balayer finement les incidences proches Nadir pour la mesure de SERN. Les données ont été acquises pour des états de mer et des configurations de vents très variés. Afin de compléter la calibration, et la configuration (état de mer, vent) d'acquisition des données, des données des altimètres JASON-1 et ENVISAT ont été utilisées afin d'améliorer la description de la SERN mesurée (Tran et al. [2007]). Les données dont nous disposons ont été récoltées au cours de l'année 2003.

Nous avons tracé sur la figure 3.11 (à gauche) la mss totale estimée à partir des données omnidirectionnelles de SERN de la mission TRMM en bande Ku à partir du modèle GO2 et par minimisation de la fonction coût (3.55) permettant l'estimation jointe de la mss et de la msc avec le modèle GO4. Le calcul a été fait sur les 10 premiers degrés d'incidences des données (domaine de validité assumé du modèle GO4 en bande Ku). Des barres d'erreur ont été également tracées sur la minimisation avec le modèle GO4 pour montrer la sensibilité à l'intervalle d'incidence de minimisation à  $\pm 1$  degré. Le modèle CM-mss et la mss filtrée avec la coupure haute fréquence de  $K_0/3$  ont été tracés pour comparaison des résultats. Comme nous pouvons le voir, la mss estimée avec le modèle GO2 est proche de la mss filtrée à  $K_0/3$  alors que la mss obtenue avec le modèle GO4 (minimisation de la fonction coût 3.55 avec le modèle GO4 non-gaussien 3.51 et 3.52) est en très bon accord avec la mss totale de Cox and Munk [1954]. La msc effective estimée avec le modèle GO4 est présentée sur la figure 3.11 (à droite) et est en bon accord avec les msc effectives calculées à partir des modèles spectraux.

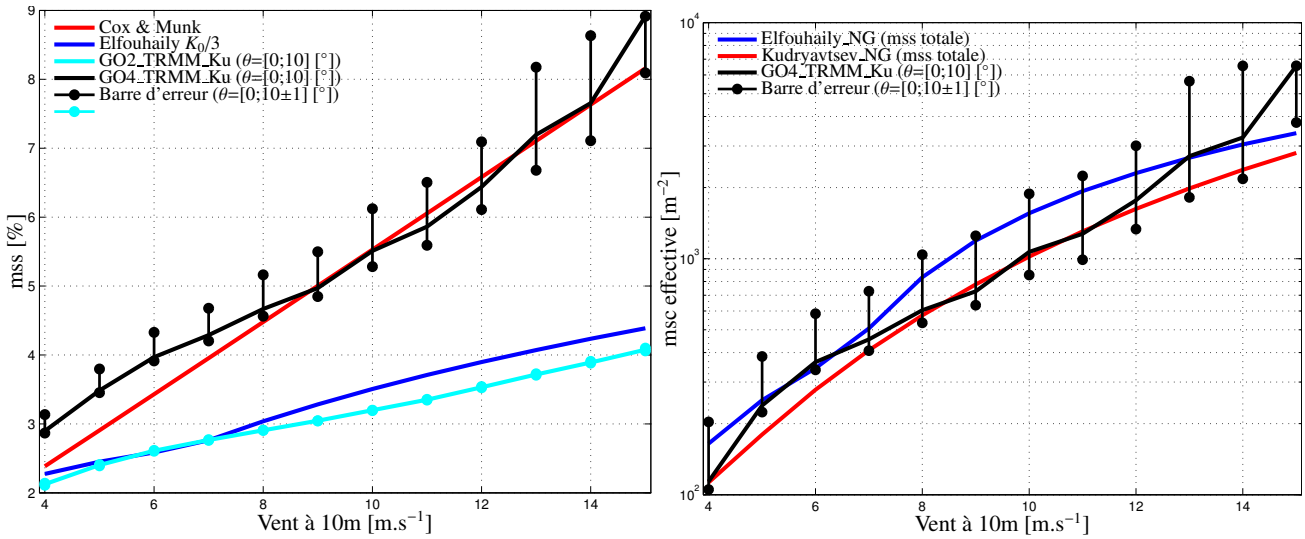


FIGURE 3.11 – Estimation de la mss (à gauche) et de la msc effective (à droite) avec les modèles GO2 et GO4 sur les données TRMM en bande Ku. Une comparaison est donnée avec la mss filtrée à  $K_0/3$  avec le spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. La barre d'erreur indique la sensibilité à l'angle  $\theta_{max}$  de minimisation de la fonction coût (3.55) pour l'estimation des différents paramètres.

La connaissance de la mss totale et de la msc effective rend possible l'estimation du niveau absolu de la SERN au Nadir. En effet, à partir de (3.7) nous avons au Nadir :

$$\sigma_{GO4}^{iso}(0) = \frac{|\mathcal{R}|^2}{mss} \left( 1 + \frac{msc_e}{8K_0^2 mss^2} \right) \quad (3.58)$$

La figure 3.12 montre la recalibration des données TRMM Ku au Nadir et une comparaison avec les valeurs absolues. Un écart de 0,5 (pour les petits vents) à 1 dB (pour les grands vents) est observé, laissant supposer une légère sous-estimation des données TRMM Ku absolues. Une fois la recalibration effectuée, les données TRMM sont plus proches des valeurs des données de Jason 2 Ku, mais sont supérieures de plus de 2,5 dB par rapport au données Topex dont il a déjà été montré

qu'elles possèdent un offset d'environ 1,9 dB par rapport à la calibration originale de TRMM (Frei-lich and Vanhoff [2003]).

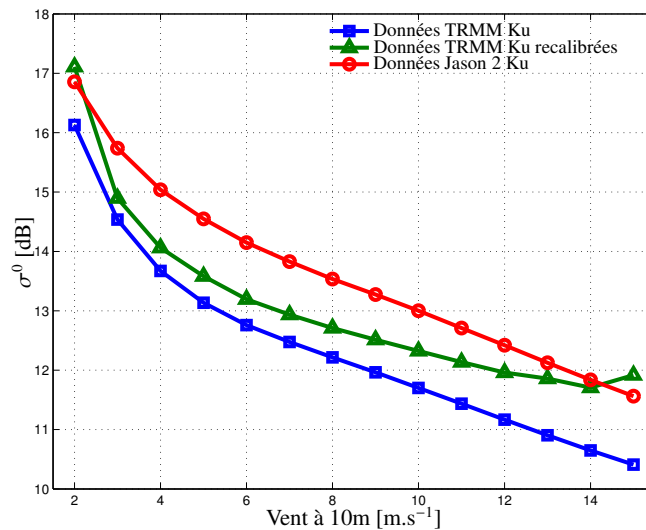


FIGURE 3.12 – Recalibration des données TRMM Ku relatives et comparaison avec les valeurs absolues.

### 3.4.2 SRA

Le Scanning Radar Altimeter (SRA) a été utilisé lors de la mission aéroportée SOWEX (Banner et al. [1999]; Walsh et al. [2008]) en juin 1992 au large des côtes de Tasmanie. Ce radar opère en bande Ka (36 GHz) et mesure le signal rétrodiffusé en polarisation verticale. Le faisceau du radar balaie les incidences de  $-22^\circ$  à  $+22^\circ$  avec un pas de  $1^\circ$ . Les données ont été collectées pendant 6 vols différents sous différentes conditions d'états de mer et de vents. Les états de mer rencontrés durant cette mission ont été trouvés proche des conditions de mer à fetch infini (Banner et al. [1999]; Walsh et al. [2008]) ce qui rend la comparaison avec d'autres données satellites et la CM-mss possible. La calibration de l'altimètre SRA n'étant pas connue, les auteurs de l'expérience ont utilisé une SERN omnidirectionnelle relative, c'est-à-dire normalisée par sa valeur maximale. Ces données ont été fittées selon le modèle suivant (Walsh et al. [2008]) :

$$\ln(\sigma_{rel}^0)(\theta) = -AS^2 + BS^4 \quad (3.59)$$

avec :

$$S = \tan(\theta) \quad ; \quad B = 0,567A^{1,332} \quad (3.60)$$

Les valeurs du paramètre A nous ont été communiquées par un des auteurs (Bertrand Chapron) et sont répertoriées dans le tableau 3.1 suivant :

$\theta$ [°]	3	4	5	6	7	8	9
A	2,36	46,73	42,55	39,37	37,18	34,36	29,67
$\theta$ [°]	10	11	12	13	14	15	16
A	27,17	25,00	23,30	21,80	20,48	19,31	18,27

TABLEAU 3.1 – Valeurs du paramètre A (3.59) du fit des données omnidirectionnelles relatives SRA en fonction de l'incidence  $\theta$ .

La figure 3.13 (à gauche) représente l'estimation de la mss à partir des modèles GO2 et GO4 isotropes. Les 20 premiers degrés d'incidence des données ont été utilisés pour la minimisation de la fonction coût (3.55) et les bars d'erreur représentent la sensibilité à l'angle de minimisation  $\max \theta_{max}$  en le prenant à  $\pm 2$  degrés.

Comme attendu, la mss estimée avec le GO4 correspond bien à la CM-mss alors que la mss estimée avec le GO2 correspond elle à la mss filtrée à  $K_0/3$ , comme le montre le calcul de cette



mss filtrée avec le spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. L'estimation de la mss avec le modèle GO4 est, néanmoins, inférieure à la CM-mss de 10 à 20 % pour les petits vents et les vents modérés. Cette sous-estimation peut provenir de différents effets. Les effets d'anisotropie contenus dans la SERN omnidirectionnelle que l'on ne prend pas en compte dans l'estimation des paramètres avec un modèle isotrope peuvent expliquer cette sous-estimation, mais ces effets sont relativement faibles sur l'estimation de la mss avec le modèle GO4. Cependant, dans le cas de mer jeune (non pleinement développée), les effets d'anisotropie peuvent être plus présents, ceci dû à une houle alignée dans la direction du vent. Cette présence de houle est sensée diminuer la densité spectrale au niveau des vagues de longueurs d'ondes intermédiaires (Hwang [2008]; Hwang and Plant [2010]). Lors des mesures de SERN pendant la mission SOWEX, une forte houle a été enregistrée pour les vents intermédiaires (6 à 10 m.s<sup>-1</sup>) (Banner et al. [1999]), ce qui pourrait expliquer les résultats obtenus dans l'estimation de la mss avec le modèle GO4.

La figure 3.13 (à droite) montre l'estimation de la msc effective non-gaussienne en utilisant les 20 premiers degrés d'incidences sur les données avec le modèle GO4 (minimisation de la fonction coût 3.55 avec le modèle GO4 non-gaussien 3.51 et 3.52) et une comparaison avec les msc issues des spectres d'Elfouhaily et al. [1997] et de Kudryavtsev et al. [1999] en utilisant une correction de kurtosis  $\lambda_4=0,4$  (Cox and Munk [1954]). Nous avons également représenté la barre d'erreur pour la sensibilité à l'angle maximal de minimisation à  $\pm 2$  degrés. La msc estimée sur les données SOWEX est inférieure à la msc estimée avec les modèles spectraux. La sous-estimation de la msc sur les données est probablement due à des incidences de minimisation de la fonction coût (3.55) plus élevées en Ka, si l'on compare à la bande Ku et aux effets combinés d'anisotropie et de la houle. Néanmoins, une bonne correspondance entre les msc calculées sur les modèles spectraux et sur les données est observée pour les vents modérés à fort.

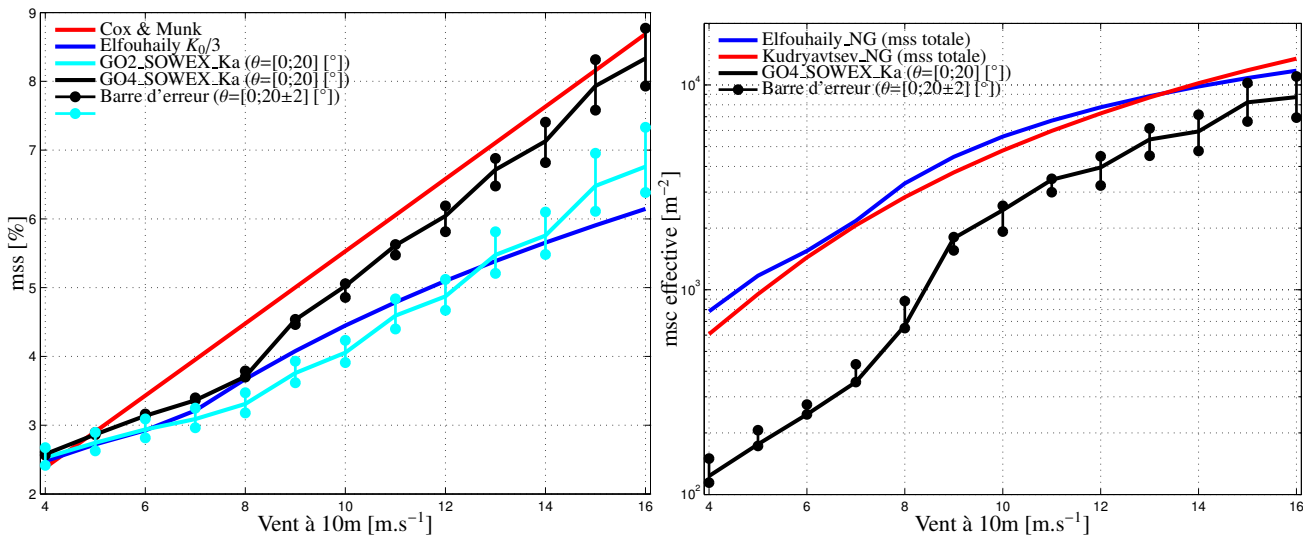


FIGURE 3.13 – Estimation de la mss (à gauche) et de la msc effective (à droite) avec les modèles GO2 et GO4 sur les données SOWEX en bande Ka. Une comparaison est donnée avec la mss filtrée à  $K_0/3$  calculée avec le spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. La barre d'erreur indique la sensibilité à l'angle  $\theta_{max}$  de minimisation de la fonction coût (3.55) pour l'estimation des différents paramètres.

### 3.4.3 Jason 2

Nous nous intéressons maintenant aux données de SERN Nadir absolues enregistrées par l'altimètre Jason 2 en bande C et en bande Ku.

La figure 3.14 (à gauche) montre l'estimation de la mss à partir du modèle GO2 au Nadir en bandes C et Ku et une comparaison avec la mss optique de Cox and Munk [1954] ainsi qu'avec la mss filtrée à  $K_0/3$  d'après le spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. Comme prévu, la mss ainsi obtenue est une mss filtrée de l'ordre de la mss filtrée à  $K_0/3$ , elle vaut environ 50 à 60 % de la CM-mss en bande Ku, résultats cohérents de ceux trouvés dans Jackson et al. [1992], et elle vaut environ 35 à 45 % de la CM-mss en bande C.

En assumant une mss totale donnée par [Cox and Munk \[1954\]](#), la msc effective non-gaussienne a alors été estimée à partir du modèle GO4 et est donnée sur la figure 3.14 (à droite). La msc effective estimée correspond bien à la msc calculée à partir des différents modèles spectraux. La msc effective en bande Ku est comparable à celle trouvée à partir des données TRMM Ku (voir figure 3.11 (à droite)).

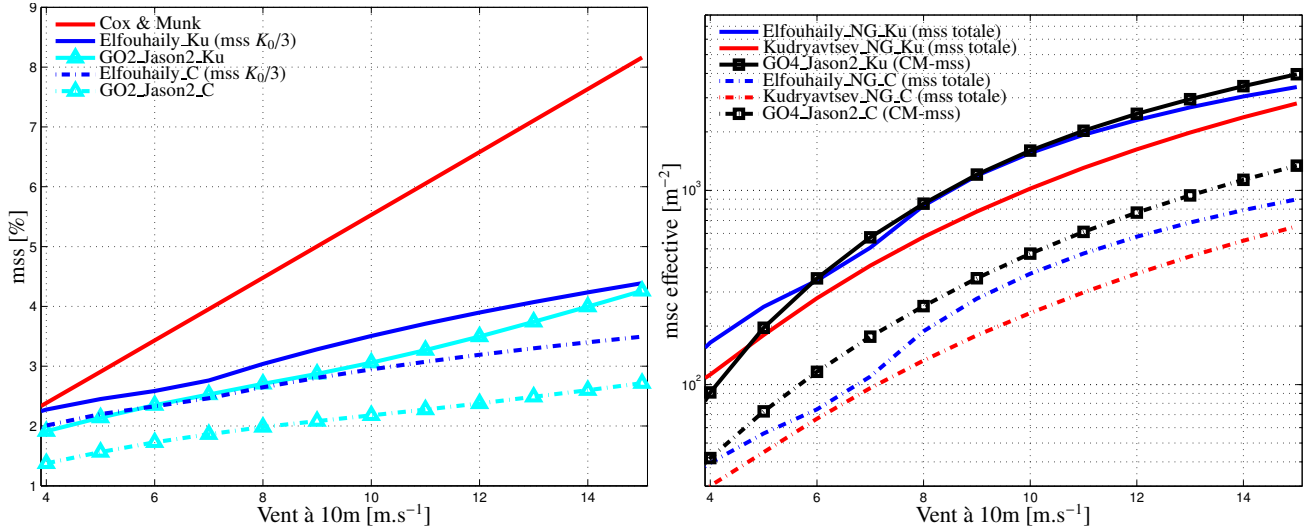


FIGURE 3.14 – Estimation de la mss (à gauche) et de la msc effective (à droite) avec les modèles GO2 et GO4 sur les données Jason2 en bande C et Ku et avec la CM-mss. Une comparaison est donnée avec la mss filtrée à  $K_0/3$  avec le spectre d' [Elfouhaily et al. \[1997\]](#).

### 3.4.4 Synthèse des données

Dans ce paragraphe nous faisons la synthèse des différents résultats de msc effective estimées à partir du modèle GO4 sur les différents jeux de données cités précédemment. Nous faisons également une petite étude pour la bande L dont aucune donnée proche Nadir n'était disponible. En effet, [Cox and Munk \[1954\]](#) ont mesuré, en plus de la mss totale, une mss dite "slick". Ils ont versé sur la surface d'eau un mélange d'huiles (pétrole, huile de sardine et huile de vidange) afin d'empêcher la formation des petites vagues de longueurs d'ondes inférieures à 30 cm. Ces mesures permettent de quantifier la contribution des petites vagues aux pentes de la surface de mer et ils montrent que les longueurs d'ondes de vagues inférieures à 30 cm sont responsable d'environ 30% de la contribution aux pentes de la surface de mer. Ils donnent alors l'expression de cette mss "slick" :

$$mss_{slick} = 0,008 + 1,5610 \times 10^{-3} u_{125} \pm 0,004 \quad (3.61)$$

où  $u_{125}$  est la vitesse du vent à 12,5 m de la surface exprimée en  $m.s^{-1}$ . La  $mss_{slick}$  est plus petite que la mss totale mesurée (3.57) et peut-être vue comme une mss filtrée à une longueur d'onde radar de 30 cm ( $\Leftrightarrow f_0=1$  GHz) et donc à la bande L. Dans ce cas, le modèle GO2 avec une mss filtrée est proche de la valeur de la SERN au Nadir, la relation avec la msc effective en bande L est la suivante :

$$\frac{|\mathcal{R}|^2}{mss_{slick}} = \frac{|\mathcal{R}|^2}{mss} \left( 1 + \frac{msc_e}{8K_0^2 mss^2} \right) \quad (3.62)$$

La msc effective en bande L s'exprime :

$$msc_e = 8K_0^2 mss^2 \left( \frac{mss}{mss_{slick}} - 1 \right) \quad (3.63)$$

où mss est la mss totale calculée à partir de (3.57) et  $mss_{slick}$  est la mss filtrée en bande L calculée à partir de (3.61).

L'expérience aéroportée décrite dans [Vandemark et al. \[2004\]](#) apporte des données supplémentaires de SERN sur océan en bande Ka. Nous avons alors utilisé les valeurs absolues de SERN



de cette article en supposant qu'elles étaient consistantes avec les mesures de mss de Cox and Munk [1954] afin de retrouver la msc effective en bande Ka. Pour les petits vents, l'estimation de la msc effective à partir de ces données n'était pas concluante car nous avons obtenu des valeurs négatives. Les valeurs négatives de msc peuvent être dues à une mauvaise corrélation entre les mss de Cox and Munk [1954] et ces données ou encore des biais dans les valeurs absolues de SERN enregistrées.

Les figures 3.15 et 3.16 résument les résultats trouvés pour l'estimation de la msc effective à partir des différents jeux de données disponibles. Elles montrent, respectivement, l'évolution de la msc effective en fonction de la vitesse du vent à 10 m pour les différentes bandes de fréquences radar et l'évolution de la msc effective en fonction de la bande de fréquence pour différentes vitesses de vent à 10 m. La msc effective augmente de plusieurs ordres de grandeur de la bande L à la bande Ka et d'un ordre de grandeur des petits vents aux forts vents. Le croisement des données en bande Ka observé pour les petits vents est sûrement dû aux conditions particulière de l'état de mer durant la mission SOWEX pour ces vents.

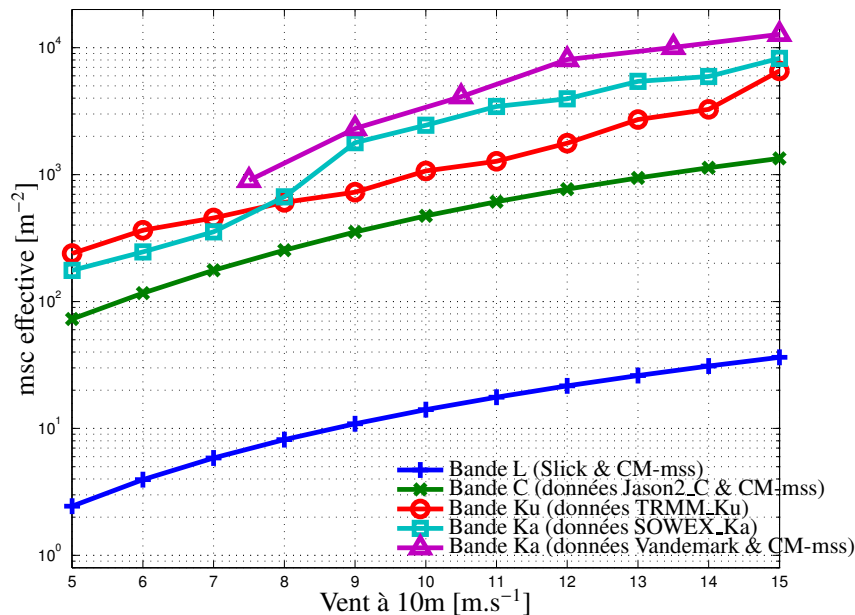


FIGURE 3.15 – Évolution de la msc effective en fonction du vent à 10 m pour les différentes bandes de fréquences.

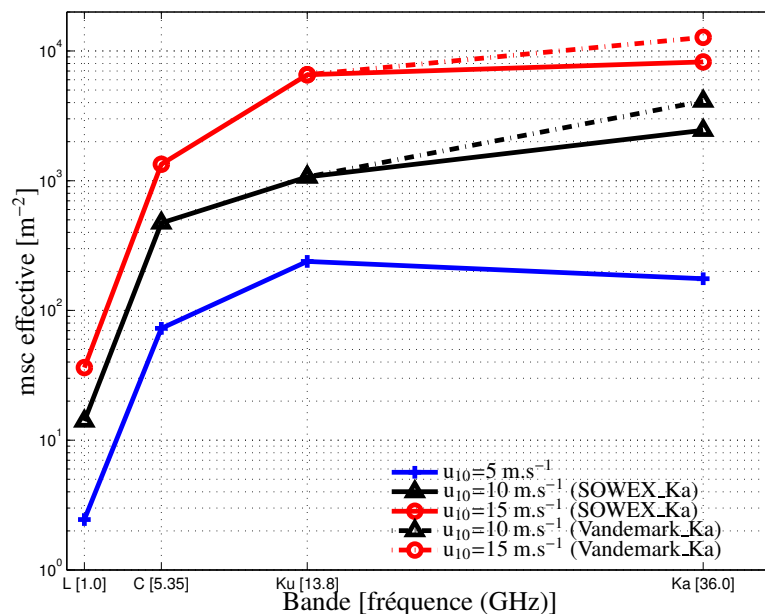


FIGURE 3.16 – Évolution de la msc effective en fonction de la bande de fréquence pour différentes valeurs de vent à 10 m ( $u_{10}$ ).

### 3.5 Le modèle GO4 dans la simulation deux-échelles

Les missions satellitaires nécessitent le développement de simulateurs complexes et le plus réaliste possible afin de prévoir au mieux les performances et de permettre le dimensionnement des instruments de mesures. Dans le cadre des missions altimétriques sur océan, la chaîne de simulation complète de l'instrument altimétrique est reproduite, les conditions d'observations ainsi que la surface de mer observée. Nous nous intéressons ici à la partie de modélisation de l'onde électromagnétique rétrodiffusée par la mer représentée par la SERN. Une surface de mer réaliste peut être en principe générée simplement à partir d'un spectre de mer. Cependant, la simulation d'une surface englobant l'ensemble des échelles des vagues (de la centaine de mètres à la résolution de la longueur d'onde du radar inférieure au centimètre dans le cas de SWOT par exemple) est numériquement limitée par les temps de calcul et la mémoire. Pour pallier à ce problème, la modélisation de la rétrodiffusion de la surface se fait grâce à une méthode dite deux-échelles (Amarouche [2001]; Dubois [2011]) dont l'objectif pour SWOT est de simuler la réponse d'un pixel SAR.

Le modèle GO4 offre la précision du modèle PO et conserve la simplicité analytique du modèle GO2. Nous étudions dans ce paragraphe la validité du modèle de rétrodiffusion GO4 gaussien pour l'application à la simulation deux-échelles en bande Ka à partir d'un spectre de mer d'Elfouhaily et al. [1997]. Le principe de calcul de la rétrodiffusion dans le modèle deux-échelles se base sur le calcul de la rétrodiffusion due aux petites échelles de vagues (description statistique de la surface) modulées par les grandes échelles (description déterministe de la surface). Ce principe est rappelé et développé dans le cadre du modèle PO et des modèles d'Optiques Géométriques en Annexe 3.A. Une coupure sur le spectre, entre échelles de vagues, est alors appliquée modifiant ainsi la rugosité de la surface utilisée dans le modèle de rétrodiffusion. Le modèle GO4 est un modèle d'Optique Géométrique et nécessite donc une rugosité relativement forte de la surface étudiée pour être appliqué. Nous étudions ici l'influence de la rugosité de la surface, paramétrée par la taille des facettes de la surface déterministe que l'on veut générer qui impose la coupure sur le spectre de mer et donc influence le calcul de la SERN avec le modèle GO4. Nous comparons les résultats avec le modèle de référence PO. L'objectif est de vérifier que le domaine d'application du modèle GO4 est valide pour des simulations dans le contexte de la mission SWOT, à savoir, pour des tailles de facettes générées de 1mx1m (simulateur CLS/CNES).

Les paramètres entrant en jeu dans le modèle GO4 sont les pentes et les courbures effectives calculées sur la partie du spectre des petites longueurs d'ondes considérées. Soit  $k_c$  le nombre d'onde de coupure entre les grandes et les petites échelles (voir Annexe 3.A), les paramètres calculés s'expriment par :

$$\begin{aligned} mss_i &= \int_{k_c}^{\infty} k^2 \Psi_0(k) dk & mss_a &= \int_{k_c}^{\infty} k^2 \Psi_0(k) \Delta(k) dk \\ msc_e &= \int_{k_c}^{\alpha K_0} k^4 \Psi_0(k) dk & msc_a &= \int_{k_c}^{\alpha K_0} k^4 \Psi_0(k) \Delta(k) dk \end{aligned} \quad (3.64)$$

Nous avons calculé la SERN omnidirectionnelle pour différentes tailles de facettes. Nous avons représenté, pour trois différentes vitesses de vent à 10 m de 5, 10 et 15 m.s<sup>-1</sup>, en fonction de la taille des facettes considérées, le calcul de la SERN avec les modèles PO, GO4 et GO2 avec mss filtrée à  $K_0/3$  sur les figures 3.17, 3.18 et 3.19. La facette dite infinie ( $\infty$ ) correspond au calcul effectué avec le spectre de mer complet et sert de référence. Le calcul de la SERN avec le modèle GO2 coupé à  $K_0/3$  permet de comparer le modèle GO4 avec le modèle classiquement utilisé dans les simulations deux-échelles.

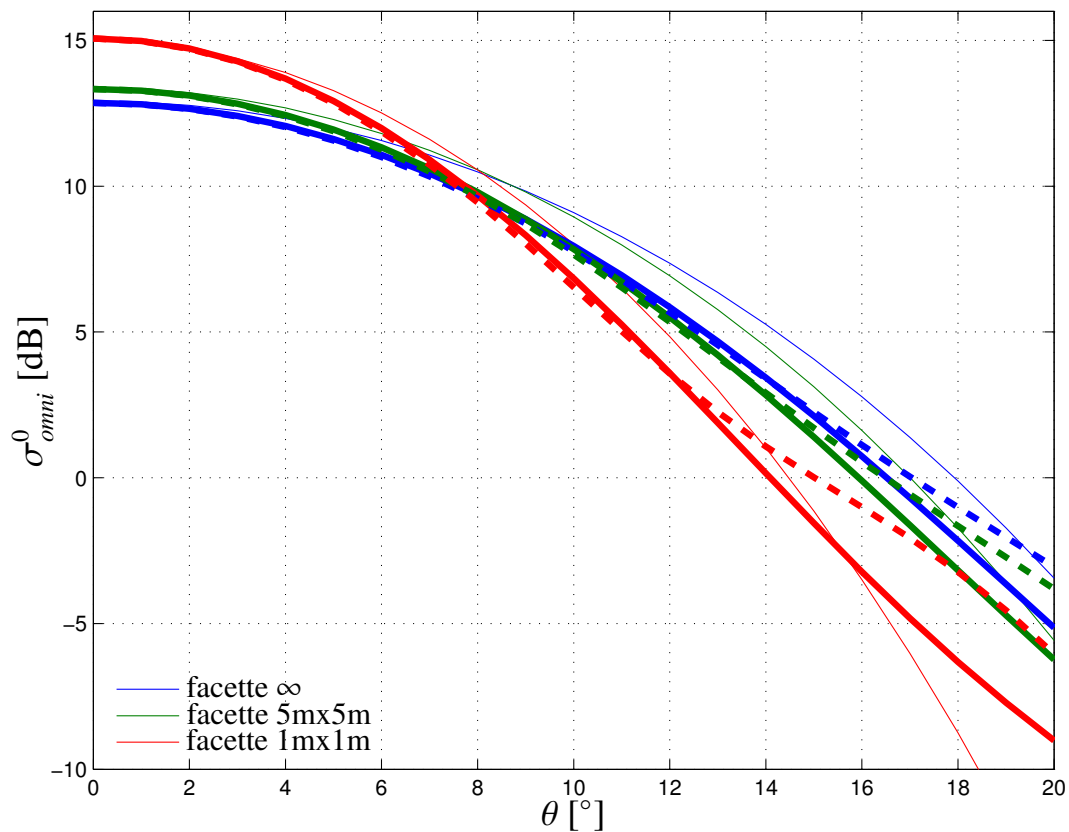


FIGURE 3.17 – Comparaison des modèles de rétrodiffusion omnidirectionnel PO (traits épais), GO4 (traits épais pointillés) et GO2 avec mss coupée à  $K_0/3$  (traits fins) en bande Ka en fonction de l'incidence  $\theta$  pour un vent à 10 m  $u_{10} = 5 \text{ m.s}^{-1}$  en fonction de la taille de la facette considérée :  $\infty$ , 5mx5m et 1mx1m. Le calcul est toujours fait à partir d'un spectre d'Elfouhaily et al. [1997].

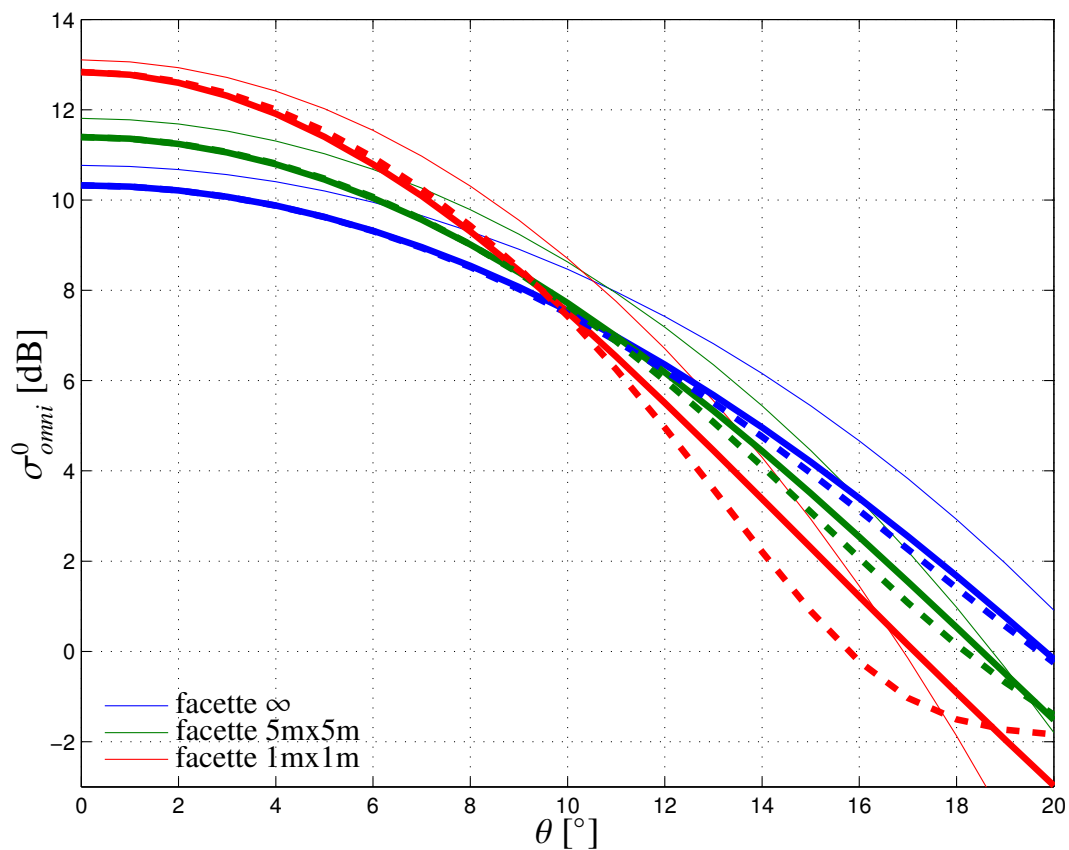
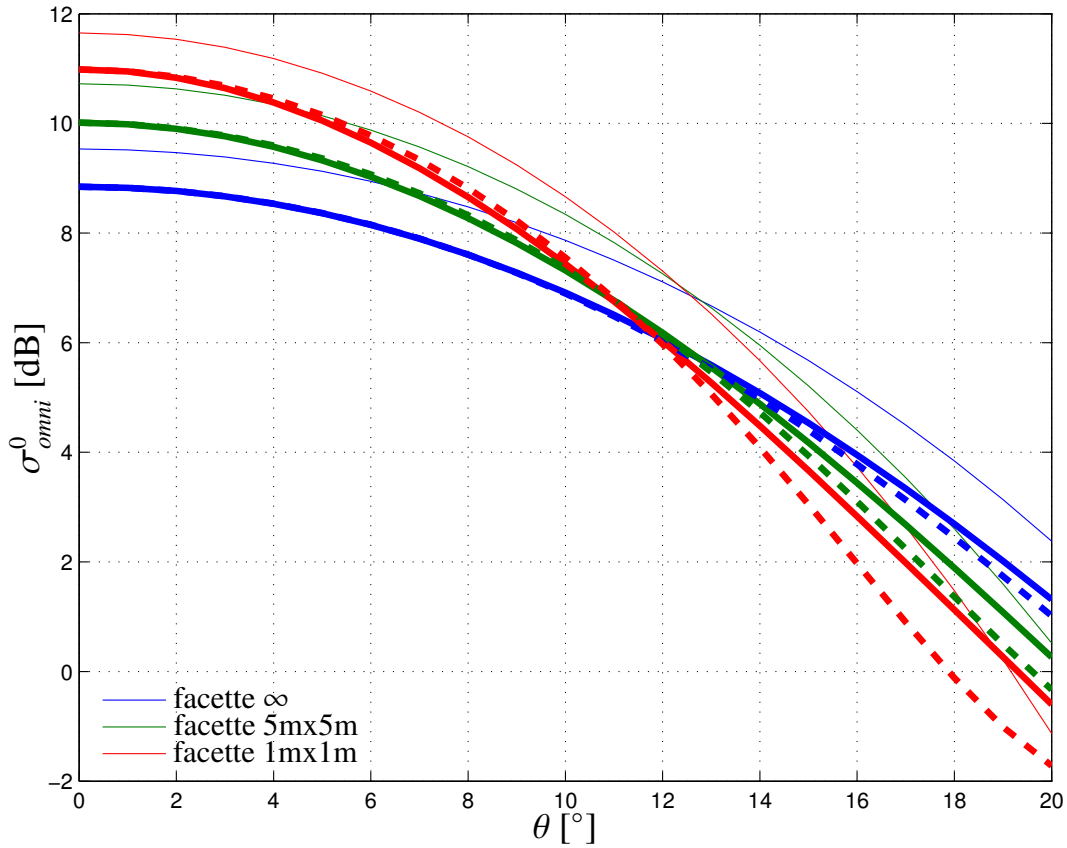


FIGURE 3.18 – Idem figure 3.17 mais pour un vent à 10 m  $u_{10} = 10 \text{ m.s}^{-1}$ .

FIGURE 3.19 – Idem figure 3.17 mais pour un vent à 10 m  $u_{10} = 15 \text{ m.s}^{-1}$ .

Les figures 3.17, 3.18 et 3.19 montrent un domaine de validité en incidence du modèle GO4 modulé par les pentes d'environ  $12^\circ$  dans le cas le plus défavorable d'une facette de  $1\text{m} \times 1\text{m}$  et pour les 3 cas de vent. Pour une facette de  $5\text{m} \times 5\text{m}$  ce domaine est de l'ordre de  $15^\circ$  et pour une surface infinie (spectre complet), le domaine est d'environ  $20^\circ$ . Globalement le domaine de validité en incidence augmente lorsque la vitesse du vent augmente (plus forte rugosité de la surface). Pour le vent de  $5 \text{ m.s}^{-1}$  on observe une bonne concordance au Nadir des trois modèles, néanmoins, le modèle GO2 coupé à  $K_0/3$  décroche plus rapidement du modèle de référence PO lorsque l'incidence augmente. Pour les vents de 10 et  $15 \text{ m.s}^{-1}$  le modèle GO2 coupé à  $K_0/3$  surestime la valeur Nadir de la SERN alors que le modèle GO4 représente bien le modèle PO autant sur la valeur absolue que sur la forme en incidence.

La valeur de la SERN au Nadir augmente lorsque la taille de la facette diminue et décroît plus rapidement lorsque l'incidence augmente. Ce phénomène est cohérent avec les résultats attendus. En effet, la contribution principale à la rétrodiffusion de la surface provient des petites échelles de vagues. Néanmoins, dans le cas d'une visée Nadir par exemple, la valeur de la SERN dans la simulation deux échelles ne sera pas la valeur en  $\theta = 0^\circ$  mais contrainte par l'angle de rétrodiffusion local  $\theta_{loc}$  (voir Annexe 3.A.2.2) imposé par la pente locale de la facette considérée.

En conclusion, les résultats précédents montrent que le modèle GO4 peut être appliqué à la simulation deux-échelles à faibles incidences et principalement dans la configuration de SWOT pour une résolution de la surface de  $1\text{m} \times 1\text{m}$ . L'implémentation de ce modèle permet de conserver la précision du modèle PO tout en conservant les performances numériques d'un modèle d'Optique Géométrique. Ce modèle doit maintenant être implémenté dans des simulations afin d'être vérifié et validé.

### 3.6 Conclusions sur le modèle GO4

Le modèle GO4 est un modèle de rétrodiffusion proche Nadir simple possédant un nombre réduit de paramètres (2 dans le cas isotropes, 5 dans le cas directionnel) qui assure la même précision de modélisation que le modèle de l'Optique Physique, et une validité assez étendue en incidence qui dépend de la bande de fréquence électromagnétique utilisée ( $\sim 15$  degrés en bande Ka,  $\sim 12$  degrés en bande Ku et  $\sim 10$  degrés en bande C) et de la rugosité de la surface considérée. Ce modèle évite l'utilisation de la mss filtrée utilisée à ce jour dans le modèle classique GO2, qui est remplacée par la mss totale, représentant alors la surface étudiée non biaisée par la fréquence électromagnétique utilisée. Une correction de diffusion, dépendant de la longueur d'onde électromagnétique, est introduite dans ce modèle et quantifiée par une msc effective. La msc effective ne prend en compte que les longueurs d'ondes comparables à la longueur d'onde électromagnétique radar et permet de quantifier le processus de diffusion à une longueur d'onde électromagnétique donnée. Au contraire, la mss totale est une quantité bien définie car la décroissance de son spectre assure la convergence de son second moment.

Nous avons mis en évidence une manière d'évaluer le paramètre de msc effective à partir de spectres de mer connus ainsi que l'estimation jointe des paramètres de mss totale et de msc effective à partir de données expérimentales. La principale nouveauté dans l'estimation de paramètres de surface à partir du modèle GO4 par rapport au modèle classique GO2 est l'estimation de la mss totale de la surface et non filtrée par le radar. De plus, une estimation à partir de données est facilement réalisable à partir de données relatives (nous évitons alors les problèmes de calibration) mais nécessite néanmoins une connaissance de la SERN omnidirectionnelle sur un certain intervalle d'incidence ( $\sim 20$  degrés en bande Ka,  $\sim 10$  degrés en bande Ku). La sensibilité de cette méthode aux effets d'anisotropie de la surface, à l'angle de minimisation de la fonction coût, ainsi qu'à la fréquence électromagnétique mériterait d'être approfondie pour en préciser son domaine d'application. Le modèle GO4 peut également être utilisé dans la recalibration absolue de données expérimentales. Son développement non-Gaussien permet également la prise en compte des effets, non forcément négligeable, de l'aspect non-Gaussien de la surface étudiée. Un dernier intérêt du modèle GO4 dans la simulation de SERN (simulation deux-échelles par exemple) est de conserver la rapidité de calcul (modèle analytique) du modèle GO2 et de conserver la précision de modélisation du modèle PO.

### 3.A Annexe - Développement du calcul deux-échelles

#### 3.A.1 Principe

Le principe de la simulation deux échelles est de séparer les longueurs d'onde des vagues en deux parties :

- Une partie "grandes vagues", ou grandes longueurs d'onde, associée à la surface complète.
- Une partie "petites vagues", ou petites longueurs d'ondes associée à une facette (un pixel) de la grande surface.

Des calculs déterministes sont alors effectués sur les grandes longueurs d'ondes, et la contribution des petites longueurs est ajoutée avec des calculs statistiques modulés par les grandes longueurs d'ondes, via les pentes de la surface.

Nous nous intéressons dans cette annexe au processus de génération de surfaces linéaires, c'est-à-dire la génération, pour une taille de surface donnée et repérée dans le repère cartésien  $(O, \hat{x}, \hat{y})$  d'un ensemble de hauteurs d'eau et de pentes. Ces surfaces sont modélisées à partir de spectres de puissance des hauteurs, comme ceux présentés dans le paragraphe 2.1.4.

Dans un repère cartésien approprié, les hauteurs d'eau s'expriment par :

$$\eta(x, y) = \text{TF}^{-1} \left[ \sqrt{\Psi(k_x, k_y)} e^{i\varphi} \right] , \quad (3.65)$$

où les phases  $\varphi$  suivent une loi uniforme entre  $[-\pi; \pi]$  et  $\Psi$  est le spectre de nombre d'ondes. La modélisation des pentes dans les directions  $\hat{x}$  ( $\eta_x(x, y)$ ) et  $\hat{y}$  ( $\eta_y(x, y)$ ) se fait grâce à :

$$\begin{aligned} \eta_x(x, y) &= \text{TF}^{-1} \left[ i k_x \sqrt{\Psi(k_x, k_y)} e^{i\varphi} \right] \\ \eta_y(x, y) &= \text{TF}^{-1} \left[ i k_y \sqrt{\Psi(k_x, k_y)} e^{i\varphi} \right] \end{aligned} \quad (3.66)$$

La modélisation des hauteurs d'eau de la surface se fait grâce à une opération de transformée de Fourier inverse sur le spectre de mer (voir équation (6.1)). Cependant, le calcul exact de cette transformée de Fourier, pour la génération d'une surface de plusieurs  $\text{km}^2$  est numériquement limité selon la résolution de la surface choisie (1mx1m dans le cas du simulateur SWOT de CLS/CNES). La transformation de Fourier rapide (FFT) permet la génération d'une surface de 4096x4096 points sur une grille régulière de résolution 1mx1m en un temps raisonnable.

#### 3.A.2 Calcul de la modulation par les grandes échelles

Sur le même principe que les modèles TSM (paragraphe 2.2.3), la simulation deux-échelles vise à découper la surface de mer en grandes et petites échelles. La partie grandes échelles est modélisée de manière déterministe et l'influence des petites échelles est prise en compte de manière statistique sur chaque facette modulée par les grandes ("tilt" en anglais). La séparation entre échelles se fait grâce à un paramètre de coupure  $k_c$  sur le spectre de mer. La surface est alors séparée en deux parties  $\eta^L$  pour les grandes échelles et  $\eta^s$  pour les petites échelles.

##### 3.A.2.1 Modulation dans l'approximation de Kirchhoff

Nous exprimons ici le calcul de l'intégrale de Kirchhoff :

$$I_{KA} = \int_A e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r})} d\mathbf{r} \quad (3.67)$$

pour les petites échelles modulées par les grandes. En se basant sur les travaux de Soriano and Guérin [2008] sur l'évaluation d'un paramètre de coupure entre les petites échelles et les grandes échelles dans le cadre du modèle deux échelles GO-SSA<sup>4</sup>, nous définissons alors 3 repères :

4. GO-SSA pour Optique Géométrique (GO) et Small Slope Approximation (SSA), modèle de l'approximation des petites pentes.

- $\mathcal{R} : (O, \hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}})$ , le repère galiléen de référence lié au repère terrestre.
- $\mathcal{R}' : (O', \hat{\mathbf{x}}', \hat{\mathbf{y}}', \hat{\mathbf{z}}')$ , la translation du repère  $\mathcal{R}$  au centre de la facette considérée.
- $\tilde{\mathcal{R}} : (\tilde{O}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{y}}, \tilde{\mathbf{z}})$ , le repère correspondant à la modulation par les pentes grandes échelles des petites échelles. Son vecteur  $\tilde{\mathbf{z}}$  est orienté selon la normale sortante à la facette considérée, et  $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{O\tilde{O}} = (x_0, y_0, \eta^L(x_0, y_0))$  dans le repère terrestre  $\mathcal{R}$ .

Soit  $\tilde{\mathbf{z}}$  la normale à la surface grandes échelles :

$$\tilde{\mathbf{z}} = \frac{-\mathbf{a}_0 + \hat{\mathbf{z}}}{\sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2}} \quad \text{avec : } \mathbf{a}_0 = \nabla_{\mathbf{r}} \eta^L(\mathbf{r}_0) \quad (3.68)$$

Exprimons maintenant le terme de phase dans l'intégrale de Kirchhoff  $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{S}$  avec :

$$\mathbf{Q}_{|\mathcal{R}} = \mathbf{Q}_H + Q_z \hat{\mathbf{z}} \quad \text{et} \quad \mathbf{S} = \mathbf{r} + \eta(\mathbf{r}) \quad (3.69)$$

Dans le repère  $\tilde{\mathcal{R}}$  le terme  $\mathbf{Q}$  s'exprime :

$$\mathbf{Q}_{|\tilde{\mathcal{R}}} = \tilde{\mathbf{Q}}_H + \tilde{Q}_z \tilde{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{Q}} \quad (3.70)$$

où :

$$\begin{cases} \tilde{Q}_z = \mathbf{Q} \cdot \tilde{\mathbf{z}} = \frac{Q_z - \mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{a}_0}{\sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2}} \\ \tilde{\mathbf{Q}}_H = \tilde{\mathbf{z}} \wedge (\mathbf{Q} \wedge \tilde{\mathbf{z}}) = \mathbf{Q} + \frac{Q_z - \mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{a}_0}{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} \mathbf{a}_0 - \frac{Q_z - \mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{a}_0}{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} \tilde{\mathbf{z}} \end{cases} \quad (3.71)$$

On cherche maintenant à exprimer la phase :  $\tilde{\mathbf{Q}} \cdot \tilde{\mathbf{S}}$  avec  $\tilde{\mathbf{S}} = \tilde{\mathbf{r}} + \eta^s(\tilde{\mathbf{r}}) \tilde{\mathbf{z}}$  dans le repère horizontal  $\mathcal{R}'$  lié à la facette étudiée. Pour cela nous effectuons le changement de variable :

$$\tilde{\mathbf{r}} \rightarrow \sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} \mathbf{r} \quad \text{avec : } \|\tilde{\mathbf{r}}\| = \sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} \|\mathbf{r}\| \quad (3.72)$$

d'où :

$$\tilde{\mathbf{Q}} \cdot \tilde{\mathbf{S}}_{|\mathcal{R}'} = \left( \mathbf{Q}_H + \frac{Q_z - \mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{a}_0}{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} \mathbf{a}_0 \right) \cdot \sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} \mathbf{r} + \frac{Q_z - \mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{a}_0}{\sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2}} \eta^s \left( \sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} \mathbf{r} \right) \quad (3.73)$$

L'intégrale de Kirchhoff pour les petites échelles modulées par les grandes s'exprime ainsi dans le repère  $\mathcal{R}'$  par :

$$I_{KA}^s = \int_A e^{i \left( \mathbf{Q}_H + \frac{Q_z^s \mathbf{a}_0}{\sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2}} \right) \cdot \sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} \mathbf{r}} e^{i Q_z^s \eta^s \left( \sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} \mathbf{r} \right)} \sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2} d\mathbf{r} \quad (3.74)$$

avec :

$$Q_z^s = \frac{Q_z - \mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{a}_0}{\sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2}} \quad , \quad (3.75)$$

soit plus simplement :

$$I_{KA}^s = \int_A e^{i \mathbf{Q}_H^s \cdot \mathbf{r}} e^{i Q_z^s \eta^s(\mathbf{r})} d\mathbf{r} \quad , \quad (3.76)$$

avec :

$$\begin{cases} Q_z^s = \frac{Q_z - \mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{a}_0}{\sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2}} \\ \mathbf{Q}_H^s = \mathbf{Q}_H + \frac{Q_z^s \mathbf{a}_0}{\sqrt{1 + \|\mathbf{a}_0\|^2}} \end{cases} \quad (3.77)$$

Le calcul de l'intégrale de Kirchhoff se fait donc uniquement pour les petites longueurs d'ondes des vagues (il n'y a pas de partie grandes échelles).

### 3.A.2.2 Modulation dans le cas de l'Optique Géométrique

Pour le modèle de l'Optique Géométrique (GO2) et par extension le modèle GO4, la modulation des petites échelles par les grandes échelles se traduit facilement par l'angle d'incidence locale  $\theta_{loc}$  à la facette considérée, comme l'illustre la figure 3.20.

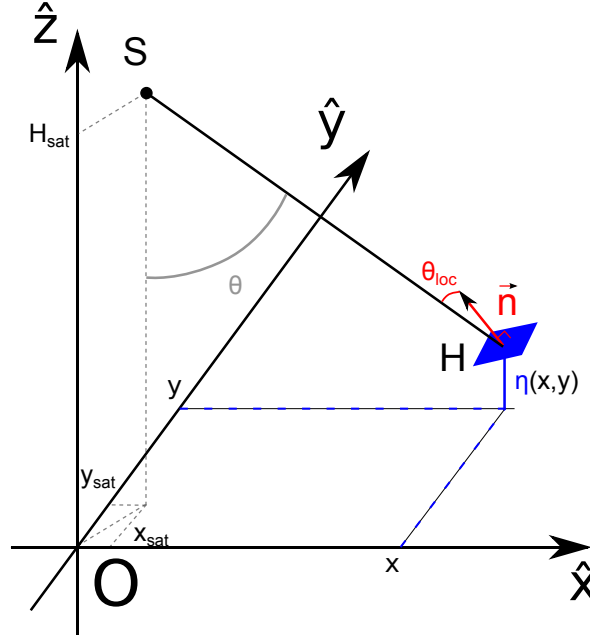


FIGURE 3.20 – Représentation du repère cartésien et des différents paramètres pour le calcul de la modulation dans le cas du modèle de l'Optique Géométrique.

Soit un satellite situé aux coordonnées cartésiennes  $S(x_{sat}, y_{sat}, H_{sat})$  et une facette dont le centre est situé au point  $H(x, y, \eta(x, y))$  et possédant une pente dans les directions  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  symbolisée par son vecteur normal  $\vec{n}$  comme l'illustre la figure 3.20. Le satellite a un angle de visée en incidence  $\theta$  par rapport à la verticale  $\hat{z}$ , l'angle de rétrodiffusion vue par le satellite par rapport à la facette est alors l'angle d'incidence locale  $\theta_{loc}$  entre la direction de visée du satellite ( $\vec{HS}$ ) et la normale sortante à la facette  $\vec{n}$ . Le produit scalaire entre ces deux vecteurs vaut :

$$\vec{n} \cdot \vec{HS} = \|\vec{n}\| \times \|\vec{HS}\| \times \cos(\theta_{loc}) \quad (3.78)$$

On en déduit aisément l'angle local :

$$\theta_{loc} = \arccos\left(\frac{\vec{n} \cdot \vec{HS}}{\|\vec{n}\| \times \|\vec{HS}\|}\right) \quad (3.79)$$

Au sein de la fauchée radar, l'azimut varie et nous avons également un azimut local  $\phi_{loc}$  de tel sorte que, dans le repère cartésien  $(O, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$  :

$$\phi_{loc} = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (3.80)$$

En résumé, les modèles de rétrodiffusion d'Optique Géométrique dans la simulation deux-échelles appliqués aux petites échelles modulées par les grandes s'expriment par le changement :

$$\sigma_{GO2,4}^0(\theta, \phi) \rightarrow \sigma_{GO2,4}^0(\theta_{loc}, \phi_{loc}) \quad (3.81)$$

où les paramètres de pentes (mss) et de courbures effectives ( $m_{sc_e}$ ) sont calculés sur la partie du spectre petites échelles.



## Chapitre 4

# Mesure de spectre et de SERN bande Ka en environnement contrôlé

### Résumé du chapitre :

Dans un besoin de connaissance fine de la rétrodiffusion par les surfaces d'eau en bande Ka, et pour évaluer l'impact des petites rugosités de la surface, une campagne de mesures a été menée à la grande soufflerie de Marseille-Luminy. Des mesures de SERN pour différents angles de visées ainsi que des mesures de spectres de hauteurs d'eau en fréquence ont été réalisées pour différentes conditions de vents.

Je n'ai pas participé personnellement à la campagne de mesure et me suis intéressé à l'étude des données enregistrées durant cette campagne. J'ai tout d'abord étudié une méthode d'inversion des spectres de nombres d'ondes directionnels à partir des spectres de fréquences mesurés. La partie omnidirectionnelle du spectre est inversée grâce à la relation de dispersion des vagues de capillarité-gravité en présence d'un courant de surface constant et contrainte par les paramètres statistiques mesurés de la surface. Une supposition sur la forme de la fonction d'étalement et sa dépendance au nombre d'onde a été faite et validée afin de représenter au mieux l'influence des petites rugosités. La supposition d'un spectre sans courant a permis l'inversion de la fonction d'étalement.

Dans un second temps, j'ai étudié la modélisation de la SERN à partir des spectres de nombre d'ondes inversés grâce au modèle de l'Optique Physique. Dans le cas de faible rugosité de la surface, une bosse dans la mesure de la SERN est observée vers  $3^\circ$  d'incidence, ce phénomène a pu être associé à un phénomène de résonance de Bragg et quantifié à partir du modèle de l'Optique Physique. La modélisation de la SERN est comparée aux mesures radar et une bonne concordance est obtenue, confirmant ainsi la méthode d'inversion des spectres de nombre d'ondes et le modèle utilisé. Dans le cas de faible rugosité de la surface, de fortes valeurs de SERN sont observées au Nadir ainsi qu'une décroissance rapide en fonction de l'incidence. Dans le cas de rugosité plus forte, une valeur de SERN plus faible est observée ainsi qu'une décroissance en incidence plus modérée. Une comparaison avec les modèles d'Optiques Géométriques est également faite dans le cas de rugosité de surface plus forte et montre ainsi que ces modèles sont applicables. Enfin, une comparaison avec des données in-situ confirme les mesures et la modélisation.

Cette expérience a fait l'objet d'une publication scientifique exhaustive et détaillée. Afin de ne pas paraphraser la publication nous avons décidé de l'inclure telle quelle.

## RESEARCH ARTICLE

10.1002/2014JC010338

## Key Points:

- Ka-band backscattering experiment under different regimes of wavefields
- Empirical model for the 2-D surface spectrum including surface drift current
- Comparison with backscattering from natural surfaces

## Correspondence to:

C.-A. Guérin,  
guerin@univ-tln.fr

## Citation:

Boisot, O., S. Pioch, C. Fatras, G. Caulliez, A. Bringer, P. Borderies, J.-C. Lalaurie, and C.-A. Guérin (2015), Ka-band backscattering from water surface at small incidence: A wind-wave tank study, *J. Geophys. Res. Oceans*, 120, doi:10.1002/2014JC010338.

Received 24 JUL 2014

Accepted 12 APR 2015

Accepted article online 15 APR 2015

## Ka-band backscattering from water surface at small incidence: A wind-wave tank study

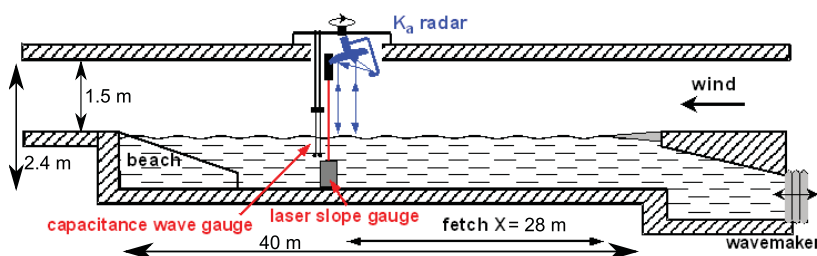
Olivier Boisot<sup>1,2</sup>, Sébastien Pioch<sup>1</sup>, Christophe Fatras<sup>3</sup>, Guillemette Caulliez<sup>4</sup>, Alexandra Bringer<sup>5</sup>, Pierre Borderies<sup>3</sup>, Jean-Claude Lalaurie<sup>6</sup>, and Charles-Antoine Guérin<sup>1</sup>
<sup>1</sup>Université de Toulon, CNRS, Aix Marseille Université, IRD, MIO UM 110, La Garde, France, <sup>2</sup>CLS/CNES, Toulouse, France, <sup>3</sup>ONERA-DEMR, Toulouse, France, <sup>4</sup>Aix Marseille Université, CNRS, IRD MIO, UM 110, Marseille, France, <sup>5</sup>Electrosiences Laboratory, Columbus, Ohio, USA, <sup>6</sup>CNES, Toulouse, France

**Abstract** We report on an experiment conducted at the large Pytheas wind-wave facility in Marseille to characterize the Ka-band radar return from water surfaces when observed at small incidence. Simultaneous measurements of capillary-gravity to gravity wave height and slopes and Normalized Radar Cross Section (NRCS) were carried out for various wind speeds and scattering angles. From this data set we construct an empirical two-dimensional wave number spectrum accounting for the surface current to describe water surface motions from decimeter to millimeter scales. Some consistency tests are proposed to validate the surface wave spectrum, which is then incorporated into simple analytical scattering models. The resulting directional NRCS is found in overall good agreement with the experimental values. Comparisons are performed with oceanic models as well as in situ measurements over different types of natural surfaces. The applicability of the present findings to oceanic as well as continental surfaces is discussed.

## 1. Introduction

Spatial observations of the ocean with microwave instruments have been performed routinely for at least three decades since the launch of SeaSat in 1978, with most of the sensors working in C and Ku bands. However, recent technological progresses have made possible the use of Ka band (35 GHz) which presently attracts a growing interest. The utilization of such a high frequency allows for reduced dimensions of the instruments on board as well as increased resolution and accuracy in the estimation of the sea surface topography. These advantages have been put into practice with the Ka-band wideband altimeter of the successful AltiKa mission or the nonconventional altimeter mission SWOT (Surface Water Ocean Topography, currently in phase A) using a Ka-band radar interferometer [Durand et al., 2010]. However, the physics involved in describing the air-water interface as well as the scattering mechanism at this shorter electromagnetic wavelength is quite different from that considered in usual models, due to the dominant role of the capillary waves as the resonant scatterers. The simulation and interpretation of Ka-band backscattering data over oceanic or continental water surfaces thus require specific studies.

While there is an abundant literature on C, Ku, and X-band radar backscattering from wind-generated water surface waves in tank or oceanic conditions, the use of radar millimeter wavelength range (Ka band) has been far less documented. We found it limited to a few studies performed in airborne [Masuko et al., 1986; Nekrasov and Hoogeboom, 2005; Tanelli et al., 2006; Walsh et al., 1998; Vandemark et al., 2004; Walsh et al., 2008; Fjortoft et al., 2014], coastal [Long, 2001; Dyer et al., 1974; Smirnov et al., 2003], and wind-wave tank [Giovannangeli et al., 1991; Keller et al., 1995; Gade et al., 1998; Plant et al., 1999, 2004; Ermakov et al., 2010] conditions. These studies have unveiled the specificity of Ka-band radar return in terms of backscattering cross section as well as Doppler signature when compared to lower microwave bands. In particular, wind-wave tank experiments have established the dominant role of bound capillary waves [Keller et al., 1995; Plant et al., 1999, 2004; Ermakov et al., 2010] in the scattering process and its dependence on friction velocity. However, we found no systematic investigation of the absolute level of backscattering cross section at small incidence with respect to the different scattering angles, information which is necessary for the calibration of nonconventional altimeter instruments such as those used in the future SWOT mission. Furthermore, there is a need for specific and tractable wave scattering models to be used in this regime, which requires an accurate statistical description of the water surface at submillimeter scales. Other than the



**Figure 1.** Schematic view of the experimental arrangement and the instrumentation set up in the Pytheas wind-wave facility.

spectral model developed by Kudryavtsev *et al.* [2003a, 2003b], we found no further attempt in the literature to elaborate a statistical representation of the surface which addresses properly the generation of capillary waves and their nonlinear interaction with short gravity waves. The goal of this paper is twofold. First, we report on details on a Ka-band radar experiment in the large wind-wave tank of Marseille-Luminy under a set of wind conditions. This allows to test in a controlled environment the combined surface and scattering model used for the prediction of the near-nadir absolute backscattering radar cross section and to determine in which respect the classical ocean scattering models must be adapted. We propose a methodology to recover the two-dimensional (2-D) wave number spectrum from the combined measurements of the wave height frequency spectrum and up-tank and cross-tank slope frequency spectra with account of the drift current effect, which is found there to be crucial. When combined with the physical optics approximation, the resulting spectrum provides good agreement with the experimental values of the NRCS. We have also tested the simple geometrical optics model and a recent improvement thereof, namely the GO4 model. While the former turns out to be insufficient, the latter allows for an accurate description of the NRCS at the largest wind speeds with only two parameters. These observations also give qualitative insight on the sensitivity of the NRCS to wind speed and scattering geometry. We reveal some unconventional behavior at small wind speeds, such as a nonmonotonic variation of NRCS with the incidence angle. The results are discussed and compared with observations made on continental and oceanic surfaces. Laboratory measurements are found representative of the former in a large extent but can differ deeply from the latter.

The paper is organized as follows. Sections 2 and 3 describe the experimental setup in the wind-wave tank together with the radar system. The basic statistical parameters of the observed wind wave fields are derived in sections 4 and 5. The omnidirectional wave number spectra are given, with a careful inclusion of the effect of drift current in the surface wave dispersion relationship. A specific directional spreading function is constructed, based on the compliance with the observed longitudinal and transverse slope spectra. Section 6 describes the basic scattering model elaborated in this context, namely the physical optics approximation. Sections 7 and 8 are devoted to the experimental assessment of the full scattering model by a systematic comparison of its results with the acquired data basis. At last, section 9 discusses the universality of the results in the light of a comparison with these obtained for continental and ocean surfaces.

## 2. Experimental Setup

The observations were carried out in the large Pytheas wind-wave facility in Marseille which is made of a 40 m long, 2.6 m wide, and 0.9 m deep water tank and a recirculating airflow channel with a test section of about 1.5 m in height, as described in more details in Coantic and Bonmarin [1975] and depicted schematically in Figure 1. Steady winds varying between 1.00 and 13 m s<sup>-1</sup> are generated by an axial fan located in the recirculation flume. The airflow channel which includes divergent and convergent sections, turbulence grids, and a test section of slightly enlarged height, is specially designed to obtain a low-turbulence homogeneous flow at the entrance of the water tank and a constant-flux air boundary layer over the water surface. At the end of the water tank, a permeable beach damps the wave reflection. The Ka-band radar and instruments for wave measurements were set up at a fixed position located at the 28 m fetch test section of the air channel, which is equipped with an open section in the roof (Figure 2).

The Ka-band radar system assembled by the Office National d'Etudes et de Recherches en Aérospatiale (ONERA) in Toulouse was installed above the open section on two orthogonal rotating plates, each one



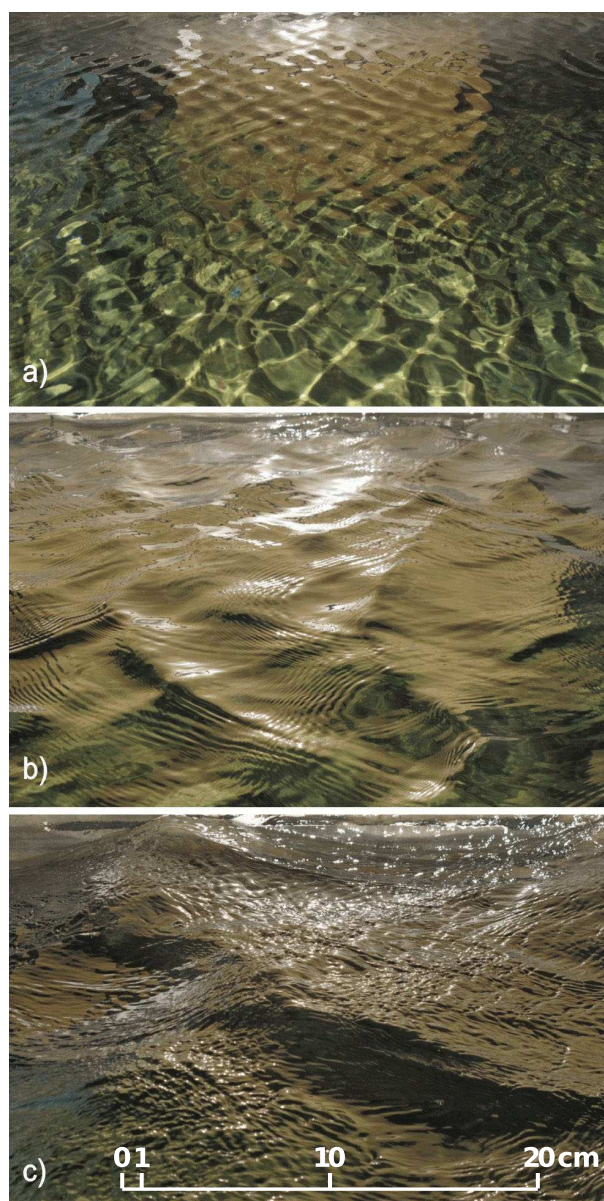
**Figure 2.** View of the wind tunnel, the parabolic antenna, the open waveguide, and the radar source fixed at the end of a sidearm adjusted in a crosswind azimuthal position. The whole radar system is mounted on two rotating plates set up above the tunnel roof opening and surrounded by radar absorbers. The wave gauges and the optical receiver of the slope measuring device immersed in water can be seen on the right side of the radar section.

driven by a step-by-step motor, allowing inclinations up to  $\pm 15^\circ$  away from nadir and covering  $\pm 180^\circ$  in azimuth. The system was built around a two-port Vector Network Analyzer (VNA) acting as both RF signal source and receiver. In laboratory conditions, it is impossible to devise an antenna system that would emit at a given incidence in the far-field for which the illuminating field can be approximated by a plane wave. Therefore, we chose to operate in the near-field region of a parabolic dish antenna of diameter  $D = 60$  cm with a source located at its focus. At nadir, the antenna is located at 1.75 m above the water surface at rest and is pointed downward illuminating an area located at the center of the water tank. At this distance the divergence of the beam can be neglected (the Fresnel zone starts at  $D^2/2\lambda_{EM} \simeq 22$  m) and the electric field distribution across the aperture should be uniform. Both amplitude and phase of the complex incident field on a flat surface have been characterized in an anechoic chamber (ONERA, Toulouse) prior to the experiment (see below). To determine the geometrical properties of wind waves ruffling the water surface during the radar measurements,

a pair of high-resolution capacitance wave probes and a single-point laser slope gauge were set up at the immediate proximity of the radar footprint area in the cross-tank direction (Figure 2). The former are made of two sensitive wires (0.3 mm in diameter) hung vertically by a weight at a distance of 2.7 cm and fixed by means of a thin rod at the top of the air channel. The device used for measuring the up-tank and cross-tank components of the water surface slope is composed of a He-Ne laser mounted vertically above the wind tunnel and an optical receiver immersed in water at a distance of roughly 40 cm from the water surface. After low-pass filtering with a cutoff frequency of 100 Hz and eventual amplification, the wave height and slopes signals were digitized at a frequency rate of 256 Hz and recorded on a PC computer. During the experiments, the wind speed was controlled by means of a Pitot tube located in the middle of the air channel at 22 m fetch and connected to an electronic manometer. At last, the mounts of the probes and the open section of the roof around the parabolic antenna were covered with special Ka-band electromagnetic wave absorbers to avoid spurious reflections due to the experimental environment other than the water surface.

The experiments were performed at six wind speeds ranging between 1.85 and 8 m/s. Side views of surface wavefields developed by wind at 28 m fetch in the large wind-wave facility are given in Figure 3 for three different wind speeds. To better investigate the peculiar radar signature observed at very low wind speeds, special attention was paid for winds below 3 m/s. For a given wind speed, the observations consisted in a series of radar measurements made at regularly spaced incidences ( $\pm 1$  or  $\pm 0.5^\circ$ ) within a preselected range (generally  $\pm 15$  or  $\pm 5^\circ$ ) for various azimuth angles and three to five wave signal records of 20 min duration made at regular time intervals during the radar measurements. To perform them, the entire radar system was monitored by a PC controlling both the motors and the VNA through a GPIB link. To operate it, a





**Figure 3.** Side view of wind wavefields observed in the large wind-wave tank at 28 m fetch for a wind speed of (a) 2 m/s, (b) 3 m/s, and (c) 8 m/s. The wind blows from the right to the left.

of the test table or nonperfectly vertical radio-electric axis. This results in a linear phase bias with respect to the horizontal axis. Once detrended from this linear variation, the phase is found to be normally distributed around zero with a rms of the order of  $45^\circ$ . If we assume that the random phase fluctuations of the incident field can be assimilated to a Gaussian white noise with variance  $V^2$ , then this extra phase term can be average independently of roughness in the calculation of the NRCS and leads merely to an overall attenuation factor  $\exp(-V^2)$  with respect to the plane wave illumination. For a  $45^\circ$  rms of phase this yields to about 2 dB attenuation which must be added to the calibration factor found in section 3.3 with the radar equation.

### 3.2. Measurement of the Backscattering Coefficient

A specific procedure has been developed to retrieve the absolute value of the NRCS from the time series of the recorded reflection coefficient. As the target is a fluctuating scene, the time duration for a given

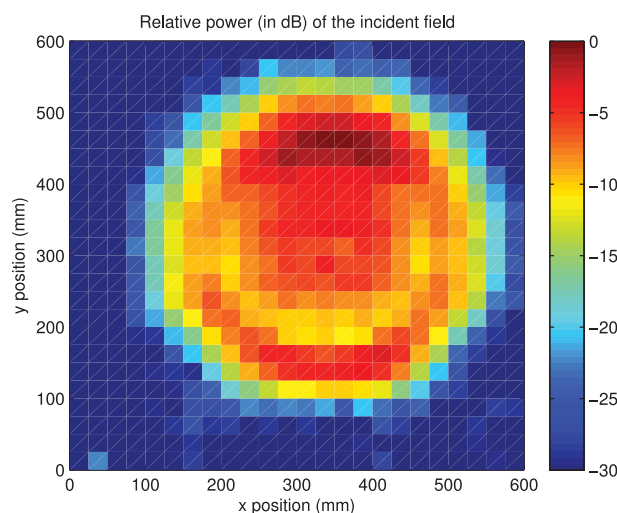
program in Python language was developed. This latter also performs data processing to extract the back-scattering coefficient.

## 3. NRCS Measurement

### 3.1. Characterization of the Incident Electromagnetic Field

The incident electric field on the illuminated patch has been characterized in the anechoic chamber of the ONERA by measuring the complex field scattered by small corner reflectors placed at successive locations inside the illumination window and located at approximately 1.15 m from the aperture plane of the antenna. Figure 4 shows the normalized power of the electric field on a flat surface for a corner reflector with an edge 8 cm long. The maximum field is shifted by about 10 cm off the center of the disk. This is probably due to a slight misalignment of the radioelectric axis of the antenna. Cuts of the incident power in different directions show that it can be roughly approximated by a Gaussian illumination window with 80 mm standard deviation. Note that a Gaussian beam with large footprint with respect to the radar wavelength is known [see, e.g., Soriano *et al.*, 2002] to be equivalent (within an overall coefficient of normalization) to a uniform illumination in terms of NRCS, that is, there is no angular distortion of the angular scattering diagram.

The phase of the complex incident electric field on the surface has also been measured. This quantity is difficult to measure in Ka band as it is affected by millimetric variations of the vertical position of the target on the  $z$  axis which can be due to nonperfect horizontality



**Figure 4.** Relative power (in dB) of the incident field on a horizontal plane at 1.15 m from the antenna measured with a 8 cm edge corner reflector.

measurement must be much shorter than the characteristic time of wave motions in order to consider the scene as static. Emission and reception of a continuous electromagnetic wave are done through the S11 port of the VNA. If  $B$  is the intermediate frequency (IF) filter width, then the time measurement duration is of order of  $1/B$ . An IF filter of 10 kHz thus corresponds to a duration of approximately 0.1 ms, during which it is reasonable to assume that the scene is static. The NRCS, denoted  $\sigma^0$ , is proportional to the intensity of the incoherent electromagnetic backscattered field, that is, the variance of the total field. This quantity is estimated from  $N$  successive measurements in time, assuming that the water surface roughness at each time corresponds to an independent

realization of the same random process. This is actually true if the time lag is of the order of magnitude of a few seconds, that is, much larger than the period of dominant waves. The accuracy in the estimation of the incoherent field is thus of order  $1/\sqrt{N}$ . It is important to note that in this procedure, the echoes from the static targets (walls and mean flat surface) have no impact on  $\sigma^0$  estimates because they have no variance in time. In fact, since the  $N$  successive radar measurements are independent they contribute only to the total complex field and the average coherent field. Therefore, no specific filtering of these echoes is needed. The records were made by operating the system within three successive loops. The innermost loop involves approximately 500 realizations separated in time by 2 s, while the other two loops concern a scanning in incidence and azimuth angles, respectively.

At this point it is important to discuss the influence of the size of the radar beam footprint on the estimated NRCS. In order to get a scene statistically representative of the random surface roughness, the footprint size has in general to be much larger than the dominant wavelength. Experimental constraints have limited the footprint size to about 35 cm, which is related to the antenna diameter in the near field. For the highest wind speeds, the latter is of the same order of magnitude or even smaller than the dominant wavelength. However, the classical two-scale picture shows that the missing large scales are included through their tilting effect in the time-averaging process of the reflected field, provided the time series is sufficiently long. Hence, it is expected that the convergence to the statistical NRCS be slower at larger winds. Owing to the large number of incidence and azimuth angle configurations to investigate at each wind speed, the duration of individual time records for  $\sigma^0$  estimates was fixed to 1000 s. To provide additional independent samples in the estimation of the NRCS, a further average has been applied to the  $\sigma^0$  calculated for every frequency component in the frequency ramp of the radar signal (50 frequency steps from 34.0 to 35.0 GHz), assuming the change of NRCS resulting from the variation of frequency negligible for such a narrow bandwidth.

### 3.3. Calibration Procedure

For retrieving the backscattering coefficient from measurements of the incoherent electromagnetic wavefield, the radar system must be calibrated carefully. Let us assume an incident complex field with constant amplitude on the illuminated rough surface at a given angle of incidence. This assumption is reasonable if the distance between the antenna and the water surface is less than 22 m since the latter is in the near-field region of the antenna in which the field can be assumed tubular, that is, uniform across the aperture. On the other hand, the incoherent backscattered field received on the antenna is in the far field of the ripples of the surface. The radar equation applied to this configuration thus provides the following estimate for the backscattered power ( $P_r$ ) received by the antenna:

$$P_r = \frac{A_a}{4\pi D_w^2} (\sigma^0 A_w) e P_i, \quad (1)$$

where  $P_i$  is the emitted power density and  $e$  the antenna efficiency,  $A_a$  is the antenna surface,  $A_w = A_a / \cos \theta_i$  is the area of the water surface which is illuminated by the near-field tubular beam and thus equal to the projected antenna surface ( $\theta_i$  is the incidence angle) and  $D_w$  is the distance between the antenna and the intercepted part of the rough surface. We recall that  $\sigma^0$  is the (dimensionless) NRCS of the water surface at the given incidence. Let us now consider a reference target. If the system is illuminating a trilateral corner reflector with a known radar cross section  $\sigma_t$  at a distance  $D_t$  from the antenna, the received power is (assuming the antenna in the far field of the corner reflector):

$$P_t = \frac{A_a}{4\pi \cos \theta_i D_t^2} \sigma_t e P_i. \quad (2)$$

We may therefore estimate the power received from the water surface by a comparison with the power received from the corner reflector set up inside the tank at the same distance as the water surface (1.75 m). This leads to the relationship:

$$\sigma^0 = \frac{P_r D_w^2 \sigma_t}{P_t D_t^2 A_w}. \quad (3)$$

Note that the measurement of the reference power  $P_t$  need not be repeated every time for calibration and may be done only once in laboratory. This was done with a 8 cm edge corner reflector. As this target is steady, its measurement may use time domain filtering [Ulaby *et al.*, 1990] for eliminating unwanted echoes.

As seen in section 3.1, the field distribution is not perfectly equiamplitude and equiphase on the illuminated area and the power scattered by the corner reflector may vary from one location to another inside the surface as shown in Figure 4. This is certainly due to the limited size of the antenna with respect to the wavelength, which is imposed by the wind tunnel constraints. Nevertheless, it can be shown by dividing the illuminated area in small pixels of constant illumination that (3) remains valid for a nonuniform illumination provided the power received by the water surface ( $P_r A_w$ ) is replaced by the integrated power over the surface. A detailed analysis of the possible sources of errors in the estimation of the calibration coefficient gives a maximum possible bias of  $\pm 1.1$  dB due to the technique itself and the cumulated sources of errors ( $\pm 0.15$  dB due to  $\pm 2.5$  cm inaccuracy on distances,  $\pm 0.25$  dB on target radar cross section,  $\pm 0.65$  dB on the average emitted density  $P_i$ ) and an additional relative fluctuation of 0.3 dB in the estimation of the incoherent field from a finite number ( $\sim 500$ ) of independent sample surfaces. This gives an overall absolute error less than  $\pm 1.4$  dB. Note that the relative error (that is after correction of an eventual bias) is less than 0.5 dB.

#### 4. Statistical Parameters of the Water Surface

Modeling the radar return from the water surface requires an accurate statistical description of the surface wave roughness. For this we choose a Cartesian coordinate system  $(x, y, z)$  in which  $z$  is the vertical axis and  $(x, y)$  the mean plane of the water surface. The excursion of the water surface about its mean plane is described by a random field  $z = \eta(\mathbf{r}, t)$  depending on the horizontal position  $\mathbf{r} = (x, y)$  and the time  $t$ . The wave field is assumed to be stationary (that is statistically invariant under translation in time or space) as well as ergodic in both variables, which means that the ensemble average  $\langle \cdot \rangle$  of the process and related quantities can be obtained through temporal as well as spatial averages.

The root mean square (rms) elevation is given by the ensemble average  $\langle \eta^2 \rangle^{1/2}$  and the significant height ( $H_s$ ) is 4 times this value. It can be obtained by the average in time of the wave height signal measured at a single location. The longitudinal, transverse, and total mean square slope (mss) are, respectively, given by:

$$s_x^2 = \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle, \quad s_y^2 = \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle, \quad s^2 = s_x^2 + s_y^2. \quad (4)$$

They can be obtained from the instantaneous wave slope measurements with the laser gauge. The wave frequency spectra  $S(f)$  are obtained with the usual periodogram technique using time series of elevation

measure at a single point of the water surface. As well known, they have a pronounced maximum ( $S_p$ ) at the so-called peak frequency ( $f_p$ ) related to the dominant waves developed by wind along the basin. The spatial properties of the random process are described by the autocorrelation function  $\rho(\mathbf{r})$  given by:

$$\rho(\mathbf{r}) = \langle \eta(\mathbf{r}, t) \eta(\mathbf{0}, t) \rangle, \quad (5)$$

or, equivalently, the structure function ( $S_2(\mathbf{r})$ ) given by:

$$S_2(\mathbf{r}) = \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))^2 \rangle = 2(\rho(\mathbf{0}) - \rho(\mathbf{r})), \quad (6)$$

where  $\mathbf{r}$  is the space vector measuring the distance between two points of the horizontal plane. The wave number spectrum  $\Psi(\mathbf{k})$  can be defined as the Fourier transform of the autocorrelation function as follows:

$$\Psi(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}). \quad (7)$$

There was no direct observation of these spatial quantities, which then must be inferred from other measurements such as wave elevation and slope frequency spectra (see hereafter).

A series of measurements has been conducted for different wind speeds ranging from 1.85 to 8 m/s. The related basic wave statistical parameters are reported in Table 1.

The corresponding wave frequency spectra at the different wind speeds are shown in Figure 5. These spectra have been renormalized by the peak frequency ( $f_p$ ) and the maximal spectral energy density ( $S(f_p)$ ), that is,  $S(f/f_p)/S_p$ .

The various wave spectra exhibit very similar features, that is, a sharp peak around the dominant frequency and for winds above 3 m/s a power law decay in the high-frequency wave range. At such large fetch (28 m) and winds higher than 3 m/s, the dominant peak is located in the gravity wave range and so the wave spectra observed around the peak at various winds exhibit a universal behavior related to the self-similar nature of dominant wind wave fields at such scales. This can be evidenced by a spectrum renormalization using the peak frequency  $f_p$  and the spectral peak energy  $S_p$  (Figure 5). We found that the shape of this peak is well described by a JONSWAP spectrum [Hasselmann *et al.*, 1973] with appropriate parameters. Note also that the dominant peak associated with gravity-capillarity wave fields observed at winds below 3 m/s does not differ from this spectral model.

The high-frequency range starting from  $2f_p$  is more difficult to parameterize and the classically employed power law approximation  $S(f) \sim f^{-\nu}$  proposed by Phillips [1977] to describe the spectral tail of gravity waves seems to be too crude in the present case, except at the largest wind speeds where an approximate  $f^{-3}$  behavior is found in the tail of the spectrum. This is slightly different from the observations of wind wave fields reported in Zavadsky *et al.* [2013], where the spectral tail could be fitted with a power law decrease, with a varying exponent ranging from 3.1 to 3.74 as the fetch is varied from 1 to 3.8 m. This difference with our observations is attributed to the much shorter fetches used in this last study. The second and higher harmonics of the peak frequency are visible at smaller winds and less pronounced at larger winds. Note the plateau observed at very low wave frequency below the dominant peak which might be produced by the slow variations of the mean water level induced by the random development of large-scale dominant wave groups.

**Table 1.** Basic Statistical Parameters of the Water Surface Roughness Observed for the Different Wind Conditions<sup>a</sup>

U	$f_p$	$H_s$	$s_x^2$	$s_y^2$	$s^2$
1.85	4.91	0.26	0.339	0.063	0.402
2	4.34	0.39	0.560	0.113	0.673
2.3	3.63	0.66	0.878	0.214	1.09
3	2.91	1.10	1.10	0.276	1.38
6	1.91	3.13	2.34	0.936	3.27
8	1.84	4.43	3.48	1.64	5.12

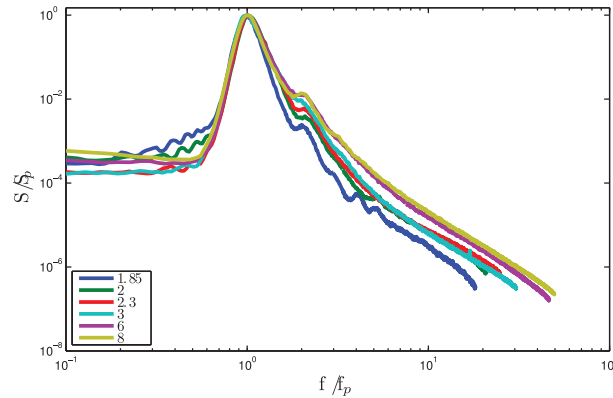
<sup>a</sup>The wind speed (U) is given in m/s, the peak frequency ( $f_p$ ) in Hz, the significant height ( $H_s$ ) in cm, and the mss ( $s_x^2$ ,  $s_y^2$ ,  $s^2$ ) in %. These quantities are averaged over the whole set of time sequences recorded at a given wind speed.

## 5. Two-Dimensional Wave Number Spectra

### 5.1. The Issue of the Short-Wave Spectrum

The derivation of the full two-dimensional wave number spectrum from the frequency spectrum when waves propagate in the presence of either current or long waves has a long history and still today remains a difficult question [e.g., Hughes, 1978; Hara





**Figure 5.** Frequency spectra of the surface wave height observed in the large wind-wave tank at 28 m fetch and six different wind speeds (1.8, 2, 2.3, 3, 6, and 8 m/s). The different spectra have been renormalized by the peak frequency ( $f_p$ ) and the maximal spectral energy density ( $S(f_p)$ ), that is,  $S(f/f_p)/S_p$ .

tank experiment cited in Hwang [2006] where longer waves are mechanically generated or to in situ measurements used by Hara *et al.* [1994] and Plant [2015]. We provide hereafter some heuristic arguments to support the fact that the dominant wave artifact has no significant impact in our analysis of the short-wave spectrum. For simplicity we ignore the directional effects and make a one-dimensional analysis in the main direction of propagation, that is, the direction of wind speed (where the advection phenomena are most pronounced). The apparent spatial frequency  $k$  corresponding to a given frequency  $\omega$  differs from the short-wave intrinsic wave number  $k_i$  (including the mean drift current  $u_c$ ) by a quantity proportional to the maximal wave-induced orbital velocity  $u_{ad}$ :

$$\omega = k(c + u_c + u_{ad} \cos \Phi) = k_i(c + u_c), \quad (8)$$

where  $c$  is the (free) short-wave celerity and  $\Phi$  is the phase in the long-wave orbital cycle. Assuming that the ratio

$$\varepsilon = \frac{u_{ad}}{c + u_c} \quad (9)$$

is much smaller than one we may approximate

$$\Delta k = k - k_i \simeq \varepsilon \cos \Phi k_i. \quad (10)$$

Because the wave number spectrum is not a linear fluctuation, the symmetric variations of the apparent frequency around a given intrinsic frequency induce a bias in the estimated average wave number spectrum:

$$\Delta \Psi = \Psi(k) - \Psi(k_i) \simeq \frac{1}{2} \langle (\Delta k)^2 \rangle \Psi''(k_i), \quad (11)$$

where  $\Psi''$  denotes the second derivative with respect to  $k$ . This leads to the following relative variation of the wave number spectrum:

$$\frac{\Delta \Psi}{\Psi} = \frac{1}{4} \varepsilon^2 \left( k_i^2 \frac{\Psi''(k_i)}{\Psi(k_i)} \right). \quad (12)$$

In the short-wave spectral range the frequency spectrum follows approximately a  $\omega^{-3}$  behavior at the largest wind speeds implying a  $k^{-\nu}$  decay with  $1.5 \leq \nu \leq 2$  for the wave number spectrum. This sets a maximum value of 6 for the right-hand side factor arising from the spectral curvature. On the other hand, the maximal orbital speed  $u_{ad}$  of long wave can be estimated from the relation  $u_{ad} = s_{dom} c_{dom}$ , where  $s_{dom} = \sqrt{m s s_{dom}}$  is the mean steepness associated to the dominant wave and  $c_{dom}$  is the phase speed of the dominant wave. The quantity  $m s s_{dom}$  has been estimated by integration of the laser slope spectrum between  $0.5 f_p$  and  $1.5 f_p$  while the dominant wave phase speed has been estimated by using a cross-correlation method between two neighbor wave gauge signals. For the highest wind speed (8 m/s) corresponding to the largest

*et al.*, 1994; Hwang, 2006; Plant, 2015]. It must in general be complemented by other types of measurements (see Hwang *et al.* [2013] for a recent review). As it is well known, the dispersion relation of short waves is affected not only by the mean drift current but also by the Doppler shift of short waves arising from the advection of dominant wave orbital velocities. This raises two related issues, one pertaining to the interpretation of the high-frequency spectrum and the other to the use of the frequency-wave number linear dispersion relation. However, in the present experiment dominant wind waves remain quite short, as opposed for example to the

advection current we found  $u_{ad}=0.14 \times 100=14$  cm/s and a mean drift current  $u_c$  of the order of 14 cm/s as well. In the less favorable case where the short-wave celerity is taken at its minimum (23 cm/s) this leads to an estimation  $\varepsilon=0.38$  and  $\Delta\Psi/\Psi \leq 0.2$ . Such a relative variation of the wave number spectrum around the minimum phase wave number (363 rad/m) would induce a variation of at most 1 dB for the scattered power from the resonant Bragg wave. However, at low angles and for the largest wind speeds, the NRCS has less sensibility to the resonant frequency and is dominantly affected by larger waves for which the bias induced by dominant wave orbital motion is much smaller. A first partial conclusion is that it is meaningful to estimate the short-wave wave number spectrum from short-wave frequency spectrum using the intrinsic dispersion relationship of capillary-gravity waves in presence of a mean current, that is,

$$(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u})^2 = gk + \gamma_0 k^3, \quad (13)$$

with  $g = 9.81$  m/s the gravitational constant,  $\gamma_0 = 7.44 \cdot 10^{-5}$  m<sup>3</sup>/s<sup>2</sup> the surface tension coefficient for fresh-water, and  $u$  the surface current. However, it remains to verify that the dominant wave orbital velocity has still no impact on the dispersion relationship, an issue which has been investigated in detail in *Hwang* [2006] by considering the variation of the Jacobian in the  $k-\omega$  transformation. Again, we provide heuristic arguments in the case of a one-dimensional flow. The change of variable  $\omega \rightarrow k$  involves the Jacobian

$$J = \left| \frac{dk}{d\omega} \right| = |c_g + u_{ad} \cos \Phi + u_c|^{-1}, \quad (14)$$

where  $c_g$  is the group velocity associated to the wave number  $k$  in absence of current. The group velocity of capillary-gravity waves is of the order  $c_g \simeq \frac{3}{2} c_p$  with  $c_p \sim 23$  cm/s at least and we therefore have for the Jacobian averaged over many orbital cycles for the highest wind speed:

$$(c_g + u_c) \times \langle J \rangle \simeq \langle (1 - 0.3 \cos \Phi + 0.045 \cos^2 \Phi + \dots) \rangle \simeq 1.022. \quad (15)$$

Hence, the contribution of the orbital current induces a relative variation of about 2% in the dispersion relationship and will thus be neglected. In view of the previous considerations and the behavior of the dispersion relation estimated experimentally from wave amplitude and slope spectra (see Figure 7) we will assume that the wave fields are essentially monodisperse, which implies a one-to-one correspondence between spatial and temporal scales. To model the latter, we will only take into account a constant drift current.

## 5.2. Estimation of the Directional Spectrum

From now on we assume a constant surface current  $\mathbf{u}_c$  aligned with the wind direction ( $x$  axis) and homogeneous in the crosswise direction. Any wave vector  $\mathbf{k} = \mathbf{k}(f, \phi)$  together with its norm  $k(f, \phi)$  is thus uniquely specified by a frequency  $f$  and a direction angle  $\phi$  referred to the  $x$  axis. The variance of the surface elevation can be expressed with respect to either the frequency or wave number spectrum:

$$\langle \eta^2 \rangle = \int d\mathbf{k} \Psi(\mathbf{k}) = \int_0^\infty df S(f). \quad (16)$$

Denoting  $J(f, \phi)$  the Jacobian corresponding to the change of variable  $\mathbf{k} \rightarrow (f, \phi)$  we thus have the identity:

$$S(f) = \int_0^{2\pi} d\phi \Psi(f, \phi) J(f, \phi), \quad (17)$$

with the understanding  $\Psi(f, \phi) = \Psi(\mathbf{k}(f, \phi))$ . We now decompose the two-dimensional wave number spectrum into an omnidirectional part ( $\Psi_0(k)$ ) and an angular spreading function ( $Y(k, \phi)$ ) according to the expression:

$$\Psi(\mathbf{k}) = \Psi(k, \phi) = \frac{1}{k} \Psi_0(k) Y(k, \phi), \quad (18)$$

with the normalization condition:

$$\int_0^{2\pi} d\phi Y(k, \phi) = 1. \quad (19)$$

As we shall see the relation (17) allows the inversion of the omnidirectional spectrum. To evaluate the angular spreading function  $Y(k, \phi)$  we rely on the longitudinal ( $S_{\parallel}(f)$ ) and transverse ( $S_{\perp}(f)$ ) slope frequency spectra obtained from the wave slope measurements in the alongwind and crosswind direction, respectively. By definition of the directional slopes we can write:

$$s_x^2 = \int_0^{\infty} df S_{\parallel}(f), \quad s_y^2 = \int_0^{\infty} df S_{\perp}(f). \quad (20)$$

The variances of slopes are also given by the partial second moments of the wave number spectrum, that are:

$$s_x^2 = \int_0^{\infty} df \int_0^{2\pi} d\phi k^2(f, \phi) \cos^2 \phi \Psi(f, \phi) J(f, \phi),$$

$$s_y^2 = \int_0^{\infty} df \int_0^{2\pi} d\phi k^2(f, \phi) \sin^2 \phi \Psi(f, \phi) J(f, \phi). \quad (21)$$

This provides the following identification:

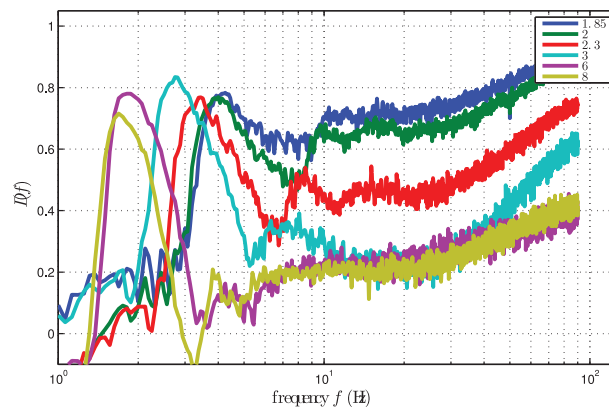
$$S_{\parallel}(f) = \int_0^{2\pi} d\phi k^2(f, \phi) \cos^2 \phi \Psi(f, \phi) J(f, \phi),$$

$$S_{\perp}(f) = \int_0^{2\pi} d\phi k^2(f, \phi) \sin^2 \phi \Psi(f, \phi) J(f, \phi). \quad (22)$$

In order to characterize the spreading function we introduce the upwind/crosswind ratio  $D(f)$ :

$$D(f) = \frac{S_{\parallel}(f) - S_{\perp}(f)}{S_{\parallel}(f) + S_{\perp}(f)}. \quad (23)$$

This ratio quantifies the anisotropy of the wave field. Its ranges from 1 for long-crested surface waves propagating in the wind direction to 0 for fully isotropic wavefield. It can be evaluated directly from the measured frequency wave slope spectra as shown in Figure 6 for various winds. This ratio exhibits a well-defined peak at the dominant frequency. In this range of wind speeds, its level varies only slightly, being quasi-constant for the three smallest wind speeds, increasing a little at 3 m/s and then decreasing at higher wind speeds. This slow variation, however, results from a drastic change in the directional properties of the respective dominant wind wave fields, evolving from well-organized rhombic wave patterns formed by two oblique waves propagating at  $\pm 30^\circ$  to the wind direction as shown in Figure 3 at very small wind speeds to more randomly distributed short-crested wave patterns propagating mostly in the wind direction (see *Caulliez and Collard* [1999] for more details). Correspondingly, at high frequencies, we can distinguish two different trends in the behavior of the wave field anisotropy. At very small wind speeds,  $D(f)$  values observed just



**Figure 6.** Upwind/crosswind ratio  $D(f)$  of slope frequency spectra estimated for the same wind and fetch conditions as in Figure 5.

above 10 Hz are very similar to the dominant wave ones, except above 40–50 Hz where this ratio starts to increase continuously. This reflects the fact that the parasitic bound waves generated at the crest of dominant waves by a nonlinear instability mechanism as described theoretically by, e.g., *Tsai and Hung* [2007, 2010] have fundamentally the same three-dimensional features as the carrier waves and propagate at the same phase speed [*Caulliez*, 2013]. In that respect, the  $D(f)$  increase observed above 50 Hz may result from the fact that the ripple harmonics in the crosswind direction are more rapidly damped than these in the

wind direction, the energy of the latter being directly supplied by wind. At 3 m/s, capillary-gravity ripples generated by short-crested wave microbreaking or even directly by wind (at higher winds) can propagate freely at the water surface. These waves ranging in the frequency domain around and above 10 Hz exhibit a more isotropic spreading compared to bound capillary waves observed at small winds. Above 50 Hz, the increase in  $D(f)$  is very likely due to a similar effect as this mentioned previously. From this viewpoint, the wave field observed at 2.3 m/s wind speed appears as an intermediate case between these two types of wave fields with distinctive features.

The contrast function  $D(f)$  can be expressed in term of the two-dimensional wave number spectrum, in view of (22):

$$D(f) = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi k^2(f, \phi) (2\cos^2\phi - 1) \Psi(f, \phi) J(f, \phi)}{\int_0^{2\pi} d\phi k^2(f, \phi) \Psi(f, \phi) J(f, \phi)}. \quad (24)$$

To proceed further we must now assume a specific shape of the spreading function  $Y(k, \phi)$ . The most general form is a Fourier expansion with respect to the azimuthal pair harmonics:

$$Y(k, \phi) = \frac{1}{2\pi} (1 + \Delta_2(k) \cos(2\phi) + \Delta_4(k) \cos(4\phi) + \dots). \quad (25)$$

When reduced to the second harmonic it coincides with the popular form proposed by *Elfouhaily et al.* [1997]:

$$Y(k, \phi) = \frac{1}{2\pi} (1 + \Delta(k) \cos(2\phi)). \quad (26)$$

The advantage of this formulation is that the function  $\Delta(k)$  can be simply inferred from the ratio of measurable quantities such as the wave number spectrum, the directional slope spectra, or the directional mss in two orthogonal directions. We have in particular

$$\frac{s_x^2}{s_y^2} = \frac{\int dk \Psi_0(k) k^2 (1 + \Delta(k)/2)}{\int dk \Psi_0(k) k^2 (1 - \Delta(k)/2)}, \quad (27)$$

for the partial or total directional mss (depending on the integration bounds). However, since  $\Delta(k)$  should be smaller than unity to ensure the positivity of the spectrum, this limits the ratio of upwind and crosswind partial or total mss to a maximum value of 3. The observed ratio of mss in the wave tank is far beyond this value as seen in Table 1 and therefore excludes the use of the biharmonic spreading function (26). On the other hand, the determination of higher azimuthal harmonics in (25) cannot be achieved with the sole knowledge of the directional slopes and requires higher moments of the directional spectrum. To obtain a more contrasted wave amplitude between the longitudinal and transverse direction with a spreading function which can still be determined from the directional slopes we have devised an ad hoc azimuthal dependence:

$$Y(k, \phi) = \left( \int_0^{2\pi} d\phi e^{-\alpha(k) \sin^2 \phi} \right)^{-1} e^{-\alpha(k) \sin^2 \phi}, \quad (28)$$

where the function  $\alpha(k)$  has to be adjusted with the observations. Note that this function which depicts an unimodal angular distribution pointed toward the wind direction appears appropriate for modeling wave fields observed above 3 m/s. At lower wind speeds for rhombic wind wave fields, it should be regarded only as a very first approximation.

To estimate the omnidirectional ( $\Psi_0$ ) and directional part ( $Y$ ) of the wave number spectrum, we first discard the current thus assuming  $\mathbf{u}_c = 0$ . We denote  $\mathbf{k}_0(f, \phi)$  and  $k_0(f)$  the corresponding dispersion relations for the wave vector and its norm (this latter now depending on the sole frequency). Under these circumstances the Jacobian is merely given by:

$$J(f, \phi) = J(f) = k_0(f) \frac{dk_0(f)}{df}, \quad (29)$$

where  $k_0(f)$  is the solution of the third-order equation:

$$gk + \gamma_0 k^3 - (2\pi f)^2 = 0. \quad (30)$$

It follows from (17) the simple relation between the frequency spectrum and the omnidirectional wave number spectrum:

$$S(f) = \Psi_0(k_0(f)) \frac{dk_0(f)}{df}, \quad (31)$$

which is equivalent to the more classical relation:

$$\Psi_0(k) = S(f(k)) \frac{df(k)}{dk}, \quad (32)$$

that is explicitly:

$$\Psi_0(k) = \frac{1}{4\pi} \frac{g + 3\gamma_0 k^2}{(gk + \gamma_0 k^3)^{1/2}} S(f(k)). \quad (33)$$

In view of equation (29) the upwind/crosswind ratio given by (24) simplifies to:

$$D(f) = \int_0^{2\pi} d\phi (2\cos^2 \phi - 1) Y(k, \phi), \quad (34)$$

where  $k$  is implicitly given by  $k = k_0(f)$ .

For the biharmonic spreading function (26) this leads to the simple relation:

$$D(f) = \frac{1}{2} \Delta(k), \quad (35)$$

showing that this formulation is not acceptable as soon as  $D(f) \geq 1/2$ . For the chosen functional form (28), it leads to an indirect relation:

$$D(f) = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi (2\cos^2 \phi - 1) e^{-\alpha(k) \sin^2 \phi}}{\int_0^{2\pi} d\phi e^{-\alpha(k) \sin^2 \phi}} = : F(\alpha(k)). \quad (36)$$

The function  $F(\alpha)$  must be evaluated numerically. It is an increasing function of  $\alpha$  with  $F(0)=0$  and  $F(\infty)=1$ .

In the presence of current ( $u_c \neq 0$ ), the Jacobian  $J$  follows the same expression (29) with an angular dependence:

$$J(f, \phi) = k(f, \phi) \frac{dk}{df}(f, \phi) \quad (37)$$

and from (17) the frequency spectrum has the form:

$$S(f) = \int_0^{2\pi} d\phi \Psi_0(k(f, \phi)) Y(k(f, \phi), \phi) \frac{dk}{df}(f, \phi). \quad (38)$$

For very directional waves about the wind direction, as it is the case for the dominant waves and its bound capillary waves, the main contribution to the integral originates from the vicinity of  $\phi=0$ , so we may approximate  $k(f, \phi) \simeq k(f, 0)$ . This leads to the modified relationship between the two spectra:

$$S(f) \simeq \Psi_0(k(f, 0)) \frac{dk}{df}(f, 0), \quad (39)$$

where  $k(f, 0)$  is the root of the third order equation:

$$(2\pi f - ku_c)^2 = gk + \gamma_0 k^3. \quad (40)$$

This solution is given explicitly by means of Cardan formula:

$$k(f, 0) = \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\delta}\right)^{1/3} + \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\delta}\right)^{1/3} + \frac{u_c^2}{3\gamma_0}, \quad (41)$$

with

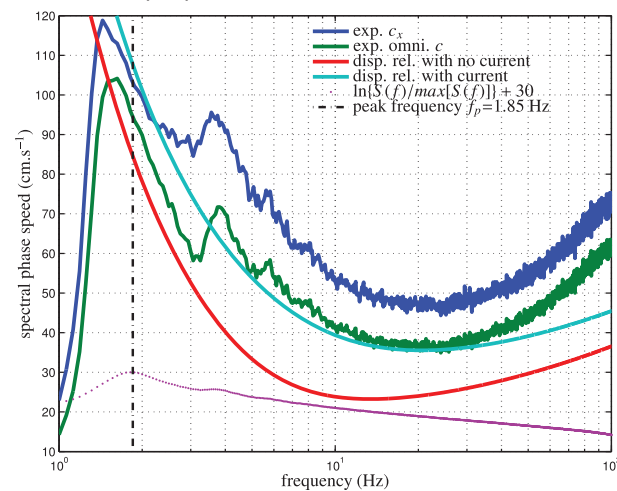
$$\begin{aligned} \delta &= \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} > 0, \\ p &= \frac{1}{\gamma_0} \left[ g + 4\pi f u_c - \frac{u_c^4}{3\gamma_0} \right], \\ q &= \frac{1}{\gamma_0} \left[ \frac{-2u_c^6}{27\gamma_0^2} + \frac{u_c^2}{3\gamma_0} (g + 4\pi f u_c) - (2\pi f)^2 \right]. \end{aligned} \quad (42)$$

Due to the abrupt variations of the frequency spectrum on both sides of the spectral peak, the introduction of the current is crucial in determining the value of the dominant wave number which is downshifted with respect to its current-free position. We also found that accounting for the current in the dispersion relation has an important impact on the high-frequency part of the wave number spectrum since it leads to a shifting of the curvature bump observed in the capillary range to higher frequencies. Since the spreading function has a smooth dependence on the wave number, we neglected the effect of current in its estimation; that is, we used formula (36) for the determination of the parameter  $\alpha_k$ . The inversion of the omnidirectional wave spectrum from equation (39) requires the a priori knowledge of the current  $u_c$ . Now the usual rule of thumb which expresses the latter as a fraction of wind speed provides only a rough estimation. To obtain a more precise estimate of the current we proceeded by validating a posteriori the value which, when used in the calculation of the omnidirectional spectrum, may lead to a consistent value of the total mss,  $s^2 = s_x^2 + s_y^2$ . We recall that this last quantity can be derived from the second moment of the omnidirectional spectrum:

$$s^2 = \int_0^\infty k^2 \Psi_0(k) dk. \quad (43)$$

We found that the wind speed dependence of the actual current can be very well fitted by a linear relation  $u_c = 1.76 \times \text{windspeed} - 2.00$  (in cm/s).

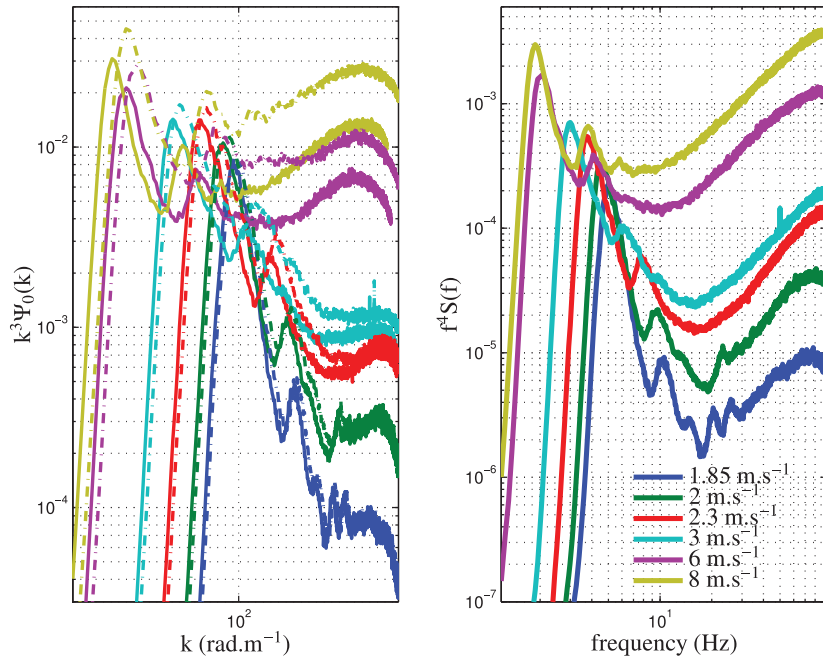
To validate the dispersion relation, a rough estimate of an averaged phase speed in the alongwind ( $c_x$ ) direction as well as the averaged omnidirectional phase speed ( $c$ ) was obtained by using the frequency elevation and slope spectra as follows:



**Figure 7.** Experimental versus theoretical dispersion relation at wind speed 8 m/s. The renormalized frequency spectrum is shown for reference.

$$c_x^2(f) \simeq \frac{\omega^2 S(f)}{S_{\parallel}(f)}, \quad c^2(f) \simeq \frac{\omega^2 S(f)}{S_{\parallel}(f) + S_{\perp}(f)}. \quad (44)$$

Figure 7 shows a comparison between the theoretical current-corrected phase speed based on the linear dispersion relation and the corresponding experimental estimate at the highest wind speed when the current effect is the largest. We can see that the introduction of the current (adjusted a posteriori with the mss) make the dispersion relation in reasonable agreement with the omnidirectional phase speed in particular for the dominant peak and in the frequency range associated with the capillary-gravity waves generated by



**Figure 8.** Omnidirectional wave number curvature spectra ( $k^3\Psi_0(k)$ ) estimated for different wind speeds with (solid lines) and without (dashed lines) account of the surface current.

wind and propagating freely at the surface of dominant waves. In the frequency range around 5 Hz and above 50 Hz, the wavefield is composed of free and bound harmonics making both the theoretical and experimental celerity estimates less accurate or even significant.

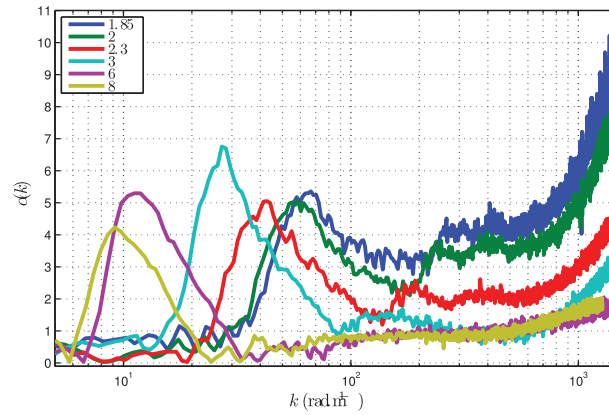
To summarize, the omnidirectional spectrum is obtained from the experimental frequency spectrum via equation (39) and  $u_c$  while the spreading function (28) is estimated from  $\alpha(k)$  using equation (36). Figure 8 shows the resulting omnidirectional curvature spectra at different wind speeds. We have superimposed on the same plot the omnidirectional spectra ( $k^3\Psi_0(k)$ ) which would have been obtained if the surface current had been discarded (that is with  $u_c = 0$  in the previous derivation). As seen, the current has an important effect at the highest wind speeds, with a downshift of the peak wave number and a significant reduction (roughly by a factor 2) of the level of curvature in the high-frequency part. Figure 9 shows the evolution of the parameter  $\alpha(k)$  with wave number and Figure 10 shows the angular spreading function  $Y(\phi)$  given by equation (36) for a few typical values of the parameter  $\alpha$ . The behavior of the spreading function mirrors the contrast function  $D(f)$  which was discussed earlier.

To assess the obtained wave number spectra it is important to perform a number of consistency tests. The most elementary test is the a posteriori verification of the integral constraints satisfied by the wave number spectrum. The significant wave height ( $H_s$ ) can be calculated by integration of either the frequency or the omnidirectional wave number spectrum. As expected, the comparison of the respective values of  $H_s$  obtained in both ways show very consistent results. On the other hand, the along- ( $s_x^2$ ) and across-wind mss ( $s_y^2$ ) are related to the wave number spectrum by:

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \int_0^\infty dk k^2 \Psi_0(k) \int_0^{2\pi} Y(k, \phi) \cos^2 \phi d\phi \\ s_y^2 &= \int_0^\infty dk k^2 \Psi_0(k) \int_0^{2\pi} Y(k, \phi) \sin^2 \phi d\phi. \end{aligned} \quad (45)$$

These slope variances have been recalculated with the empirical wave number spectra and found in excellent agreement with the experimental values obtained from the integration of the slope spectra (20). The





**Figure 9.** Variation with wind speed of the parameter  $\alpha$  characterizing the spreading function  $Y(k, \phi)$  given by equation (28) for different wind speeds.

which have a limited domain of validity, many unified models have been developed to obtain more robust approximations. We refer to, e.g., *Elfouhaily and Guérin* [2004] for a recent review on the analytical models and their respective merits. One of the most popular models in ocean remote sensing is the composite or two-scale model, according to which the scattering process is pictured by resonant scattering from ripples propagating on tilted rough facets of longer waves. In the context of describing the water surface microwave cross section in a wind-wave tank this model brings significant improvement over the Bragg theory at intermediate incidence [*Keller et al.*, 1995; *Plant et al.*, 1999]. However, at small incidence angles ( $\theta$ ) where polarization effects are negligible, it is well known that the simple Physical Optics approximation (PO) is sufficient for an accurate description of the NRCS and has been therefore adopted here. In its statistical formulation, that is assuming stationary surface statistics both in space and time, the PO monostatic NRCS is given by the so-called “Kirchhoff integral”:

$$\sigma_{PO}^0 = \frac{1}{\pi} \frac{K^2}{\cos^2 \theta} |R|^2 \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \left( e^{-\frac{Q_z^2}{2} S_2(\mathbf{r})} - e^{-Q_z^2 \rho(\theta)} \right), \quad (46)$$

where  $R$  is the Fresnel reflection coefficient on a flat water surface at normal incidence,  $\mathbf{Q}_H$  and  $Q_z$  are the horizontal and vertical components of the Ewald vector  $\mathbf{Q} = -2\mathbf{K}$ , respectively,  $\mathbf{K}$  is the incident wave vector and  $K = 2\pi/\lambda_{EM}$  the electromagnetic wave number. The integration is performed over the horizontal space vector  $\mathbf{r}$  and the quantity  $S_2$  is the structure function of elevation (6). The numerical evaluation of PO involves the computation of the auto-correlation function ( $\rho$ ) and its integration into the Kirchhoff integral, a task which is in general made difficult by the oscillating and slowly decaying nature of the former.

The autocorrelation function (7) is obtained through the two-dimensional inverse Fourier transform of the wave number spectrum. To accelerate its systematic computation we first calculate the coefficients  $\Delta_{2n}(k)$  of the Fourier azimuthal expansion (25) for the spreading function (28):

$$\begin{aligned} \Delta_0(k) &= 1, \\ \Delta_{2p}(k) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi d\phi \cos(2p\phi) Y(k, \phi), \quad p = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (47)$$

This provides readily an azimuthal expansion for the autocorrelation function into even harmonics:

$$\rho(r, \phi_r) = \rho_0(r) + \rho_2(r) \cos(2\phi_r) + \rho_4(r) \cos(4\phi_r) + \dots \quad (48)$$

with:

$$\rho_{2p}(r) = (-1)^p 2\pi \int_0^\infty dk \Delta_{2p}(k) \Psi_0(k) J_{2p}(kr), \quad p \geq 1, \quad (49)$$

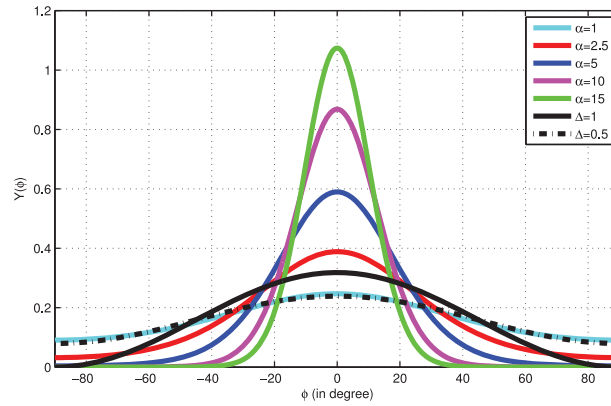
relative differences are less than about 0.5% for the significant height  $H_s$  and 1% (respectively 7%) for the directional mss at the small (respectively large) wind speeds.

## 6. Scattering Model

### 6.1. Physical Optics Model

The interaction of electromagnetic waves with the sea surface in the microwave regime is a complex mechanism which has been the subject of an important amount of works in the literature. Starting with the asymptotic methods such as Bragg theory and the geometrical optics approximation (GO)





**Figure 10.** Angular spreading function  $Y(\phi)$  given by equation (36) for a few typical values of  $\alpha$  and comparison with Elfouhaily spreading function (26) for  $\Delta = 0.5$  and  $\Delta = 1$ .

where  $J_{2p}$  is the first-kind Bessel function of order  $2p$ . We found that four harmonics ( $p = 1-4$ ) are sufficient to ensure a relative error less than 1% on the computation of the autocorrelation function. The calculation of the Kirchhoff integral has been carried out with a double integration in polar coordinates using Simpson integration rule. For isotropic or biharmonic spectra such as Elfouhaily spectrum it is customary to reduce this calculation to a single integral using Bessel transforms but this is not applicable here.

## 6.2. Geometrical Optics and Improved Version

In the limit of very large Rayleigh parameters ( $Q_z^2 \rho(\theta) \rightarrow \infty$ ), the PO reduces to the GO approximation, which is parameterized by the directional slopes only:

$$\sigma_{GO}^0 = \frac{|R|^2}{2s_x s_y \cos^4 \theta} \exp \left( -\frac{\tan^2 \theta}{2} \left( \frac{\cos^2 \phi}{s_x^2} + \frac{\sin^2 \phi}{s_y^2} \right) \right), \quad (50)$$

where  $\phi$  is the angle between the incidence wave vector and the wind direction. In the isotropic case ( $s_x^2 = s_y^2 = s^2/2$ ) it simplifies further to:

$$\sigma_{GO}^0 = \frac{|R|^2}{s^2 \cos^4 \theta} \exp \left( -\frac{\tan^2 \theta}{s^2} \right). \quad (51)$$

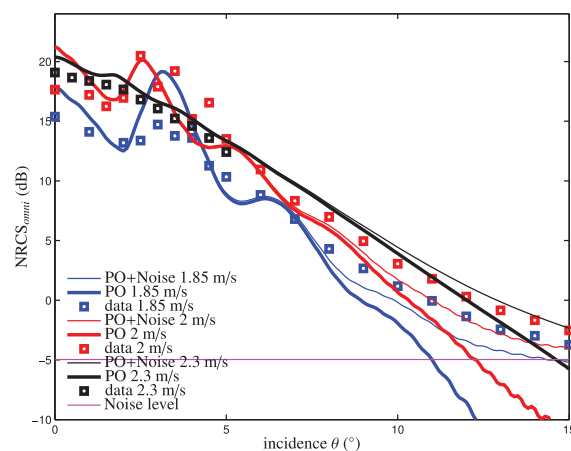
The GO model has the considerable advantage of expediting the calculations and not involving the wave number spectrum other than through the mss. However, it has a narrow domain of validity as it is in principle only valid in the optical limit. To improve the GO model at finite wavelength, it is classically resorted [Brown, 1978] to a "radar mss," that is, a mss filtered at the radar wavelength. This approach was recently revisited with the GO4 model (O. Boïso et al., The GO4 model in near-nadir microwave scattering from the sea surface, submitted to *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015) where it was shown that the GO model can be significantly improved with the introduction of an extra wavelength-dependent curvature parameter, referred to as effective mean square curvature (msc). In its isotropic version (considered here for simplicity), it is given by:

$$\sigma_{GO4}^0 = \sigma_{GO}^0 \times \left( 1 + \frac{\text{msc}}{16K^2 s^2 \cos^2 \theta} \left( 2 - 4 \frac{\tan^2 \theta}{s^2} + \frac{\tan^4 \theta}{s^4} \right) \right). \quad (52)$$

It is important to note that the slope parameter  $s^2$  entering into the GO4 model is the total and not the filtered mss. The curvature parameter msc was shown in O. Boïso et al. (submitted manuscript, 2015) to be approximately the cumulated spectral curvature ( $k^4 \Psi(k)$ ) with a cutoff at the EM wave number  $K$ . The total mss and the curvature parameter msc can be estimated jointly from the measurement of the NRCS at several incidences even in the absence of absolute calibration.

## 6.3. Non-Gaussian Corrections

Several recent works [e.g., Mouche et al., 2007; Bringer et al., 2012] have shown the importance of non-Gaussian corrections in the fine simulation of the backscattering cross section from the sea surface. They contribute to a slight increase of NRCS at nadir (peakedness correction) and separate the upwind and downwind directions (skewness correction). However, non-Gaussian corrections are based on cumulant expansions in the Kirchhoff integral, whose applicability for wind tank wave fields is not granted. Furthermore, they require the knowledge of higher-order structure functions, for which only coarse estimates are



**Figure 11.** Experimental (data) omnidirectional NRCS for small wind speed and comparison with the PO model (PO) with and without noise.

Note that it is very close to its seawater value  $\epsilon = 19.97 + i30.02$ , therefore allowing direct comparison with in situ data.

To compare the simulated backscattering values with the related observations described above, it is necessary to correct the experimental values by the appropriate offset for retrieving the absolute levels of NRCS. Even though the radar system has been carefully calibrated, we can double-check the calibration coefficient by deriving them again by means of an indirect procedure. The offset was chosen by minimizing the least square error between the experimental and simulated NRCS in the upwind and downwind directions within the  $5^\circ$  of incidence around nadir at the three largest wind speeds. The low wind speeds have not been used in such a calibration test owing to the strongly oscillating nature of the scattering diagram at small incidences. We found a posteriori that the recalculated offset is 0.7 dB higher than the experimentally measured calibration coefficient, for which we have an uncertainty of  $\pm 1.4$  dB. This procedure thus cross-validates the model and the calibration technique. At the same time, it provides an estimate of the accuracy of the absolute levels of NRCS which are evaluated experimentally and numerically in this paper. The noise level could be estimated by using the radar echo on the water surface at rest (no wind). It was approximately rated to  $-5$  dB after calibration. A part of the noise is of thermal origin. Another part may come from an imperfect damping of the spurious multiples reflections from the walls and the metallic parts of the experimental setup which could not be completely covered with radar absorbers. At last, an indirect source of error is the fact that radar measurements were averaged over not long-enough time series, in particular at high winds. Note that the parasitic reflections from the walls is likely to be higher in the crosswind direction at large incidences as in such a configuration, the incident beam undergoes the largest excursion from the center of the water tank toward the tunnel sidewalls. In view of their general behavior which leads to draw distinct inferences, the measurements have been classified into two families, respectively, referring to small wind and to large wind speed conditions. For a given wind speed, the experimental omnidirectional NRCS have been estimated by averaging the measurements made at one incidence in the various azimuthal planes investigated, that is  $\phi_K = 0, 45, 90, 135, 180$  degrees. The simulated omnidirectional NRCS has been defined in the same way as the observed NRCS.

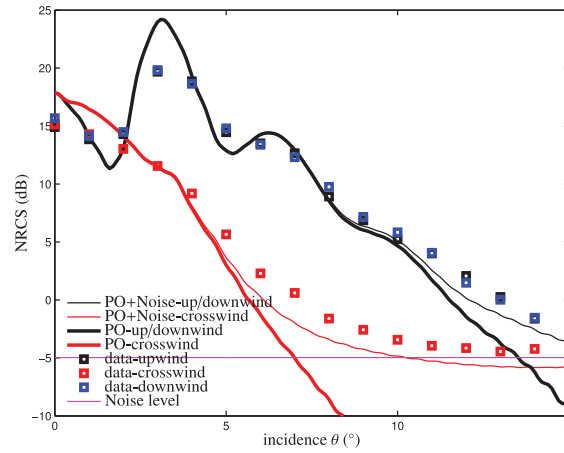
### 7.1. Small Wind Speeds

Figure 11 displays the omnidirectional NRCS observed at various incidences for 1.85, 2, and 2.3 m/s wind speeds. Superimposed in thick lines are the omnidirectional NRCS predicted by the PO model (referred to as "PO") using the experimentally devised

wave number spectra. To evaluate the effect of the noise we added a constant value of  $-5$  dB to the modeled NRCS. In the figure, this noise level is marked by a thin line. An excellent agreement is found with the data. The most striking

**Table 2.** Modeled (m) and Observed (o) Angular Position and Angular Width of the NRCS Peak (in Degree) for the Smallest Two Wind Speeds (Given in m/s)

Wind Speed	$k_p$ (rad/m)	$\theta_b$ (m)	$\theta_b$ (o)	$\Delta\theta_b$ (m)	$\Delta\theta_b$ (o)
1.85	98.21	3.58	3.5	1.5	1.7
2	74.76	2.72	2.75	1.3	1.8



**Figure 12.** Experimental (data) directional NRCS for a 1.85 m/s wind speed at different azimuths and corresponding values calculated by the PO model (PO) with and without noise.

incidence angle  $\theta_b$  for which the Bragg wave number  $Q_H = 2K \sin \theta_b$  coincides with the surface wave spectral peak wave number ( $k_p$ ):

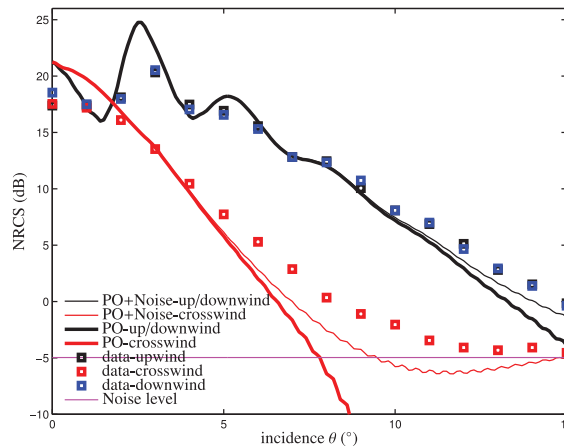
$$\theta_b = \arcsin\left(\frac{k_p}{2K}\right). \quad (54)$$

The full width at half-maximum (FWHM) of the NRCS peak can also be predicted from physical considerations. From the gravity wave dispersion relationship (neglecting the impact of current at such small wind speeds as well as the effect of surface tension on the estimation of the peak wave number) we can also derive a relationship between the FWHM of the peak of the frequency spectra and the corresponding one of the wave number spectra, as follows:

$$\Delta k_p = \frac{8\pi^2}{9.81} f_p \Delta f_p. \quad (55)$$

With the resonant angle condition (54), we can express the corresponding FWHM in incidence angle, thus providing an order of magnitude of the width of the NRCS peak observed around the Bragg angle. This results in the following estimation for the angular width:

$$\Delta \theta_b \simeq \frac{\Delta k_p}{2K}. \quad (56)$$



**Figure 13.** Same as Figure 12 for a 2 m/s wind speed.

experimental fact is the occurrence of an unusual off-nadir maximum at an angle of about  $3^\circ$ . This phenomena can be very well accounted for by the Bragg theory as well as the PO model when applied to small roughness (both theories agreeing at small angles). In fact, when assumed a small Rayleigh parameter ( $Q_z^2 \rho_0 \ll 1$ ), the exponential term in the Kirchhoff integral (46) can be approximated by the first terms of the corresponding series:

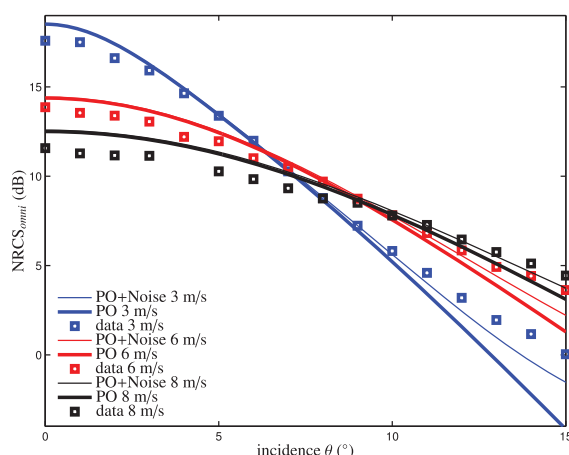
$$\sigma_{PO}^0 = \frac{1}{\pi} \frac{K^2}{\cos^2 \theta} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \left( Q_z^2 \rho + \frac{1}{2} (Q_z^4 \rho^2) + \dots \right). \quad (53)$$

The leading term is proportional to the Fourier Transform of the autocorrelation function, namely the two-dimensional wave number spectrum  $\Psi$ , evaluated at wave vector  $\mathbf{k} = \mathbf{Q}_H$ .

This term reaches its maximum at the inci-

The values of the observed peak wave number ( $k_p$ ), the observed and predicted angular position ( $\theta_b$ ) as well as the FWHM ( $\Delta \theta_b$ ) of the maximum NRCS at the smallest two wind speeds are reported in Table 2. The values observed at the largest wind speed (2.3 m/s) have been discarded because the peak in that case is not sufficiently marked. An excellent agreement is observed between the actual and predicted values.

Figures 12 and 13 show the directional NRCS in selected azimuthal planes, namely along the upwind ( $\phi = 0^\circ$ ), downwind ( $\phi = 180^\circ$ ), and crosswind ( $\phi = 90^\circ$ ) directions at small wind speeds (the 2.3 m/s data set is incomplete and is not shown).



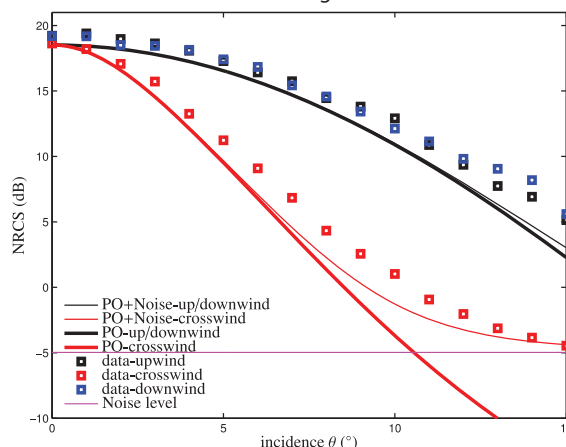
**Figure 14.** Experimental (data) omnidirectional NRCS for medium and large wind speed and comparison with the PO model (PO) with and without noise.

the resolution in incidence angle and the random nature of the patterns being more pronounced in this direction due to the inhomogeneity of wave fields generated at such low winds. Note that the absence of a NRCS bump in the crosswind direction excludes the possibility that the latter could be generated by a spurious effect induced by the radar antenna configuration, in particular the radar sidelobes. Note as well that the NRCS bump, decreasing in amplitude, is visible up to an azimuthal angle of  $45^\circ$  on both sides of the wind direction. Altogether the model is found in good agreement with the data in the angular domain of interest, namely the first degrees of incidence.

Another striking feature of the NRCS observed at low winds is the unusual wind speed dependence of its nadir value, which is seen to increase with this parameter. This is opposite to what is generally observed in open sea with altimeters. However, this peculiarity might be ascribed to the increase of the intermittent behavior of the wave field at such light winds, the wave growth occurring primarily inside well-distinguishable wave patches at the water surface visualized in time records by the presence of well-pronounced wave groups. Consistently, this behavior induces an increase in the incoherent part of the radar return at nadir.

## 7.2. Large Wind Speeds

Figure 14 displays the omnidirectional NRCS at 3, 6, and 8 m/s wind speed. The PO model is found very accurate in the first  $10^\circ$  of incidence and, once corrected with noise, remains within 1 dB from the experimental values over the whole range of incidences. A minimum of sensitivity of the NRCS to wind speed is



**Figure 15.** Same as Figure 12 for 3 m/s wind speed.

The weaker return in the crosswind direction is corrupted by the noise level beyond  $6\text{--}7^\circ$  of incidence. The most notable feature is a marked upwind-crosswind contrast, which can be as high as 10 dB. The observed upwind-downwind asymmetry is less than about 0.5 dB and therefore not significant as it is smaller than the expected accuracy of the experimental data. The peak of NRCS at small incidences attributed to the Bragg mechanism is not seen in the crosswind direction. This is linked to the absence of resonant Bragg waves in the crosswind direction, the typical size of the rhombic patterns corresponding to a too small wave number compared to

observed around the incidence angles of  $7\text{--}8^\circ$ , where the corresponding three scattering diagrams almost intersect.

Figures 15–17 show the directional NRCS in the upwind, downwind and crosswind directions for increasing wind speeds. One can notice an increasing separation of the upwind and crosswind return with incidence, which is reasonably well reproduced by the model after noise correction. The observed upwind/crosswind asymmetry can be as high as 10 dB at  $15^\circ$  incidence. It is much stronger than that observed at sea which is of the order of 2 dB only [see, e.g., Tanelli *et al.*, 2006, Figure 3]. At the largest wind speeds, the model

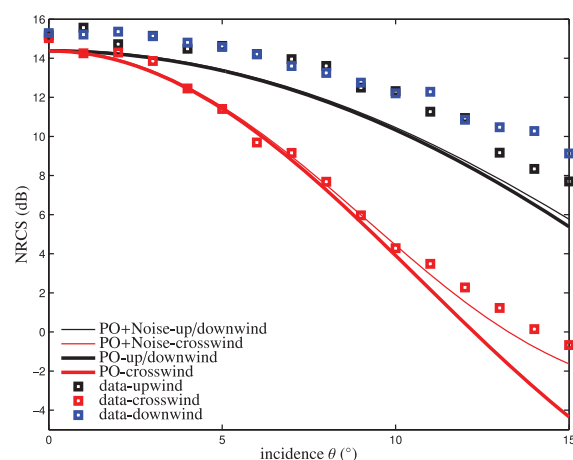


Figure 16. Same as Figure 12 for 6 m/s wind speed.

underestimates the NRCS in the upwind/downwind direction by about 1 dB. This is likely to be due to the increasing contribution of non-Gaussian features of the water surface (in particular the peakedness which has not been taken into account here). Note also that the downwind return at the largest incidence and wind speed seems to be slightly larger than the upwind counterpart whereas it is the contrary which is in general observed in open sea. A confirmation of this phenomenon would, however, require a better accuracy in the NRCS measurements (for example by performing longer time series) and is left for further investigation. Note that the observed discrepancy at nadir ( $\pm 0.5$  dB variation) is also caused by insufficient convergence of the time series. As was discussed

in section 3.2, the averaging process is indeed more demanding in time for large wind speeds since it requires a certain number of dominant waves to pass into the illuminated surface patch.

## 8. Comparison With GO and GO4 Models

For practical applications where the roughness spectrum is unknown it is useful to have a simple scattering model at hand with a limited number of parameters. To this aim we tested the GO model and its improvement GO4 for the highest wind speed cases and for the omnidirectional NRCS. Note that the GO and GO4 models are bound to fail at smallest wind speed where they are not capable to reproduce the nonmonotonic behavior of the NRCS with the incidence angle. We calculated the GO model with the filtered mss at  $K/3$ , that is, from the integration of the wave number spectrum to this cutoff value. For the GO4 model we did not use any a priori knowledge on the surface (this is the strength of the model) but made a joint estimation of the mss and msc parameters with a least square fitting of the scattering data over the available range of incidence (see O. Boïso, submitted manuscript, 2015 for details of the technique). We obtained the values (1.56, 3.13, and 4.51%), respectively, for the total mss at wind speed 3, 6, and 8 m/s, in close agreement with the experimentally observed values of this parameter. The corresponding values of the effective msc were found to be 444, 1025, and 1490  $\text{m}^{-2}$ . These values of the msc are consistent with the wave spectrum model as they correspond to a partial fourth moment of the experimental wave number

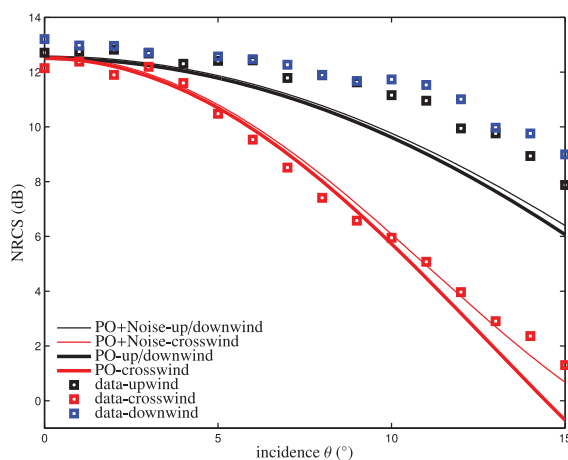
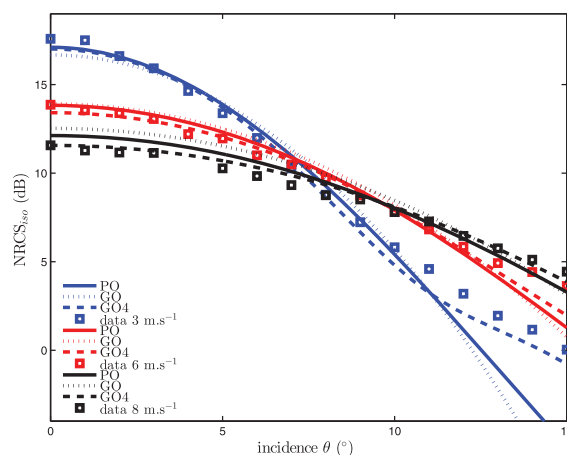


Figure 17. Same as Figure 12 for 8 m/s wind speed.

spectrum at a cutoff value close to the EM wave number  $K$  and provides an additional validation test of the short-wave spectrum model. As seen in Figure 18, the GO4 brings a significant improvement over the regular GO model and remains accurate over the whole set of incidence. Note that it can even bring a significant improvement over the PO model, as seen at 3 m/s wind speed. They are essentially two reasons for this result which might be surprising at first sight. First, the GO4 parameters are estimated directly from the experimental radar data and do not require the a priori determination of the wave number spectrum whose estimation can suffer from inaccuracies.



**Figure 18.** Experimental (data) omnidirectional NRCS for medium and large wind speeds and comparison with the PO, the GO, and GO4 models.

Second, as shown in O. Boissot (submitted manuscript, 2015), the GO4 automatically incorporates in the msc parameter an important non-Gaussian feature of the surface, namely the excess kurtosis coefficient of the slope distribution, which cannot be rendered easily with the PO and may have a nonnegligible contribution to the scattering diagram at low incidence (it is actually at 3 m/s wind speed that the excess kurtosis of slope was found to be the strongest). However, the GO4 is an asymptotic theory which requires large Rayleigh parameter. It can therefore not replace the PO at the lowest wind speeds where the surface roughness is small.

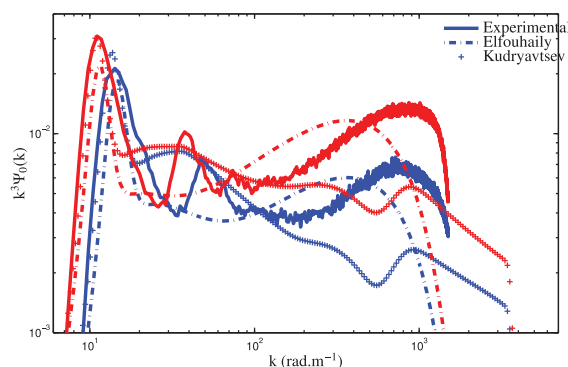
## 9. Comparison With In Situ Data

In view of future applications of the Ka-band to the characterization of the ocean surface or continental waters it is important to evaluate in which respect our findings are representative of natural surfaces.

### 9.1. Comparison With Oceanic Surfaces

Besides the obvious effect of fetch which makes wind waves generated in a tank and open sea surfaces very different, one might wonder whether the small-scale components (which are the resonant scatterers in Ka-band) differ from those predicted by unified wave number spectra. We have therefore performed a comparison with the reference spectra proposed by Elfouhaily *et al.* [1997] and Kudryavtsev *et al.* [2003a, 2003b] at short fetches, which we refer to by the name of their first author. Figure 19 shows the experimental wave number spectra estimated at two wind speeds plotted together with the Elfouhaily and Kudryavtsev wave number curvature spectra evaluated at same winds. The input parameters of these models have been adjusted to make the comparison meaningful, i.e., the wave age parameter  $\Omega$  or the fetch  $X$  have been fixed to match the peak wave number and the wind-wave tank wind speed ( $U$ ) has been converted into a wind speed at 10 m above the surface ( $U_{10}$ ) through the empirical relationship observed at large fetches in the wind tunnel [Caulliez *et al.*, 2008]:

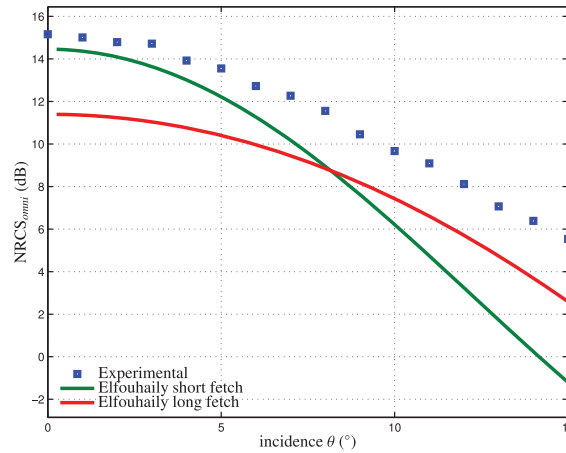
$$U_{10} = 1.28U - 0.63. \quad (57)$$



**Figure 19.** Comparison of the experimentally derived curvature spectrum (solid lines) with Elfouhaily (dashed dotted lines) and Kudryavtsev (symbols) spectral models. The blue lines correspond to a 6 m/s wind speed ( $U_{10} = 7.05$  m/s) and the red lines to a 8 m/s wind speed ( $U_{10} = 9.61$  m/s).

For the Elfouhaily spectrum we obtain the values  $\Omega = 8.5$  and  $\Omega = 10.3$  for the wave age defined as the ratio between the dominant phase speed and  $U_{10}$ . These values are close to those ( $\Omega = 10.1$  and  $\Omega = 12.2$ , respectively) predicted by the fetch-wave age relationship given by Elfouhaily *et al.* [1997] (equation (37)) for a fetch of 28 m. For the Kudryavtsev spectrum the matching of the spectral peak is obtained for a fetch  $X = 100$  m, that is larger than the actual value (28 m) but of the same order of





**Figure 20.** Omnidirectional NRCS according to the experimental wind-wave tank spectrum and Elfouhaily unified model at infinite and short fetch, by a common wind  $U_{10} = 7.05$  m/s.

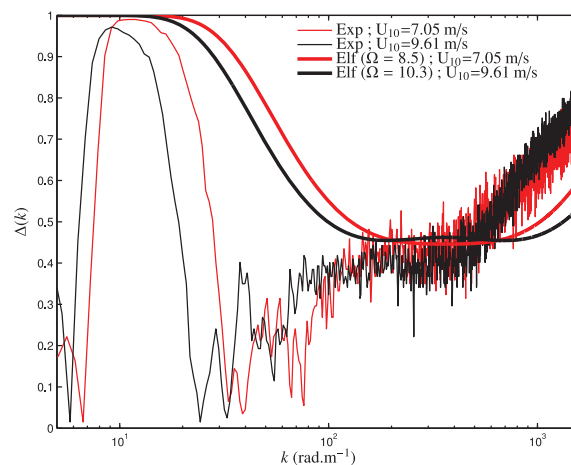
magnitude. As seen in Figure 19, the experimental spectra are found intermediate between the two spectral models. The level of the curvature spectrum predicted by Elfouhaily model is closer to our experimental findings with, however, a shift in the position of the short-wave range curvature peak. The position of this peak is found consistent with Kudryavstev model which, in turn, underestimates its amplitude. As to the difference in the high-frequency decay ( $k > 1000$  rad/m), it is due to the effect of the instrumental filtering in the instantaneous wave signals and is not physically relevant. The difference in the wave number spectra results in significant discrepancy in the near-nadir NRCS, as shown in Figure 20.

To compare the directionality derived from the experimental wave number spectra with that considered by Elfouhaily model, we evaluated the upwind-downwind ratio (26) which in the present case is given by:

$$\Delta(k) = \tanh(\alpha_k/2). \quad (58)$$

Figure 21 shows the upwind/crosswind ratio derived from wave slope measurements at high winds plotted in comparison with the parametric function proposed by Elfouhaily *et al.* [1997] for the same wind and wave age conditions as these considered above for the omnidirectional spectra. An important difference is seen at the lowest frequencies where the actual  $\Delta(k)$  function reaches its maximum value 1 only in the vicinity of the spectral peak wave number, contrarily to the Elfouhaily model which simply assumes a plateau at this maximum value. The level of the upwind/crosswind ratio is found consistent with Elfouhaily model at intermediate frequencies but takes higher values at the highest frequencies, a fact which may account for the directional effect of wind on small-scale wave energy supply.

There are very few available data in the literature reporting detailed measurements of NRCS at different incidences in Ka band. In the airborne campaign described in Tanelli *et al.* [2006], Ku and Ka-band airborne measurements were collected in a wide range of incidence angle away from nadir. The flights were carried



**Figure 21.** Upwind-downwind ratio  $\Delta(k)$  derived from the experimental (thin lines) wave slope spectra and the Elfouhaily spreading functions (thick lines) at 6 m/s wind speed ( $U_{10} = 7.05$  m/s, red lines) and 8 m/s wind speed ( $U_{10} = 9.61$  m/s, black lines).

out over Wakasa Bay in Japan. Even through the description of the corresponding sea state and wind speed is very coarse, it helps making an overall qualitative comparison with the NRCS measured in laboratory. A large number of approximate wind speeds and directions were reported in this experiment for the different run days. We have reproduced in Figure 22 the extremal values (Figure 1d) of Tanelli *et al.* [2006] corresponding to the lowest and highest ( $>20$  m/s) wind speeds, as well as intermediate values (8–12 m/s). Superimposed are the omnidirectional NRCS observed in the wind-wave tank at 3 and 8 m/s wind speeds. At small wind speed, airborne and laboratory NRCS show

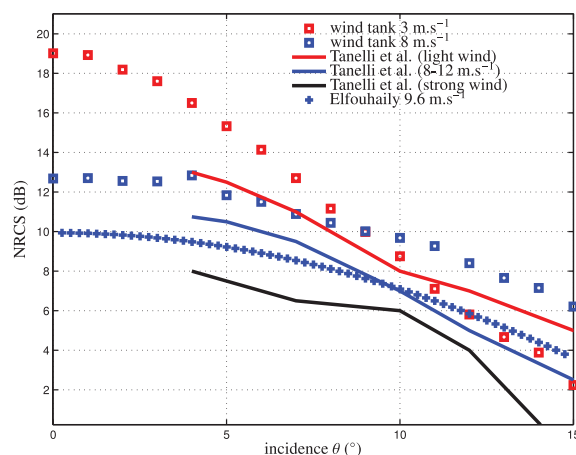


Figure 22. Comparison of NRCS with oceanic surfaces.

very different levels of NRCS (about 4 dB at  $4^\circ$  incidence and even more if one extrapolate the plot to nadir). A better agreement is reached at moderate wind speed ( $U_{10}=8-12$  m/s for airborne data,  $U_{10}=9.6$  m/s for wave tank), where the discrepancy is reduced to about 2 dB. The simulated NRCS with a fully developed omnidirectional Elfouhaily spectrum is shown for reference. It is slightly lower, which can be explained by the fact that the sea state in Wakasa Bay is in fetch-limited conditions, but quite consistent in shape. This seems to indicate that the order of magnitude of the NRCS observed in laboratory for the highest wind speed are close to those from fetch-limited seas but differs largely at low wind speed.

## 9.2. Comparison With Continental Water Surfaces

A comparison with continental water surfaces was made using the airborne DRIVE-BUSARD campaign described in *Fjortoft et al.* [2014]. The aircraft was equipped with a Ka-band SAR instrument developed by ONERA (DEMR Salon de Provence) and adapted for working at low incidence. The data were calibrated using corner reflectors on the ground. Several flights were conducted over the Rhone river, the Vaccares lake and the Mediterranean shore by a very calm day, where the wind speed was estimated around 3–4 m/s. Figure 23 shows the recorded NRCS as a function of the incidence angle and a comparison with the omnidirectional wind-wave tank values at 2 and 3 m/s wind speed. An excellent agreement is found with the airborne measurements over the Rhone river and the laboratory measurement by 2 m/s wind speed. Note that the strong current in the Rhone river (about 1.5 m/s in the region of Arles) must be taken into account in comparing the wind speed as it reduces significantly the relative speed of the airflow at the water surface. The simulated NRCS for a fully developed Elfouhaily spectrum is given for reference at 3 m/s wind speed and is seen to be dramatically different at low incidence. This confirms the aforementioned statement that oceanic surfaces observed at small wind speed are very different.

## 10. Conclusions

Observations in a large wind-wave tank and modeling of Ka-band radar scattering from the water surface were combined to investigate in more details the electromagnetic response of oceans and lakes in this

high-frequency microwave range. On the grounds of physical models and well-controlled experiments, we have proposed a proper description of the statistical properties of water surface roughness at small scales and the radar backscatter. Using fine wave height and slope measurements, we have developed an empirical wave number spectrum model addressing the gravity-capillary wave range and taking into account the water drift current. This model has been combined with the physical optics and the geometrical optics (GO and GO4) scattering model. Our study has unveiled unconventional behavior of the cross section for specific radar configuration and wind speed conditions. Our main results and conclusions can be summarized as follows:

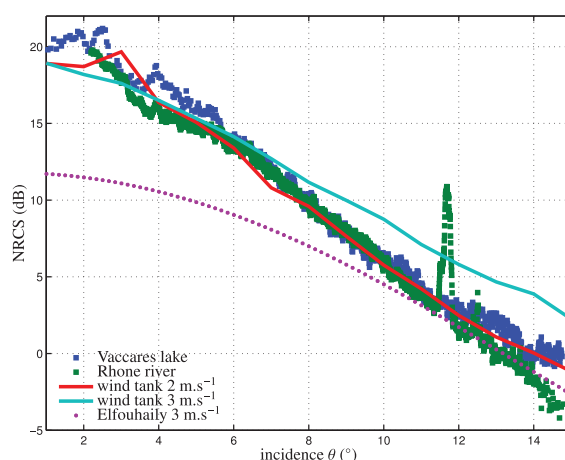


Figure 23. Comparison with continental water surfaces.



1. At large fetches and for moderate to large wind speeds, the frequency spectrum of the surface wave elevation observed in the laboratory can be reasonably well described by a JONSWAP shape around the peak frequency. The high-frequency tail, however, exhibits a more complicated, wind-dependent behavior which mirrors the change in nonlinear wave behavior with wave scale as wind speed is increased.
2. The derivation of the directional wave number spectrum from the frequency spectrum could be made by verifying that the Doppler-shift induced by long-wave orbital velocities is negligible and assuming only a constant drift current in the wave dispersion relationship. We found that the omnidirectional wave number spectrum is very sensitive to the magnitude of the drift current and can be inverted from the frequency spectrum under a number of simplifying assumptions. We have shown that the slope spectra derived from laser slope gauge measurements in the longitudinal and transverse directions are sufficient to parameterize the angular spreading function, when taken an Ansatz on its analytical form. The Elfouhaily biharmonic model is not relevant in the context of a wind tank experiment where contrasted directional slope ratio are observed and a more directive angular dependence of the two-dimensional wave number spectrum has been employed.
3. Observations and simulations have been systematically compared. Among the test cases, two families have been identified, namely experiments at small (1.85, 2, and 2.3 m/s) and at large (3, 6, and 8 m/s) wind speeds. At small wind speeds, a nonconventional behavior dependence of the nadir radar response on wind speed as well as a marked maximum around  $3^\circ$  in along-wind incidence were observed. This striking peculiarity can be explained and predicted by the well-known Bragg mechanism. At large incidences, a more classical wind dependence is observed, with a marked upwind-crosswind asymmetry. A minimum of sensitivity to wind speed is observed around  $7^\circ$ . The overall agreement between the results derived from the physical optics scattering model and the radar data is satisfactory while the classical GO model performs poorly even by the strongest wind speed. The recent GO4 model turns out to be accurate from moderate to large wind speeds (3–8 m/s) and the estimation of its slope and curvature parameters from the experimental NRCS is consistent with the obtained directional spectrum.
4. Qualitative comparisons have been performed with in situ measurements and models in oceanic as well as continental conditions. From the comparison with commonly used ocean wave spectrum models, it is found that fetch is not the only source of discrepancy in the wave number spectra. When compared with NRCS recorded over fetch-limited sea surface, very different levels and shapes are observed at small wind speed but comparable results are obtained at larger wind speed (8 m/s). At low wind speed, the wind-wave tank results are found consistent with values recorded over lakes and rivers.

These observations have shown that the study of near-nadir Ka-band scattering in a large wind-wave tank is already very rich and informative and can be compared to some extent to in situ conditions. This study must be depended to confirm the partial conclusions which were already drawn concerning the spatial properties of wind wave fields. In future experimental campaigns, we hope that some technical improvements will be achieved in the light of this first set of measurements (longer time series, increased radar dynamics to explore higher incidences, comparison with more established radar response in Ku-band, etc.).

#### Acknowledgments

This work was supported by CNES under research contracts R-S12/OT-0003-056 and DCT/SI/AR/2012-9643. Olivier Boisot is granted by CNES and CLS. We thank the technical staff from Pytheas and IRPHE for their assistance during the experiments. The data used in this study are available for verification purposes upon request to the corresponding author (guerin@univ-tln.fr).

#### References

- Bringer, A., C.-A. Guérin, B. Chapron, and A. Mouche (2012), Peakedness effects in near-nadir radar observations of the sea surface, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, *50*(9), 3293–3301.
- Brown, G. S. (1978), Backscattering from a Gaussian-distributed perfectly conducting rough surface, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, *26*(3), 472–482.
- Caulliez, G., and F. Collard (1999), Three-dimensional evolution of the wind waves from gravity-capillary to short gravity range. *European, J. Mech. B/Fluids*, *18*(3), 389–402, doi:10.1029/2012JC008402.
- Caulliez, G. (2013), Dissipation regimes for short wind waves, *J. Geophys. Res. Oceans*, *118*, 672–684, doi:10.1029/2012JC008402.
- Caulliez, G., and C.-A. Guérin (2012), Higher-order statistical analysis of short wind-waves, *J. Geophys. Res.*, *117*, C06002, doi:10.1029/2011JC007854.
- Caulliez, G., V. Makin, and V. Kudryavtsev (2008), Drag of the water surface at very short fetches: Observations and modeling, *J. Phys. Oceanogr.*, *38*(9), 2038–2055.
- Coantic, M., and P. Bonmarin (1975), The air-sea interaction simulation facility at the Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence, *Atmos. Technol.*, *7*, 72–79.
- Durand, M., L. Fu, D. Lettenmaier, D. Alsdorf, E. Rodriguez, and D. Esteban-Fernandez (2010), The surface water and ocean topography mission: Observing terrestrial surface water and oceanic submesoscale eddies, *IEEE Proc.*, *98*(5), 766–779.
- Dyer, F., M. Gary, and G. Ewell (1974), Radar sea clutter at 9.5, 16.5, 35, and 95 GHz, in *Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 12, pp. 319–322, IEEE, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Ga.

- Elfouhaily, T., and C.-A. Guérin (2004), A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces, *Waves Random Complex Media*, 14(4), 1–40.
- Elfouhaily, T., B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandemark (1997), A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves, *J. Geophys. Res.*, 102(C7), 15,781–15,796.
- Ermakov, S., I. Kapustin, and I. Sergievskaya (2010), Tank study of radar backscattering from strongly nonlinear water waves, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.*, 74(12), 1695–1698.
- Fjortoft, R., et al. (2014), KaRin on SWOT: Characteristics of near-nadir Ka-band interferometric SAR imagery, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 52(4), 2172–2185.
- Gade, M., W. Alpers, S. A. Ermakov, H. Hühnerfuss, and P. A. Lange (1998), Wind-wave tank measurements of bound and freely propagating short gravity-capillary waves, *J. Geophys. Res.*, 103(C10), 21,697–21,709.
- Giovanangeli, J.-P., L. F. Bliven, and O. Le Calvé (1991), A wind-wave tank study of the azimuthal response of a Ka-band scatterometer, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 29(1), 143–148.
- Hara, T., E. J. Bock, and D. Lyzenga (1994), In situ measurements of capillary-gravity wave spectra using a scanning laser slope gauge and microwave radars, *J. Geophys. Res.*, 99(C6), 12,593–12,602.
- Hasselmann, K., et al. (1973), Measurements of wind-wave growth and swell decay during the joint north sea wave project (JONSWAP), *Dtsch. Hydrogr. Z.*, A8(12), 1–95.
- Hughes, B. (1978), The effect of internal waves on surface wind waves. 2: Theoretical analysis, *J. Geophys. Res.*, 83(C1), 455–465.
- Hwang, P. A. (2006), Doppler frequency shift in ocean wave measurements: Frequency downshift of a fixed spectral wave number component by advection of wave orbital velocity, *J. Geophys. Res.*, 111, C06033, doi:10.1029/2005JC003072.
- Hwang, P. A., D. M. Burrage, D. W. Wang, and J. C. Wesson (2013), Ocean surface roughness spectrum in high wind condition for microwave backscatter and emission computations, *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 30(9), 2168–2188.
- Keller, M. R., B. L. Gotwols, W. J. Plant, and W. C. Keller (1995), Comparison of optically-derived spectral densities and microwave cross sections in a wind-wave tank, *J. Geophys. Res.*, 100(C8), 16,163–16,178.
- Kudryavtsev, V., D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron (2003a), A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface. 1: Background model, *J. Geophys. Res.*, 108(C3), 8054, doi:10.1029/2001JC001003.
- Kudryavtsev, V., D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron (2003b), A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface: 2. Radar modulation transfer function, *J. Geophys. Res.*, 108(C3), 8055, doi:10.1029/2001JC001004.
- Long, M. (2001), *Radar Reflectivity of Land and Sea*, Artech House, Norwood, Mass.
- Masuko, H., K. Okamoto, M. Shimada, and S. Niwa (1986), Measurement of microwave backscattering signatures of the ocean surface using X band and Ka band airborne scatterometers, *J. Geophys. Res.*, 91(C11), 13,065–13,083.
- Meissner, T., and F. J. Wentz (2004), The complex dielectric constant of pure and sea water from microwave satellite observations, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 42(9), 1836–1849.
- Mironov, A. S., M. V. Yurovskaya, V. A. Dulov, D. Hauser, and C.-A. Guérin (2012), Statistical characterization of short wind waves from stereo images of the sea surface, *J. Geophys. Res.*, 117, C00J35, doi:10.1029/2011JC007860.
- Mouche, A., B. Chapron, N. Reul, D. Hauser, and Y. Quilfen (2007), Importance of the sea surface curvature to interpret the normalized radar cross section, *J. Geophys. Res.*, 112, C10002, doi:10.1029/2006JC004010.
- Nekrasov, A., and P. Hoogeboom (2005), A Ka-band backscatter model function and an algorithm for measurement of the wind vector over the sea surface, *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, 2(1), 23–27, doi:10.1109/LGRS.2004.840613.
- Phillips, O. (1977), *The Dynamics of the Upper Ocean*, Cambridge Univ. Press, U. K.
- Plant, W. J. (2015), Short wind waves on the ocean: Wavenumber-frequency spectra, *J. Geophys. Res. Oceans*, 120, 2147–2158, doi:10.1002/2014JC010586.
- Plant, W. J., W. C. Keller, V. Hesany, T. Hara, E. Bock, and M. A. Donelan (1999), Bound waves and Bragg scattering in a wind-wave tank, *J. Geophys. Res.*, 104(C2), 3243–3263.
- Plant, W. J., P. H. Dahl, J.-P. Giovanangeli, and H. Branger (2004), Bound and free surface waves in a large wind-wave tank, *J. Geophys. Res.*, 109, C10002, doi:10.1029/2004JC002342.
- Smirnov, A. V., I. M. Fuks, and K. A. Naugolnykh (2003), Crosswind ocean radar backscatter and two-scale scattering model at low grazing angles, *Radio Sci.*, 38(3), 8037, 1–8.
- Soriano, G., C. Guérin, and M. Saillard (2002), Scattering by two-dimensional rough surfaces: Comparison between the method of moments, Kirchhoff and small-slope approximations, *Waves Random Media*, 12(1), 63–84.
- Tanelli, S., S. L. Durden, and E. Im (2006), Simultaneous measurements of Ku- and Ka-band sea surface cross sections by an airborne radar, *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, 3, 359–363, doi:10.1109/LGRS.2006.872929.
- Tsai, W.-T., and L.-P. Hung (2007), Three-dimensional modeling of small-scale processes in the upper boundary layer bounded by a dynamic ocean surface, *J. Geophys. Res.*, 112, C02019, doi:10.1029/2006JC003686.
- Tsai, W.-T., and L.-P. Hung (2010), Enhanced energy dissipation by parasitic capillaries on short gravity-capillary waves, *J. Phys. Oceanogr.*, 40(11), 2435–2450.
- Ulaby, F. T., M. W. Whitt, and K. Sarabandi (1990), AVNA-based polarimetric scatterometers, *IEEE Antennas Propag. Mag.*, 32(5), 6–17.
- Vandemark, D., B. Chapron, J. Sun, G. Crescenti, and H. Graber (2004), Ocean wave slope observations using radar backscatter and laser altimeters, *J. Phys. Oceanogr.*, 34(12), 2825–2842.
- Walsh, E., D. Vandemark, C. Friehe, S. Burns, D. Khelif, R. Swift, and J. Scott (1998), Measuring sea surface mean square slope with a 36-GHz scanning radar altimeter, *J. Geophys. Res.*, 103(C6), 12,587–12,601.
- Walsh, E. J., M. L. Banner, C. W. Wright, D. C. Vandemark, B. Chapron, J. Jensen, and S. Lee (2008), The southern ocean waves experiment. Part III: Sea surface slope statistics and near-nadir remote sensing, *J. Phys. Oceanogr.*, 38(3), 670–685, doi:10.1175/2007JPO3771.1.
- Zavatsky, A., D. Liberzon, and L. Shemer (2013), Statistical analysis of the spatial evolution of the stationary wind wave field, *J. Phys. Oceanogr.*, 43(1), 65–79.

## Discussions :

Nous avons présenté la campagne de mesure menée à la soufflerie de Marseille-Luminy ainsi que l'étude découlant de ces mesures. Pour ma part, je n'ai pas participé à la campagne de mesure qui a été antérieure au début de ma thèse. Je me suis intéressé aux différentes données enregistrées et à leur exploitation et mon travail s'est réparti en deux principales étapes :

- L'inversion du spectre de nombre d'onde bidimensionnel à partir des mesures fréquentielles de hauteurs d'eau et de pentes.
- La modélisation de la rétrodiffusion à travers le paramètre de SERN et sa comparaison avec les mesures.

### Inversion du spectre de nombre d'onde bidimensionnel :

Nous avons développé dans cette partie une méthode d'inversion du spectre de nombre d'onde bidimensionnel à partir de mesures de spectres en fréquence ainsi que des pentes de la surface d'eau. Le lien entre la fréquence et le nombre d'onde est fait grâce à la relation de dispersion des vagues de capillarité-gravités en présence de courant :

$$(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_c)^2 = gk + \gamma_0 k^3 \quad (4.1)$$

Les différentes étapes ont été les suivantes :

1. Sachant que la relation de dispersion des vagues courtes est affectée par le courant de surface moyen et le décalage Doppler des vagues courtes dû à l'advection des vitesses orbitales des vagues dominantes, une étude préalable de l'influence de la vitesse orbitale des vagues dominantes est effectuée dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire pour le vent le plus fort et dans la direction du vent (direction principale du courant). Il en ressort une influence de la vitesse orbitale des vagues dominantes de l'ordre de 2% sur la relation de dispersion, ce qui permet alors de supposer l'influence de la vitesse orbitale des vagues dominantes négligeable par rapport au courant de surface et les champs de vagues sont assumés monodispersifs, permettant une correspondance directe entre les échelles spatiales et temporelles.
2. Une supposition sur la forme de la fonction d'étalement est alors faite. Du fait des conditions de mesures, une fonction d'étalement assez générale est proposée permettant la prise en compte de la forte anisotropie du champ de vagues.
3. La solution du spectre sans courant ( $u_c = 0$ ) donne accès au spectre de nombre d'onde omnidirectionnel sans courant et permet alors de déterminer le facteur  $\alpha(k)$  de la fonction d'étalement qui est évalué numériquement à partir des spectres en fréquences expérimentaux.
4. La solution du spectre avec courant ( $u_c \neq 0$ ) permet d'estimer le spectre de nombre d'onde omnidirectionnel en supposant que le courant est le plus fort dans la direction du vent.
5. L'inversion du spectre omnidirectionnel nécessite la connaissance du courant de surface  $u_c$ . Il a été évalué, à posteriori, afin d'assurer une valeur consistante avec les mesures de pentes. Il en découle alors une relation linéaire simple entre le courant de surface et la vitesse du vent généré en soufflerie.
6. Finalement, les propriétés statistiques du spectre de nombre d'onde inversé sont vérifiées et comparées aux mesures expérimentales. Un très bon accord est obtenu sur le  $H_s$  ( $\sim 0,5\%$  d'erreur) et la mss totale ( $\sim 1\%$  d'erreur). La directionnalité du spectre est bien reproduite par la fonction d'étalement comme le montre la comparaison des mss directionnelles ( $\sim 7\%$  d'erreur pour le vent le plus fort).

La méthode d'inversion du spectre de nombre d'onde exposée ici se base sur l'inversion du spectre à partir de deux directions principales, à savoir, la direction perpendiculaire au vent (solution sans courant donnant accès à la fonction d'étalement) et la direction du vent (solution avec

courant donnant accès au spectre omnidirectionnel corrigé du courant). Une méthode plus générale, prenant en compte l'ensemble des directions du spectre de nombre d'onde peut être dérivée à partir d'une approche perturbative en courant sur la forme du nombre d'onde en fonction de la fréquence et de la direction. Cette méthode fait néanmoins intervenir les dérivées premières et secondes du spectre de nombre d'onde omnidirectionnel sans courant. Le calcul de ces dérivées à partir de mesures expérimentales est complexe ce qui explique pourquoi nous n'avons pas choisi cette méthode. Cette méthode peut, par contre, très bien être appliquée sur un spectre de fréquence paramétré.

Nous exposons maintenant l'idée de la méthode perturbative d'inversion du spectre de nombre d'onde à partir du spectre de fréquence. En supposant un comportement du courant en fonction de la direction de propagation de la forme  $u_c \cos \phi_k$ , le développement perturbatif du nombre d'onde s'exprime :

$$k(f, \phi_k) = k_0(f) + k_1(f)(u_c \cos \phi_k) + k_2(f)(u_c \cos \phi_k)^2 + \dots \quad (4.2)$$

où les fonction  $k_j(f)$  peuvent être déterminées de manière itérative et le terme d'ordre 0,  $k_0(f)$ , est la solution obtenue sans courant. Si on injecte maintenant cette expression dans la relation de dispersion avec courant nous obtenons alors les deux premiers termes :

$$\begin{cases} k_1(f) = -\frac{4\pi f k_0(f)}{g + 3\gamma_0 k_0^2(f)} \\ k_2(f) = \frac{k_0^2(f) - 4\pi f k_1(f) - 3\gamma_0 k_0(f) k_1(f)^2}{g + 3\gamma_0 k_0^2(f)} \end{cases} \quad (4.3)$$

De la même manière, nous pouvons écrire le développement perturbatif pour  $\frac{dk}{df}$  avec la dérivée des différents coefficients :

$$\frac{dk}{df}(f, \phi_k) = \frac{dk_0(f)}{df} + \frac{dk_1(f)}{df}(u_c \cos \phi_k) + \frac{dk_2(f)}{df}(u_c \cos \phi_k)^2 + \dots \quad (4.4)$$

En effectuant maintenant un développement de Taylor du spectre omnidirectionnel et de la fonction d'étalement autour de leur solution sans courant et en réorganisant les termes en ordre de courant nous avons :

$$\begin{cases} \Psi_0[k(f, \phi_k)] = \Psi_0(k_0) + k_1 \Psi'_0(k_0)(u_c \cos \phi_k) + \left( k_2 \Psi'_0(k_0) + \frac{1}{2} k_1^2 \Psi''_0(k_0) \right) (u_c \cos \phi_k)^2 \\ Y[k(f, \phi_k), \phi_k] = Y(k_0, \phi_k) + k_1 \partial_1 Y(k_0, \phi_k)(u_c \cos \phi_k) + \left( k_2 \partial_1 Y(k_0, \phi_k) + \frac{1}{2} k_1^2 \partial_{11} Y(k_0, \phi_k) \right) (u_c \cos \phi_k)^2 \end{cases} \quad (4.5)$$

où la dépendance des fonction  $k_i$  à la fréquence  $f$  est sous-entendue.  $\Psi'_0$  et  $\Psi''_0$  sont les dérivées premières et secondes, respectivement, de  $\Psi_0$  par rapport à son unique variable et  $\partial_1 Y$  et  $\partial_{11} Y$  sont les dérivées premières et secondes de  $Y$  par rapport à sa première variable.

L'expression (4.5) permet, grâce aux solutions sans courant du spectre omnidirectionnel  $\Psi_0(k_0)$ , du paramètre  $\alpha(k_0)$  de la fonction d'étalement  $Y$  ainsi que l'expression  $k(f, \phi_k)$  (4.2) du nombre d'onde, de connaître un estimé du spectre de nombre d'onde bidimensionnel :

$$\Psi[k(f, \phi_k), \phi_k] = \frac{1}{k(f, \phi_k)} \Psi_0[k(f, \phi_k)] Y[k(f, \phi_k), \phi_k] \quad (4.6)$$

La méthode exposée ici est intéressante à développer et étudier afin de faciliter l'inversion de spectres de nombre d'onde à partir de mesures simples de spectre en fréquences.

#### Remarque sur les spectres :

Il apparaît sur les spectres de fréquences mesurés des pics réguliers. Ces pics sont en fait les harmoniques de la fréquence de la vague dominante. Dans le cas de faibles vents, l'ensemble des vagues générées ne sont pas assez mélangées pour qu'il y ait continuum dans le spectre et

font apparaître des vagues liées à la vague dominante se traduisant sur le spectre par des harmoniques. Lorsque le vent est le plus faible, 5 harmoniques distincts sont observés comme l'illustre la figure 4.1 et ce nombre diminue lorsque le vent augmente. L'inversion du spectre de nombre d'onde se faisant à partir des spectres de fréquences, ces harmoniques se retrouvent également sur le spectre de nombre d'onde.

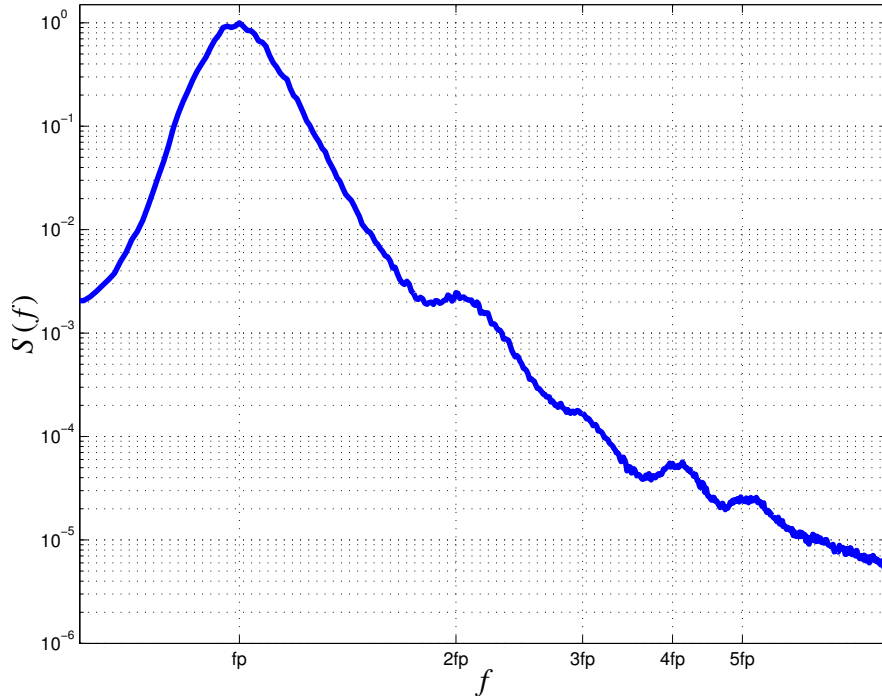


FIGURE 4.1 – Représentation du spectre de fréquence mesuré normalisé pour un vent de  $1,85 \text{ m.s}^{-1}$  en fonction de la fréquence. La fréquence de pic vaut :  $f_p = 4,9375 \text{ Hz}$ .

#### Modélisation de la rétrodiffusion des surfaces d'eau en bande Ka :

Cette partie consiste à vérifier les modèles de rétrodiffusion en bande Ka, à savoir principalement le modèle de l'Optique Physique ainsi qu'une vérification du modèle GO4 et à étudier le comportement de la SERN bande Ka dans le cas de surfaces d'eau très peu rugueuses.

Les données de SERN enregistrées sont réparties en deux catégories, les petits vents :  $1,85, 2$  et  $2,3 \text{ m.s}^{-1}$  et les grands vents  $3, 6$  et  $8 \text{ m.s}^{-1}$ . Cette répartition est faite car, pour les petits vents, un pic est observé dans l'évolution de la SERN en incidence pour les incidences proches Nadir ( $\sim 3^\circ$ ). Cet effet est particulièrement marqué pour les deux plus petits vents. Ces pics locaux de SERN proviennent d'un effet de résonance entre l'onde électromagnétique et la longueur d'onde de la vague dominante pour les petits vents que nous appelons "résonance de Bragg", il est relié au fait que la surface d'eau est peu développée et les pics secondaires de SERN observés sont liés aux harmoniques de la vague de Bragg que l'on observe sur le spectre de nombre d'onde. Cet effet peut-être quantifié à partir d'un développement du terme exponentiel, pour de faibles paramètres de Rayleigh, dans l'expression du modèle PO. De même, la largeur à mi-hauteur de ces pics locaux peut être reliée à la largeur à mi-hauteur du pic de la vague dominante du spectre de nombre d'onde. La prédiction de ce phénomène donne une bonne correspondance avec les observations.

De plus, ce phénomène de pic local sur l'évolution de la SERN en incidence disparaît sur les données de SERN directionnelles dans la direction crosswind. En effet, le champ de vagues étant très directionnel, les vagues dominantes sont orientées dans la direction du vent et ne fait pas apparaître ces pics locaux sur la SERN. Ces pics sont observés sur la SERN directionnelle pour des directions comprises entre  $-45^\circ$  et  $+45^\circ$  par rapport à la direction upwind.

Après observations, il ressort que le modèle PO représente assez fidèlement les données de SERN enregistrées, sur son évolution en incidence et en azimut. Le modèle GO4 quant à lui, ne

permet pas de reproduire l'effet de pics sur la SERN pour les petits vents, mais permet néanmoins de bien reproduire le comportement de la SERN pour les grands vents.

Pour les petits vents, nous observons sur les données de SERN une forte dynamique entre le Nadir et l'incidence maximale enregistrée, ainsi que des valeurs élevées au Nadir. Cette forte dynamique et ces fortes valeurs de SERN au Nadir viennent de la faible rugosité de la surface d'eau qui rétrodiffuse principalement dans les directions proches Nadir. Pour les grands vents, cette dynamique s'atténue et un comportement plus similaire à celui observé sur océan apparaît.

Finalement, une comparaison avec des surfaces océaniques est faite. Il en ressort que la valeur de la SERN mesurée en soufflerie correspond bien à celle observée sur océan dans les conditions d'océan non pleinement développé (court fetch) et pour les grands vents. Néanmoins, pour les petits vents, une forte sous-estimation de la SERN proche Nadir est constatée pour des données sur océan en comparaison des données enregistrées en soufflerie. Ces observations sont confirmées par des mesures expérimentales de SERN sur le Rhône et le lac Vaccares.

# Chapitre 5

## Approche temporelle

### Sommaire

<b>5.1 Temps de corrélation du signal rétrodiffusé</b>	<b>93</b>
5.1.1 Expression de l'autocorrélation spatio-temporelle du signal rétrodiffusé	93
5.1.2 Temps de corrélation du signal rétrodiffusé	95
<b>5.2 Étude de la phase du signal rétrodiffusé</b>	<b>98</b>
5.2.1 Détermination du décalage Doppler des vagues	98
5.2.1.1 Expression de la dérivée temporelle de la phase du signal rétrodiffusé	99
5.2.1.2 Détermination de la distribution de la dérivée temporelle de la phase du signal rétrodiffusé	99
5.2.2 Application au spectre de mer d'Elfouhaily et implémentation numérique	104
5.2.2.1 Implémentation numérique	104
5.2.2.2 Exemples de distributions du décalage Doppler des vagues	105
<b>5.3 Application à la synthèse SAR non focalisée</b>	<b>107</b>
5.3.1 Critères d'application de la synthèse SAR non focalisée	107
5.3.2 Application à la synthèse SAR non focalisée de SWOT	110
<b>5.A Annexe - Implémentation numérique des fonctions de corrélation</b>	<b>112</b>

### Résumé du chapitre :

Le temps de corrélation du signal rétrodiffusé est évalué à partir des fonctions d'autocorrélations normalisées calculées avec les modèles PO et GO. Il est identique pour les deux modèles choisis ce qui permet d'en déduire une expression analytique simple avec le modèle de l'Optique Géométrique. Pour des incidences proches du Nadir, le temps de corrélation dépend des paramètres électromagnétiques du radar, de l'angle d'incidence ainsi que de l'écart-type des vitesses verticales de la surface. Ce dernier paramètre est alors modélisé empiriquement à partir de la hauteur significative des vagues afin de rendre son utilisation plus générale.

Une étude de la phase du signal rétrodiffusé est présentée et la distribution de la dérivée temporelle de la phase de diffusion est exprimée permettant ainsi d'estimer la distribution du décalage Doppler des vagues. L'évolution de cette distribution est étudiée en fonction des angles de visées ainsi que de l'état de mer étudié. Pour des angles d'incidences proche Nadir, la dépendance à l'azimut de tir peut être négligée alors que l'on observe une forte évolution à l'incidence de tir et à l'état de mer. Une approximation de l'évolution temporelle de la phase de diffusion est proposée.

Une méthode d'estimation du nombre d'impulsions successives à moyenner pour le processus de synthèse SAR non focalisée est développée et appliquée au mode LR de SWOT. Les résultats confirment les paramètres de la synthèse SAR non focalisée utilisés pour SWOT.

## 5.1 Temps de corrélation du signal rétrodiffusé

Comme nous l'avons présenté dans le chapitre 1 la mesure du signal électromagnétique rétrodiffusé sur des cibles en mouvement comme les surfaces d'eau nécessite de connaître le temps de corrélation de celui-ci afin d'évaluer les erreurs potentielles s'y raccordant. Nous étudions ici la fonction d'autocorrélation spatio-temporelle du signal rétrodiffusé et son application à une surface de mer avec le spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. Ce spectre à l'avantage d'être assez simple d'utilisation tout en donnant une représentation de la surface d'eau réaliste. Nous nous plaçons par la suite dans la configuration de la figure 2.6.

### 5.1.1 Expression de l'autocorrélation spatio-temporelle du signal rétrodiffusé

La fonction d'autocorrélation spatio-temporelle du signal rétrodiffusé est donnée par la définition générale :

$$C_{PO}(t) = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{A} (\langle \mathbb{S}(t) \mathbb{S}^*(0) \rangle - |\langle \mathbb{S}(0) \rangle|^2) \quad (5.1)$$

où  $\mathbb{S}$  est le signal rétrodiffusé complexe dans l'approximation de Kirchhoff (2.33) :

$$\mathbb{S}(t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\mathbb{K}}{Q_z} \int_A e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r} \quad (5.2)$$

Les dépendances angulaires en incidence ( $\theta$ ) et azimuth ( $\phi$ ) sont implicites dans cette expression. Pour  $t = 0$  nous retrouvons l'expression de la SERN :

$$C_{PO}(0) = \sigma_{PO}^0 \quad (5.3)$$

L'indice  $PO$  est ici utilisé pour préciser que la SERN est calculée avec l'approximation de Kirchhoff (Optique Physique), où la SERN est donnée par la formule (2.41). L'expression de la fonction d'autocorrélation spatio-temporelle du signal rétrodiffusé est donnée par :

$$C_{PO}(\theta, \phi, t) = \frac{1}{\pi} \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_{\mathbb{R}^2} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \left( e^{-Q_z^2 [\rho(\mathbf{0}, 0) - \rho(\mathbf{r}, t)]} - e^{-Q_z^2 \rho(\mathbf{0}, 0)} \right) d\mathbf{r} \quad (5.4)$$

où  $\rho(\mathbf{r}, t)$  est la fonction d'autocorrélation spatio-temporelle de la surface.

Le spectre des hauteurs d'eau et la fonction d'autocorrélation sont reliés par une transformée de Fourier. Nous faisons l'hypothèse que les vagues se propagent dans un demi-espace par rapport au radar (les vagues se rapprochent ou s'éloignent du radar). Connaissant un spectre de mer  $\Psi(\mathbf{k})$  et la relation de dispersion  $\omega_k$  des vagues de capillarité-gravité, la fonction d'autocorrélation spatio-temporelle s'exprime (en reprenant la formulation donnée dans Nouguier et al. [2011a], formule (III.6)) :

$$\rho_{\phi_\nu}(\mathbf{r}, t) = \int_{\mathbb{R}^2} \Psi_{\phi_\nu}(\mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + S_k \omega_k t)} d\mathbf{k} \quad (5.5)$$

où  $S_k = \text{sgn}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{K}}_0)$  est le signe du produit scalaire entre la direction de propagation des vagues et du vecteur nombre d'onde électromagnétique.

En appliquant l'expression (5.5) au spectre d'Elfouhaily et al. [1997] (2.19), nous obtenons l'expression de la corrélation spatio-temporelle de la surface d'eau dans le repère polaire associé :

$$\rho_{\phi_\nu}(r, \phi_r, t) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\Psi_0(k)}{2\pi k} [1 + \Delta(k) \cos(2(\phi_k - \phi_\nu))] e^{ikr \cos(\phi_k - \phi_r) + S_k \omega_k t} dk d\phi_k \quad (5.6)$$

Cette expression se simplifie en utilisant les fonctions de Bessel de première espèce  $J_n$  :

$$\rho_{\phi_\nu}(r, \phi_r, t) = \rho_0(r, t) + \rho_2(r, t) \cos(2(\phi_r - \phi_\nu)) \quad (5.7)$$



$$\text{avec : } \begin{cases} \rho_0(r, t) = \int_0^\infty \Psi_0(k) J_0(kr) e^{iS_k \omega_k t} dk \\ \rho_2(r, t) = - \int_0^\infty \Psi_0(k) \Delta(k) J_2(kr) e^{iS_k \omega_k t} dk \end{cases}$$

La fonction de corrélation spatio-temporelle du signal rétrodiffusé peut se calculer numériquement, mais nécessite de calculer deux intégrales successives. Il est donc intéressant de faire un développement asymptotique de l'expression (5.4) similaire au développement du modèle de l'Optique Géométrique (2.47). L'expression de la fonction d'autocorrélation spatio-temporelle du signal rétrodiffusé devient alors dans l'approximation de l'Optique Géométrique :

$$C_{GO}(\theta, \phi, t) = \frac{|\mathcal{R}|^2 e^{-2K_0^2 \sigma_{\eta'}^2 t^2 \cos^2(\theta)}}{2 \sqrt{mss_x mss_y} \cos^4(\theta)} e^{-\frac{\tan^2(\theta)}{2} \left( \frac{\cos^2(\phi)}{mss_x} + \frac{\sin^2(\phi)}{mss_y} \right)} \quad (5.8)$$

où l'on retrouve les paramètres classiques de l'expression de la SERN dans l'approximation de l'Optique Géométrique (2.47) et  $\sigma_{\eta'}^2$  est la variance de la dérivée temporelle de la hauteur d'eau (autrement dit la variance de la vitesse verticale des vagues) :

$$\sigma_{\eta'}^2 = -\partial_{tt}\rho(\mathbf{0}, 0) = \int_0^\infty \omega_k^2 \Psi_0(k) dk \quad (5.9)$$

Un résumé de ces variances calculées avec le spectre d'Elfouhaily et al. [1997] est reporté dans le tableau 5.1 pour différentes valeurs de vent à 10 m.

$u_{10} [\text{m.s}^{-1}]$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\sigma_{\eta'}^2 [\text{m}^2.\text{s}^{-2}]$	0,143	0,207	0,284	0,375	0,479	0,594	0,721	0,859	1,01	1,17	1,34

TABLEAU 5.1 – Valeurs des variances  $\sigma_{\eta'}^2$  calculées avec un spectre d'Elfouhaily et al. [1997] pour différentes valeurs de vent à 10 m.

L'expression (5.8) s'exprime simplement à partir de la SERN dans l'approximation de l'Optique géométrique  $\sigma_{GO}^0$  (2.47) :

$$C_{GO}(\theta, \phi, t) = \sigma_{GO}^0(\theta, \phi) e^{-2K_0^2 \sigma_{\eta'}^2 t^2 \cos^2(\theta)} \quad (5.10)$$

Nous avons tracé un exemple de ces fonctions d'autocorrélations spatio-temporelle de la surface sur la figure 5.1 en fonction de l'incidence de tir  $\theta$  et du temps  $t$ . Elles sont calculées avec le modèle PO (5.4) (à droite) et le modèle GO (5.11) (à gauche) avec un spectre d'Elfouhaily et al. [1997] pour un vent à 10 m de  $5 \text{ m.s}^{-1}$  et un azimuth  $\phi = 0^\circ$ . Il apparaît une différence sur la valeur absolue des fonctions d'autocorrélations calculées avec les deux modèles de rétrodiffusion, le modèle GO sous-estime la valeur absolue de cette fonction d'autocorrélation et l'on retrouve le résultat classique de la SERN au point  $(\theta, t) = (0, 0)$ . Néanmoins, la forme de la fonction d'autocorrélation est similaire entre les deux modèles.

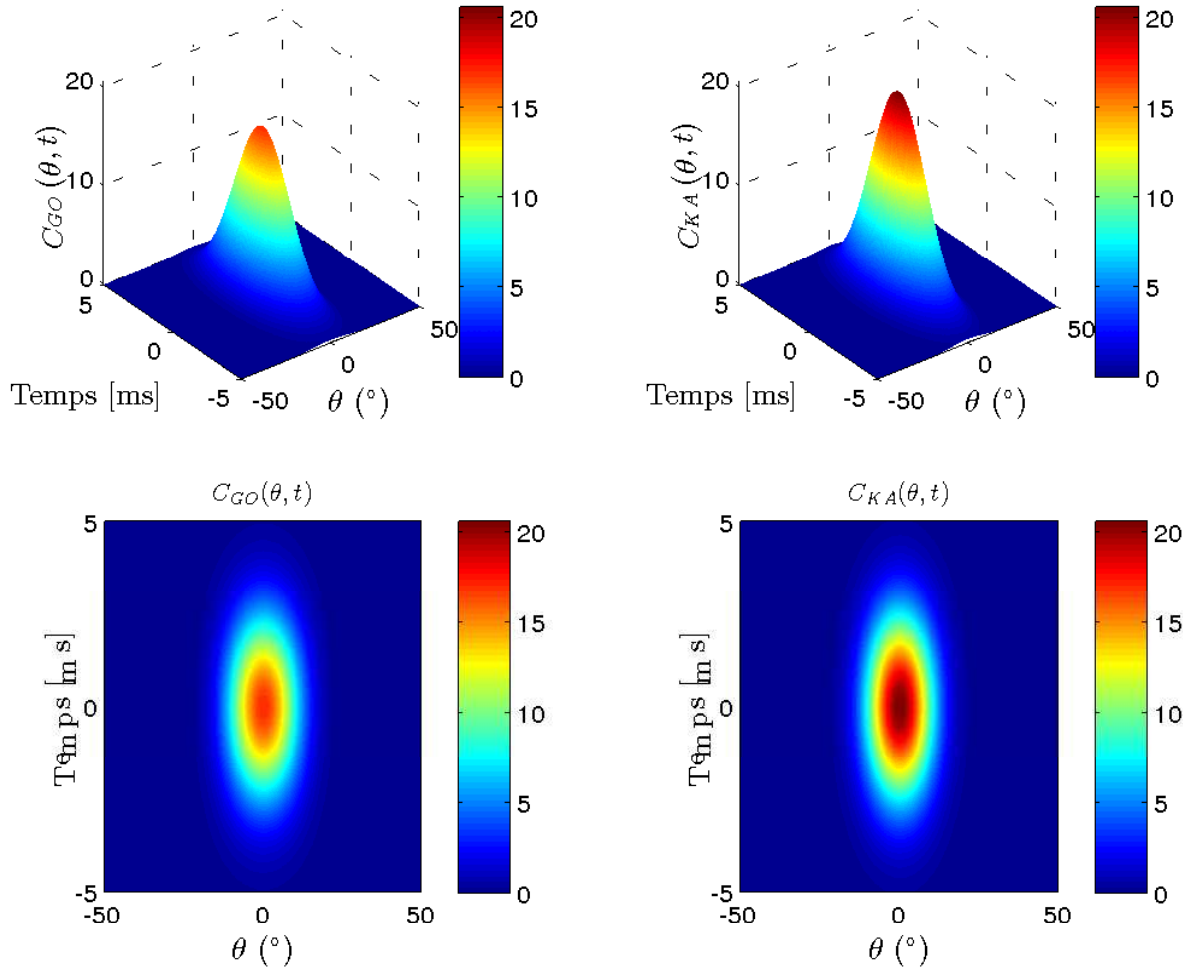


FIGURE 5.1 – Comparaison des fonctions d'autocorrélations spatio-temporelles calculées avec le modèle PO (5.4) (à droite) et le modèle GO (5.10) (à gauche) pour un spectre d'Elfouhaily et al. [1997], un vent à 10 m de  $5 \text{ m.s}^{-1}$ , un azimuth de tir  $\phi = 0^\circ$  en fonction de l'incidence de tir  $\theta$  et du temps  $t$ .

### 5.1.2 Temps de corrélation du signal rétrodiffusé

Le temps de corrélation  $\tau_c$  du signal rétrodiffusé est défini par :

$$C(\tau_c) = \frac{1}{e} \times C(0) \quad (5.11)$$

où la valeur  $1/e$  est le seuil de décorrélation du signal. Ce seuil peut également être pris à 0,5 (voir figure 5.2).

Dans le cadre de la fonction d'autocorrélation spatio-temporelle calculée avec le modèle PO (5.4), le temps de corrélation  $\tau_c$  doit-être évalué numériquement en cherchant, par dichotomie par exemple, le temps  $\tau_c$  satisfaisant l'équation 5.11. Le calcul du temps de corrélation s'effectue à partir de la fonction d'autocorrélation spatio-temporelle normalisée par sa valeur initiale. Il apparaît alors que la fonction d'autocorrélation spatio-temporelle normalisée est identique qu'elle soit calculée avec le modèle PO (5.4) ou le modèle GO (5.10). Le temps de corrélation peut donc être estimé directement à partir du modèle analytique GO tout en donnant des résultats similaire au calcul avec le modèle PO (voir figure ??). La résolution de l'équation (5.11) avec l'expression (5.10) donne l'expression du temps de corrélation :

$$\tau_{GO}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2K_0} |\cos(\theta)| \sigma_{\eta'}} \quad (5.12)$$

Le temps de corrélation du signal rétrodiffusé  $\tau_{GO}$  est une expression analytique simple dépendant de la configuration électromagnétique ( $K_0$ ), de l'incidence de tir ( $\theta$ ) et de l'écart-type de la

vitesse verticale des vagues de la surface considérée ( $\sigma_{\eta'}$ ). L'information de l'azimut de tir ( $\phi$ , ou de manière équivalente la direction du vent  $\phi_v$ ) n'apparaît plus dans l'expression du temps de corrélation. Cet effet se confirme en calculant le temps de corrélation avec le modèle PO et se justifie du fait que nous sommes ici à des incidences proche Nadir. La décorrélation du signal rétrodiffusé induite par le mouvement des vagues est principalement due aux mouvements verticaux de la surface.

Le paramètre de surface  $\sigma_{\eta'}$  étant dépendant du spectre de mer utilisé, il est intéressant d'exprimer le temps de corrélation en fonction d'un paramètre de surface facilement exploitable comme la hauteur significative  $H_s$ . Soit le moment d'ordre  $n$  du spectre :

$$M_n = \int_0^{\infty} k^n \Psi_0(k) dk \quad (5.13)$$

Le  $H_s$  est défini comme :

$$H_s = 4\sqrt{M_0} = 4\sigma_{\eta} \quad (5.14)$$

où  $\sigma_{\eta}$  est l'écart-type des hauteurs d'eau de la surface. Le développement de l'expression de la variance des vitesses verticales de la surface d'eau (5.9) avec la relation de dispersion des vagues de capillarité-gravité donne :

$$\sigma_{\eta'}^2 = \int_0^{\infty} \omega_k^2 \Psi_0(k) dk = gM_1 + \gamma_0 M_3 \simeq gM_1 \quad (5.15)$$

En effet, la variance des vitesses verticales des hauteurs d'eau est dominée par les mouvements des vagues de gravités d'où l'approximation faite dans l'expression (5.15). Une relation empirique simple reliant la variance des vitesses verticales ( $\sigma_{\eta'}^2$ ) à la variance des hauteurs d'eau de la surface ( $\sigma_{\eta}^2$ ) peut-être dérivée facilement sous la forme :

$$\sigma_{\eta'}^2 = \alpha \left( \sigma_{\eta}^2 \right)^{\beta} \quad (5.16)$$

Une régression linéaire en échelle logarithmique donne comme valeurs de paramètres :

$$\begin{cases} \alpha \simeq 0,9141 \simeq 1 \\ \beta \simeq 0,50804 \simeq 1/2 \end{cases} \quad (5.17)$$

Une expression simple relie alors la variance des vitesses verticales des hauteurs d'eau à la variance des hauteurs d'eau :

$$\sigma_{\eta'}^2 \simeq \sqrt{\sigma_{\eta}^2} = \sigma_{\eta} = \frac{H_s}{4} \quad (5.18)$$

La variance des vitesses verticales des hauteurs d'eau est ainsi proportionnelle à l'écart-type des hauteurs d'eau de la surface. En terme d'unité, le paramètre  $\alpha$  est proportionnel à une accélération  $\alpha$  [ $\text{m.s}^{-2}$ ] et ce facteur est implicite dans l'expression (5.18) précédente. L'expression (5.12) du temps de corrélation du signal rétrodiffusé peut s'exprimer en première approximation :

$$\tau_{GO}(\theta) \simeq \frac{\sqrt{2}}{K_0 |\cos(\theta)| \sqrt{H_s}} \quad (5.19)$$

Cette formule est intéressante car analytique et se base sur des paramètres simples. De plus, les temps de corrélation calculés avec les modèles PO et GO sont identiques sur le domaine de validité du PO, c'est-à-dire pour les 20 premiers degrés d'incidences. Nous avons tracé sur la figure 5.2 le temps de corrélation du signal rétrodiffusé au Nadir calculé avec le modèle PO et le modèle GO exact (équation 5.12), ainsi que pour les seuils de décorrélation 1/e et 0,5. L'accord entre les deux modèles est excellent. Lorsque la vitesse du vent augmente, le temps de corrélation diminue et inversement lorsque la vitesse du vent diminue, le temps de corrélation augmente. Le temps de

corrélation augmente avec l'angle d'incidence. Le seuil de décorrélation de 0,5 donne des temps de corrélation plus faible que le seuil à 1/e. Celui-ci est d'environ 0,75 ms inférieur pour des faibles rugosités de surface et d'environ 0,1 ms inférieur pour des fortes rugosités de surface par rapport au seuil de décorrélation à 1/e. Par la suite, les applications sont effectuées pour un seuil de décorrélation pris à 1/e.

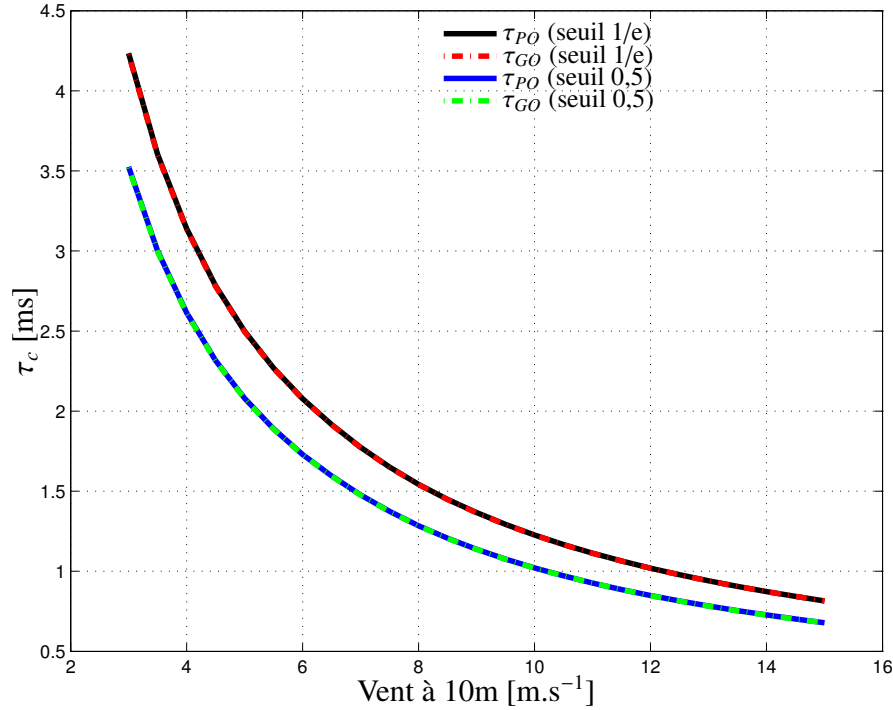


FIGURE 5.2 – Comparaison du temps de corrélation du signal rétrodiffusé  $\tau_c$  calculé avec le modèle PO (traits continus) et avec le modèle GO exact (5.12) (traits pointillés) au Nadir pour les seuils de décorrélation de 1/e et 0,5.

Nous avons tracé, dans un second temps, le temps de corrélation calculé avec le modèle GO exact (équation 5.12) et avec l'approximation en fonction du  $H_s$  (équation 5.19) au Nadir en fonction du  $H_s$  sur la figure 5.3 (à gauche) et pour 4 valeurs de vent à 10 m en fonction de l'incidence  $\theta$  (à droite).

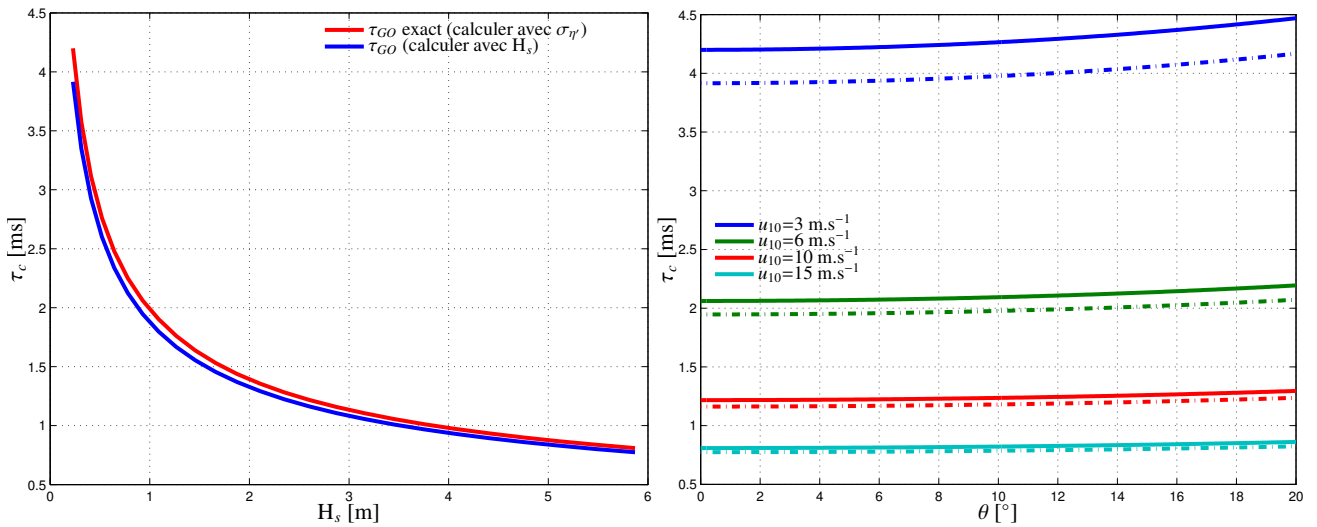


FIGURE 5.3 – Comparaison du temps de corrélation du signal rétrodiffusé  $\tau_c$  calculé avec le modèle GO exact (5.12) et le modèle GO avec  $H_s$  (5.19). À gauche,  $\tau_c$  est calculé au Nadir en fonction du  $H_s$  avec le modèle GO exact (trait rouge continu) et le modèle GO avec  $H_s$  (trait bleu continu). À droite,  $\tau_c$  est calculé en fonction de l'incidence  $\theta$  pour des vents à 10 m de 3, 6, 10 et 15  $\text{m.s}^{-1}$  avec le modèle GO exact (trait continu) et le modèle GO avec  $H_s$  (trait pointillé).

Lorsque la vitesse du vent diminue (lorsque le  $H_s$  diminue) l'expression empirique du temps de corrélation (5.19) sous-estime légèrement le calcul avec l'expression exact (5.12). Néanmoins, l'expression du temps de corrélation en fonction du  $H_s$  présente l'avantage de ne pas dépendre d'un spectre en particulier, mais uniquement d'une condition de rugosité de la surface. La formule (5.19) présente également l'avantage de pouvoir extrapoler le temps de corrélation à des surfaces peu rugueuses, pour des applications sur les surfaces d'eau continentales par exemple. Dans le cas où le  $H_s$  tend vers zéro (cas d'une surface plate, sans mouvement) le temps de corrélation est infini. Inversement, lorsque le  $H_s$  augmente, le temps de corrélation devient très petit, ce qui se justifie dans le cas d'un état de mer très agité où les grandes vagues se déplacent vite. Sur la figure 5.3 à droite, nous constatons que le temps de corrélation est minimum au Nadir. Néanmoins, l'évolution de celui-ci en fonction de l'incidence est faible, voire quasi-constante pour les 5 premiers degrés d'incidence.

Quantitativement parlant, dans un cas moyen, c'est-à-dire pour des vents à 10 m de l'ordre de  $6 \text{ m.s}^{-1}$  ou encore un  $H_s$  de l'ordre du mètre, le temps de corrélation en bande Ka est de l'ordre de 2 ms. Ce résultat est cohérent avec le temps de corrélation estimé dans l'étude de [Chapman et al. \[1994\]](#) où les auteurs ont estimé un temps de corrélation sur océan de 3 ms grâce à un diffusiomètre en bande Ka. Une autre étude menée par [Moller and Esteban-Fernandez \[2014\]](#) a montré des temps de corrélation de l'ordre de la milliseconde également. Néanmoins, [Moller and Esteban-Fernandez \[2014\]](#) ont estimé un temps de corrélation sur des eaux continentales, c'est-à-dire, des rivières et des fleuves principalement. Ils ont trouvé des temps de corrélation allant d'environ 3 ms jusqu'à 44 ms sur la rivière Ohio. Il faut préciser que ce dernier résultat a été obtenu dans des conditions où il n'y avait pas de vent, le  $H_s$  de la surface était alors quasiment nul. Ces résultats expérimentaux confirment l'expression du temps de corrélation développé ici.

## 5.2 Étude de la phase du signal rétrodiffusé

Une surface d'observation mouvante peut avoir un impact sur les différents processus liés à l'imagerie SAR comme nous l'avons vu dans le chapitre 1. La phase de diffusion est généralement représentée par l'effet de scintillement (speckle) auquel on associe une distribution de phase spatiale suivant une loi uniforme entre  $[-\pi; \pi]$ . Dans ce paragraphe, nous nous intéressons dans un premier temps à l'étude de la dérivée temporelle de la phase de diffusion afin d'en déterminer la distribution du décalage Doppler des vagues. Dans un second temps, nous présentons des applications à la configuration LR de SWOT. Nous nous plaçons par la suite dans la configuration de la figure 2.6.

### 5.2.1 Détermination du décalage Doppler des vagues

Le principe de la synthèse SAR en azimuth est basé sur la détermination du centroïde Doppler. Cette mesure dépend principalement de la vitesse du porteur dans la direction along-track. Dans le cas d'une surface fixe au cours du temps, le "zero Doppler"<sup>1</sup> se situe au centre de la fauchée, là où la direction de tir de l'onde est perpendiculaire à la direction de déplacement du satellite. Cependant, dans le cas de mesures sur des surfaces mobiles dans le temps, comme les surfaces d'eau, la vitesse de déplacement des différentes cibles au sein de la fauchée modifie la fréquence Doppler (voir paragraphe 1.2). Nous nous intéressons ici à la détermination de la distribution du décalage Doppler induit par le mouvement des vagues et présentons une approche alternative à celle menée par [Nouguier et al. \[2011a\]](#).

---

1. zero Doppler : ceci est la fréquence nulle qui caractérise le milieu du Doppler centroïd (dans le cas idéal ou il n'y a ni mouvement du porteur à part sa vitesse de déplacement ni mouvements de la cible), permettant alors de replacer en azimuth les différents pixels les uns par rapport aux autres.

### 5.2.1.1 Expression de la dérivée temporelle de la phase du signal rétrodiffusé

L'expression de la fréquence Doppler du signal s'exprime, à partir de la phase temporelle du signal  $\varphi_d(t)$  comme suit :

$$f_D(t) = -\frac{1}{2\pi} \partial_t \varphi_d(t) \quad (5.20)$$

où  $\partial_t$  représente la dérivée par rapport à la variable temporelle. L'expression de la phase de diffusion  $\varphi_d$  dans l'approximation de Kirchhoff (5.2) est :

$$\varphi_d(t) = \arctan \left[ \frac{\text{Im}(\mathbb{S}(t))}{\text{Re}(\mathbb{S}(t))} \right] \quad (5.21)$$

La dérivée temporelle de la phase de diffusion s'exprime alors :

$$\partial_t \varphi_d(t) = \frac{\text{Im}[\partial_t \mathbb{S}(t)] \text{Re}[\mathbb{S}(t)] - \text{Im}[\mathbb{S}(t)] \text{Re}[\partial_t \mathbb{S}(t)]}{\text{Im}(\mathbb{S}(t))^2 + \text{Re}(\mathbb{S}(t))^2} \quad (5.22)$$

que l'on peut réécrire :

$$\partial_t \varphi_d(t) = \frac{\text{Im}[\mathbb{S}^*(t) \partial_t \mathbb{S}(t)]}{|\mathbb{S}(t)|^2} = \text{Im} \left[ \frac{\partial_t \mathbb{S}(t)}{\mathbb{S}(t)} \right] \quad (5.23)$$

Exprimons maintenant la dérivée temporelle du signal rétrodiffusé complexe  $\partial_t \mathbb{S}$ . À partir de l'expression du signal rétrodiffusé temporel complexe (5.2), la variation de la hauteur d'eau de la surface pour une petite variation temporelle  $dt$  s'écrit :

$$\eta(\mathbf{r}, t + dt) = \eta(\mathbf{r}, t) + \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) dt \quad (5.24)$$

En remplaçant l'expression de  $\eta$  (5.24) dans l'expression du signal rétrodiffusé (5.2) et en effectuant un développement en série entière de l'exponentielle nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathbb{S}(t + dt) &= \mathbb{S}(t) + \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\mathbb{K}}{Q_z} i Q_z dt \int_A \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r} + \dots \\ &\dots \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\mathbb{K}}{Q_z} \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \frac{i^n Q_z^n dt^n}{n!} \int_A (\partial_t \eta(\mathbf{r}, t))^n e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r} \right] \end{aligned} \quad (5.25)$$

Par définition de la dérivée et en passant à la limite :

$$\partial_t \mathbb{S}(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\mathbb{S}(t + dt) - \mathbb{S}(t)}{dt} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\mathbb{K}}{Q_z} i Q_z \int_A \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r} \quad (5.26)$$

L'expression de la dérivée temporelle de la phase de diffusion dans l'approximation de Kirchhoff s'écrit finalement :

$$\partial_t \varphi_d(t) = \text{Im} \left[ \frac{i Q_z \int_A \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r}}{\int_A e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r}} \right] \quad (5.27)$$

### 5.2.1.2 Détermination de la distribution de la dérivée temporelle de la phase du signal rétrodiffusé

Différentes études sur la détermination du Doppler des vagues ont déjà été menées. Comme référence nous citerons l'étude menée par [Valenzuela and Laing \[1970\]](#) dans laquelle les auteurs reprennent l'expression de la fonction de densité de probabilité des vitesses du fluide au premier ordre établie par [Longuet-Higgins \[1957\]](#) (équations (7) et (8) de [Valenzuela and Laing \[1970\]](#)) qui peut faire l'approximation du spectre Doppler de la surface (en unité de vitesse). Néanmoins, cette étude a été menée sur des données en bande P, L, C et X pour des incidences de 20° par rapport au Nadir et l'intérêt principal est porté sur les effets de polarisations, dont nous ne parlons pas ici car ils sont négligeables aux incidences faibles. Une étude plus récente menée par [Mouche et al.](#)

[2008] se base sur un développement de Taylor de la fonction de corrélation temporelle de la surface d'eau. Le décalage Doppler est étudié pour des incidences allant du Nadir à 60° ainsi que les effets de polarisations. Une dernière étude menée par [Nouguier et al. \[2011a,b\]](#) caractérise cette distribution en la supposant Gaussienne et en évaluant ses deux premiers moments. Un résultat intéressant de cette étude est (figures 2 et 3 de [Nouguier et al. \[2011b\]](#)) que les effets non-Gaussiens de la surface peuvent être négligés pour les 20 premiers degrés d'incidences. Nous allons ici caractériser la statistique de la dérivée temporelle de la phase dans le cas de la rétrodiffusion proche Nadir en déterminant la fonction de densité de probabilité de la dérivée de la phase de diffusion.

Reprenons l'expression de la dérivée temporelle de la phase de diffusion (5.27) :

$$\partial_t \varphi_d(t) = \text{Im} \left( \frac{N_t}{D_t} \right) \text{ où : } \begin{cases} N_t = iQ_z \int_A \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r} \\ D_t = \int_A e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r} \end{cases} \quad (5.28)$$

Les valeurs  $N_t$  et  $D_t$  sont définies par des intégrales de surface et d'après le théorème central limite ces variables aléatoires suivent une distribution complexe-normale :

$$N_t \sim \mathcal{CN}(\mu_{N_t}, \sigma_{N_t}^2) \quad ; \quad D_t \sim \mathcal{CN}(\mu_{D_t}, \sigma_{D_t}^2) \quad (5.29)$$

Nous allons maintenant évaluer l'espérance, la variance et la corrélation complexe de ces deux variables aléatoires :

- Calcul de l'espérance de  $N_t$  :

Nous procédons ici de la même manière que pour le calcul de l'espérance de  $\mathbb{S}$  :

$$\begin{aligned} \mu_{N_t} &= \langle N_t \rangle = iQ_z \int_A e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} \rangle d\mathbf{r} \\ &= -Q_z^2 \int_A \underbrace{\partial_t \rho(\mathbf{0}, 0)}_{=0} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-\frac{Q_z^2}{2} \rho(\mathbf{0}, 0)} d\mathbf{r} = 0 \end{aligned} \quad (5.30)$$

- Calcul de la variance de  $N_t$  :

La variance de  $N_t$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \sigma_{N_t}^2 &= \langle |N_t|^2 \rangle - |\langle N_t \rangle|^2 = \left\langle \left| iQ_z \int_A \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r} \right|^2 \right\rangle \\ &= \int_{A \times A} e^{i(\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r} - \mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}')} \left\langle iQ_z (-iQ'_z) \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) \partial_t \eta(\mathbf{r}', t) e^{i[Q_z \eta(\mathbf{r}, t) - Q'_z \eta(\mathbf{r}', t)]} \right\rangle d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \end{aligned} \quad (5.31)$$

En utilisant les propriétés des variables aléatoires gaussiennes,

$$\begin{aligned} \langle X_2 e^{i\alpha X_1} \rangle &= -i \langle \partial_\beta e^{i(\alpha X_1 + \beta X_2)} \rangle|_{\beta=0} = -i \partial_\beta e^{-\frac{1}{2} \langle (\alpha X_1 + \beta X_2)^2 \rangle}|_{\beta=0} \\ \langle X_3 X_4 e^{i(\alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2)} \rangle &= -\partial_{\alpha_3} \partial_{\alpha_4} \langle e^{i(\alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \alpha_4 X_4)} \rangle|_{\alpha_3=\alpha_4=0} \end{aligned}$$

nous obtenons :

$$\begin{aligned} \left\langle \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) \partial_t \eta(\mathbf{r}', t) e^{i[Q_z \eta(\mathbf{r}, t) - Q'_z \eta(\mathbf{r}', t)]} \right\rangle &= -\partial_\alpha \partial_\beta \left\langle e^{i[Q_z \eta(\mathbf{r}, t) - Q'_z \eta(\mathbf{r}', t) + \alpha \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) + \beta \partial_t \eta(\mathbf{r}', t)]} \right\rangle|_{\alpha=\beta=0} \\ &= -\partial_\alpha \partial_\beta e^{-\frac{1}{2} \langle [Q_z \eta(\mathbf{r}, t) - Q'_z \eta(\mathbf{r}', t) + \alpha \partial_t \eta(\mathbf{r}, t) + \beta \partial_t \eta(\mathbf{r}', t)]^2 \rangle}|_{\alpha=\beta=0} \end{aligned}$$

À partir des propriétés de la corrélation de surface gaussienne et après quelques calculs, la variance de  $N_t$  s'exprime finalement par :

$$\sigma_{N_t}^2 = -(2\pi)^2 A Q_z^2 \int_A [Q_z^2 (\partial_t \rho(\mathbf{r}, 0))^2 + \partial_{tt} \rho(\mathbf{r}, 0)] e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 [\rho(\mathbf{0}, 0) - \rho(\mathbf{r}, 0)]} d\mathbf{r} \quad (5.32)$$

où  $\partial_{tt}$  représente la dérivée seconde temporelle.

- Calcul de l'espérance de  $D_t$  :

Le calcul de l'espérance de  $D_t$  est identique au calcul de l'espérance du signal rétrodiffusé  $\mathbb{S}$  aux facteurs multiplicatifs près (voir équation (5.30)). L'espérance est proportionnelle au champ cohérent du signal, et dans le cas de surface rugueuse en bande Ka nous avons :

$$\mu_{D_t} = \langle D_t \rangle \simeq 0 \quad (5.33)$$

- Calcul de la variance de  $D_t$  :

Le calcul de la variance de  $D_t$  est similaire au calcul de la SERN dans l'approximation de Krichhoff :

$$\sigma_{D_t}^2 = \langle |D_t|^2 \rangle - |\langle D_t \rangle|^2 = \left\langle \left| \int_A e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{iQ_z \eta(\mathbf{r}, t)} d\mathbf{r} \right|^2 \right\rangle \quad (5.34)$$

Par un calcul de statistique à deux points similaire au calcul de la variance de  $N_t$  nous obtenons :

$$\sigma_{D_t}^2 = (2\pi)^2 A \int_A e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 [\rho(\mathbf{0}, 0) - \rho(\mathbf{r}, 0)]} d\mathbf{r} \quad (5.35)$$

- Calcul de la corrélation complexe entre  $N_t$  et  $D_t$  :

La corrélation complexe  $C$  entre les deux variables aléatoires  $N_t$  et  $D_t$  est définie par :

$$cov[N_t, D_t] = \langle N_t^* D_t \rangle - \langle N_t \rangle \langle D_t \rangle = C \sigma_{N_t} \sigma_{D_t} \quad (5.36)$$

où  $cov$  représente la covariance des deux variables aléatoires. De même, on écrira le conjugué de la corrélation complexe :  $C^* \sigma_{N_t} \sigma_{D_t} = \langle N_t D_t^* \rangle$ . Nous pouvons également écrire la corrélation complexe en fonction de sa partie réelle  $C_r$  et de sa partie imaginaire  $C_i$  :  $C = C_r + iC_i$ . Nous obtenons alors :

$$C \sigma_{N_t} \sigma_{D_t} = -C^* \sigma_{N_t} \sigma_{D_t} = (2\pi)^2 A Q_z^2 \int_A \partial_t \rho(\mathbf{r}, 0) e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 [\rho(\mathbf{0}, 0) - \rho(\mathbf{r}, 0)]} d\mathbf{r} \quad (5.37)$$

La propriété  $C = -C^*$  observée dans l'expression (5.37) implique donc que la corrélation complexe de  $N_t$  et  $D_t$  est un imaginaire pur. Nous pouvons écrire la corrélation complexe entre  $N_t$  et  $D_t$  :

$$C = C_r + iC_i \quad (5.38)$$

avec :

$$\begin{cases} C_r = 0 \\ C_i = \text{Im}[C] = \frac{(2\pi)^2 A Q_z^2}{\sigma_{N_t} \sigma_{D_t}} \text{Im} \left[ \int_A \partial_t \rho(\mathbf{r}, 0) e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 [\rho(\mathbf{0}, 0) - \rho(\mathbf{r}, 0)]} d\mathbf{r} \right] \end{cases} \quad (5.39)$$

En conclusion, les deux variables aléatoires  $N_t$  et  $D_t$  suivent une loi complexe-normale centrée et sont corrélées. À partir des résultats sur ce type de distribution établie dans Baxley et al. [2010], la pdf jointe du rapport  $Z_t = N_t/D_t$  s'exprime, avec  $z = z_r + iz_i$  la variable associée à la variable aléatoire complexe  $Z_t$  :

$$f_{Z_t}(z_r, z_i) = \frac{1 - |C|^2}{\pi \sigma_{N_t}^2 \sigma_{D_t}^2} \left( \frac{|z|^2}{\sigma_{N_t}^2} + \frac{1}{\sigma_{D_t}^2} - 2 \frac{C_r z_r - C_i z_i}{\sigma_{N_t} \sigma_{D_t}} \right)^{-2} \quad (5.40)$$

Soit  $\phi'_d$  la variable aléatoire associée à la dérivée temporelle de la phase de diffusion  $\partial_t \varphi_d$ , la fonction de répartition marginale de la partie imaginaire du quotient  $Z_t$  :

$$\phi'_d = \text{Im}[Z_t] \quad (5.41)$$



s'exprime :

$$F_{\varphi'_d}(z_i, C_r, C_i) = \frac{1}{2} [\lambda(z_i, C_r, C_i) + 1] \quad (5.42)$$

avec :

$$\lambda(z_i, C_r, C_i) = \frac{C_i \sigma_{N_t} + \sigma_{D_t} z_i}{\sqrt{(1 - C_r^2) \sigma_{N_t}^2 + 2 C_i \sigma_{N_t} \sigma_{D_t} z_i + \sigma_{D_t}^2 z_i^2}} \quad (5.43)$$

Dans notre cas nous avons  $C_r = 0$ , et donc :

$$F_{\varphi'_d}(z_i, 0, C_i) = \frac{1}{2} \left( \frac{C_i \widehat{\sigma_{N_t}} + \widehat{\sigma_{D_t}} z_i}{\sqrt{\widehat{\sigma_{N_t}}^2 + 2 C_i \widehat{\sigma_{N_t}} \widehat{\sigma_{D_t}} z_i + \widehat{\sigma_{D_t}}^2 z_i^2}} + 1 \right) \quad (5.44)$$

où nous définissons les paramètres  $\widehat{\sigma_{N_t}}^2$  et  $\widehat{\sigma_{D_t}}^2$  en factorisant au numérateur et au dénominateur le facteur  $2\pi\sqrt{A}$  apparaissant dans les formules (5.32) et (5.35), respectivement :

$$\begin{cases} \widehat{\sigma_{N_t}}^2 &= -Q_z^2 \int_A [Q_z^2 (\partial_t \rho(\mathbf{r}, 0))^2 + \partial_{tt} \rho(\mathbf{r}, 0)] e^{i\mathbf{Q_H} \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 [\rho(\mathbf{0}, 0) - \rho(\mathbf{r}, 0)]} d\mathbf{r} \\ \widehat{\sigma_{D_t}}^2 &= \int_A e^{i\mathbf{Q_H} \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 [\rho(\mathbf{0}, 0) - \rho(\mathbf{r}, 0)]} d\mathbf{r} \\ C_i \widehat{\sigma_{N_t}} \widehat{\sigma_{D_t}} &= Q_z^2 \text{Im} \left[ \int_A \partial_t \rho(\mathbf{r}, 0) e^{i\mathbf{Q_H} \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 [\rho(\mathbf{0}, 0) - \rho(\mathbf{r}, 0)]} d\mathbf{r} \right] \end{cases} \quad (5.45)$$

La pdf de la dérivée temporelle de la phase de diffusion en fonction de la pulsation  $\omega$  s'exprime à partir de la fonction de répartition marginale de  $\varphi'_d$  :

$$f_{\varphi'_d}(\omega) = \frac{dF_{\varphi'_d}(\omega, 0, C_i)}{dz_i} = \frac{(1 - C_i^2) \widehat{\sigma_{N_t}}^2 \widehat{\sigma_{D_t}}}{2[\widehat{\sigma_{N_t}}^2 + 2C_i \widehat{\sigma_{N_t}} \widehat{\sigma_{D_t}} \omega + \widehat{\sigma_{D_t}}^2 \omega^2]^{3/2}}, \quad (5.46)$$

que nous pouvons également écrire :

$$f_{\varphi'_d}(\omega) = \frac{\alpha}{[1 + [2\alpha(\omega + \beta)]^2]^{3/2}} \quad (5.47)$$

avec :

$$\alpha = \frac{\widehat{\sigma_{D_t}}}{2\sqrt{1 - C_i^2 \widehat{\sigma_{N_t}}}} \quad \text{et} \quad \beta = C_i \frac{\widehat{\sigma_{N_t}}}{\widehat{\sigma_{D_t}}} \quad (5.48)$$

Les différents moments de la distribution de  $\varphi'_d$  peuvent être calculés grâce à la formule :

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n f_{\varphi'_d}(\omega) d\omega \quad (5.49)$$

Nous avons donc :

- $m_0 = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\varphi'_d}(\omega) d\omega = 1 \Rightarrow f_{\varphi'_d}$  est bien une fonction de densité de probabilité.
- $m_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega f_{\varphi'_d}(\omega) d\omega = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_{-A}^A \frac{\alpha \omega}{[1 + [2\alpha(\omega + \beta)]^2]^{3/2}} d\omega = \lim_{A \rightarrow \infty} \left[ \frac{-4\alpha^2 \beta (\omega + \beta) - 1}{4\alpha [1 + [2\alpha(\omega + \beta)]^2]^{1/2}} \right]_{-A}^A$   
 $\Rightarrow m_1 = \langle \varphi'_d \rangle = -\beta = -C_i \frac{\widehat{\sigma_{N_t}}}{\widehat{\sigma_{D_t}}}$

Nous pouvons ici faire le lien avec l'étude de [Nouguier et al. \[2011a\]](#) car nous retrouvons l'expression de la fréquence centrale (moyenne) Doppler des vagues (équation (IV.12) de l'article [Nouguier et al. \[2011a\]](#)) :

$$m_1 = \langle \varphi'_d \rangle = -C_i \frac{\widehat{\sigma_{N_t}}}{\widehat{\sigma_{D_t}}} = 2\pi f_c$$

- $m_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 f_{\varphi'_d}(\omega) d\omega$  **n'existe pas**. En effet  $\left| \omega^2 f_{\varphi'_d}(\omega) \right| \sim \frac{(1 - C_i^2) \widehat{\sigma_{N_t}}^2}{2 \widehat{\sigma_{D_t}}^2} \left| \frac{1}{\omega} \right|$  n'est pas intégrable au sens de Lebesgue.

$$m_n, \forall n \geq 2 \text{ n'existent pas.}$$

Nous avons ici déterminé l'expression de la pdf de la distribution de la dérivée temporelle de la phase de diffusion  $\partial_t \varphi_d$ . Cette distribution ne possède pas de deuxième moment, donc pas de variance. L'expression de cette distribution est assez similaire à une distribution de Cauchy. Ce type de distribution implique que des événements importants (par exemple une grande fréquence Doppler) en queue de distribution sont relativement fréquents. Le paramètre  $\beta$ , que nous appelons pulsation centrale (ou moyenne), peut-être relié directement à la fréquence moyenne Doppler de la surface :

$$f_c = -\frac{1}{2\pi} \beta = -\frac{1}{2\pi} C_i \frac{\widehat{\sigma_{N_t}}}{\widehat{\sigma_{D_t}}} \quad (5.50)$$

En terme d'unités, la pulsation  $\omega$  s'exprime en  $[\text{rad.s}^{-1}]$  et la pdf de la dérivée temporelle de la phase de diffusion s'exprime en  $[\text{s.rad}^{-1}]$ . La pdf de la distribution de la phase de diffusion peut également s'exprimer dans le domaine fréquentiel, représentation qui permet d'avoir accès directement à la distribution du décalage Doppler des vagues en fréquence :

$$f_{\varphi'_d}(\omega) \rightarrow 2\pi f_{\varphi'_d}(f) \quad (5.51)$$

avec  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  en [Hz] et  $2\pi f_{\varphi'_d}(f)$  en [s]

Bien que la distribution de la dérivée temporelle de la phase de diffusion soit de variance infinie, nous pouvons représenter la dispersion autour de la valeur moyenne par sa largeur à mi-hauteur. La largeur à mi-hauteur de la distribution  $\Delta\omega$  ( $\Delta f$  dans le domaine fréquentiel) s'exprime, à partir de l'expression (5.47) de la pdf de la dérivée temporelle de la phase de diffusion :

$$\Delta\omega = \frac{\sqrt{2^{2/3} - 1}}{\alpha} \Leftrightarrow \Delta f = \frac{\sqrt{2^{2/3} - 1}}{2\pi\alpha} \quad (5.52)$$

Dans ce cas :  $\frac{\sqrt{2^{2/3} - 1}}{2^{2/3}} \simeq 48\%$ , soit environ 50% de la distribution est représentée.

Étudions maintenant la variation de la phase de diffusion par rapport à une phase initiale  $\varphi_d(0)$ . Pour un nombre  $N$  de vues séparées entre elles d'une durée  $\Delta t$ , si le temps d'observation  $N\Delta t$  reste inférieur au temps de corrélation  $\tau_c$  défini précédemment, un développement de Taylor peut être effectué :

$$\varphi_d(t_n) \simeq \varphi_d(0) + n\Delta t \partial_t \varphi_d(0) \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} N\Delta t \leq \tau_c \\ n \in [1; N] \end{cases} \quad (5.53)$$

L'évolution de la phase de diffusion par rapport à une phase initiale  $\varphi_d(0)$  est donnée par :

$$\Delta\varphi_d(t_n) = \varphi_d(t_n) - \varphi_d(0) \simeq n\Delta t \partial_t \varphi_d(0) \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} N\Delta t \leq \tau_c \\ n \in [1; N] \end{cases} \quad (5.54)$$

Dans le cas limite où  $N\Delta t = \tau_c$ , nous obtenons l'expression de la variation de la phase de diffusion :

$$\Delta\varphi_d(\tau_c) \simeq \tau_c \partial_t \varphi_d(0) \quad (5.55)$$

## 5.2.2 Application au spectre de mer d'Elfouhaily et implémentation numérique

Nous présentons dans ce paragraphe, dans un premier temps, la méthode d'implémentation numérique permettant de calculer les différents paramètres de la distribution du Doppler des vagues. Dans un second temps, nous présentons les résultats du calcul de la distribution du décalage Doppler des vagues.

### 5.2.2.1 Implémentation numérique

La principale difficulté réside dans le calcul des fonctions d'autocorrélation nécessaires au calcul de l'intégrale de Kirchhoff. L'intégrale de Kirchhoff est ensuite calculée de manière exacte, en utilisant néanmoins la méthode de Simpson pour l'intégration sur la dimension azimutale du spectre.

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que le calcul de la distribution du Doppler des vagues dans l'approximation de Kirchhoff faisait intervenir le calcul de la fonction d'autocorrélation de la surface, ses dérivées temporelle première et seconde, cela au temps  $t = 0$ . L'expression de la fonction d'autocorrélation spatio-temporelle de la surface de mer (5.5) et de ses dérivées en  $t = 0$  est donnée par :

$$\rho_{\phi_v}(\mathbf{r}, t) = \int_{\mathbb{R}^2} \Psi_{\phi_v}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + S_k \omega_k t} d\mathbf{k} \quad (5.56)$$

$$\partial_t \rho_{\phi_v}(\mathbf{r}, 0) = i \int_{\mathbb{R}^2} S_k \omega_k \Psi_{\phi_v}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k} \quad (5.57)$$

$$\partial_{tt} \rho_{\phi_v}(\mathbf{r}, 0) = - \int_{\mathbb{R}^2} \omega_k^2 \Psi_{\phi_v}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k} \quad (5.58)$$

L'annexe 5.A présente les développements de ces fonctions pour leur implémentation numérique avec un spectre d'Elfouhaily et al. [1997].

### 5.2.2.2 Exemples de distributions du décalage Doppler des vagues

Dans ce paragraphe, nous présentons les résultats de la distribution du décalage Doppler induit par le mouvement des vagues appliquée au spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. Nous présentons l'évolution de cette distribution en fonction des différents paramètres de tir (incidence  $\theta$  et azimuth  $\phi$ ) et de rugosité de la surface (vitesse du vent à 10 m).

#### • Évolution du décalage Doppler des vagues en fonction de l'incidence de tir :

Nous avons représenté sur la figure 5.4, à gauche, un exemple de la distribution du Doppler des vagues calculé avec le spectre de mer d'Elfouhaily et al. [1997] pour un vent moyen à 10 m,  $u_{10} = 6 \text{ m.s}^{-1}$ , un azimuth de tir,  $\phi = 0^\circ$  et une direction du vent  $\phi_v = 0^\circ$  en fonction de l'incidence de tir  $\theta$  allant de  $0^\circ$  à  $20^\circ$ . Sur cette même figure, à droite, nous avons représenté l'évolution de la valeur moyenne de la fréquence Doppler ( $f_c$  (5.50)) ainsi que la largeur à mi-hauteur de la distribution du Doppler ( $\Delta f$  (5.52)).

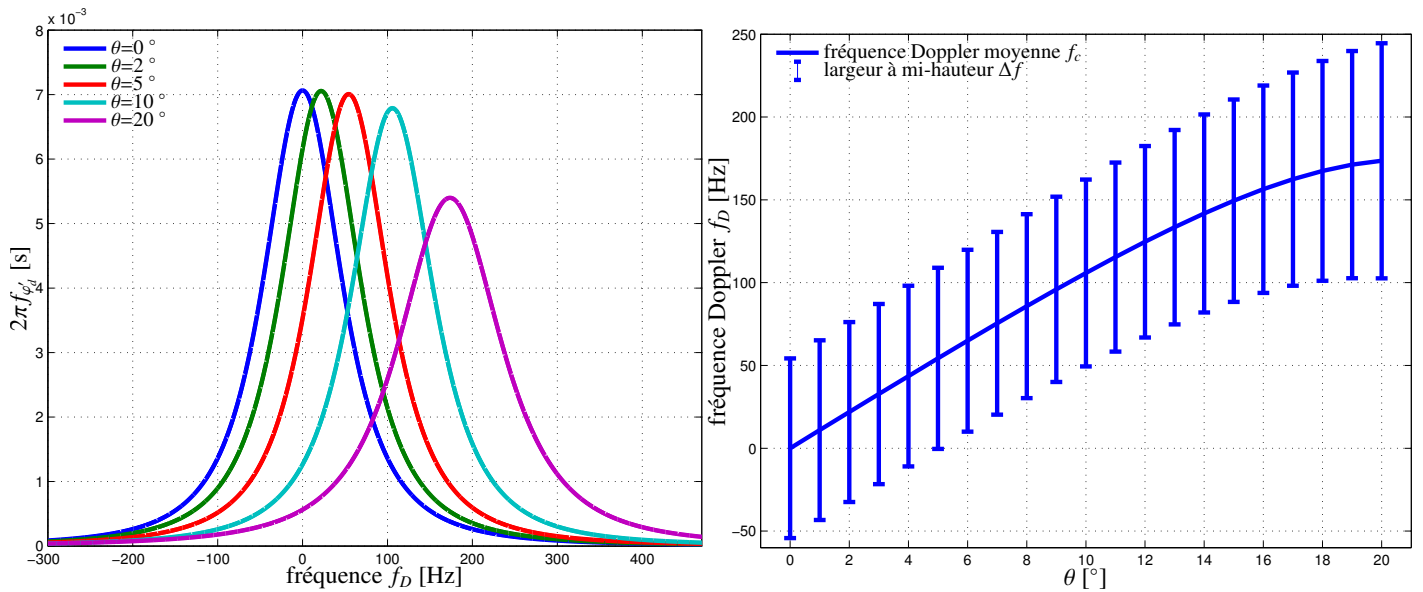


FIGURE 5.4 – Représentation de la distribution du Doppler des vagues (à gauche) pour différentes incidences de tir  $\theta$  et évolution de la valeur moyenne Doppler et de la largeur à mi-hauteur de la distribution en fonction de l'incidence de tir  $\theta$  (à droite). Les tracés ont été fait pour un vent à 10 m,  $u_{10} = 6 \text{ m.s}^{-1}$ , un azimuth de tir,  $\phi = 0^\circ$  et une direction du vent,  $\phi_v = 0^\circ$ .

Nous constatons qu'au Nadir, la valeur moyenne du décalage Doppler est nulle, ce qui se comprend par le fait que les mouvements verticaux ascendants et descendants des vagues se compensent au Nadir. Mais cette valeur augmente lorsque l'incidence augmente, de 0 Hz pour  $\theta = 0^\circ$  à environ 170 Hz pour  $\theta = 20^\circ$ . La largeur à mi-hauteur de cette distribution augmente également avec l'incidence  $\theta$ , d'environ 110 Hz jusqu'à 140 Hz mais reste quasi-constante pour les 10 premiers degrés d'incidence. L'évolution de la largeur à mi-hauteur est moins marquée que l'évolution de la valeur moyenne du décalage Doppler, traduisant une diffusion autour de la fréquence moyenne quasi-constante en fonction de l'incidence de tir.

• Évolution du décalage Doppler des vagues en fonction de l'azimut de tir :

Nous avons tracé sur la figure 5.5, à gauche, un exemple de la distribution du Doppler des vagues pour un vent moyen à 10 m,  $u_{10} = 6 \text{ m.s}^{-1}$ , une direction du vent  $\phi_v = 0^\circ$  et une incidence de tir  $\theta = 2,6^\circ$  afin de rester dans la configuration de SWOT (voir tableau 1.1) en fonction de différents azimuts de tir  $\phi$  allant de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  (de la direction upwind à la direction crosswind). Sur cette même figure, à droite, nous avons représenté l'évolution de la valeur moyenne de la fréquence Doppler ainsi que la largeur à mi-hauteur de la distribution du décalage Doppler.

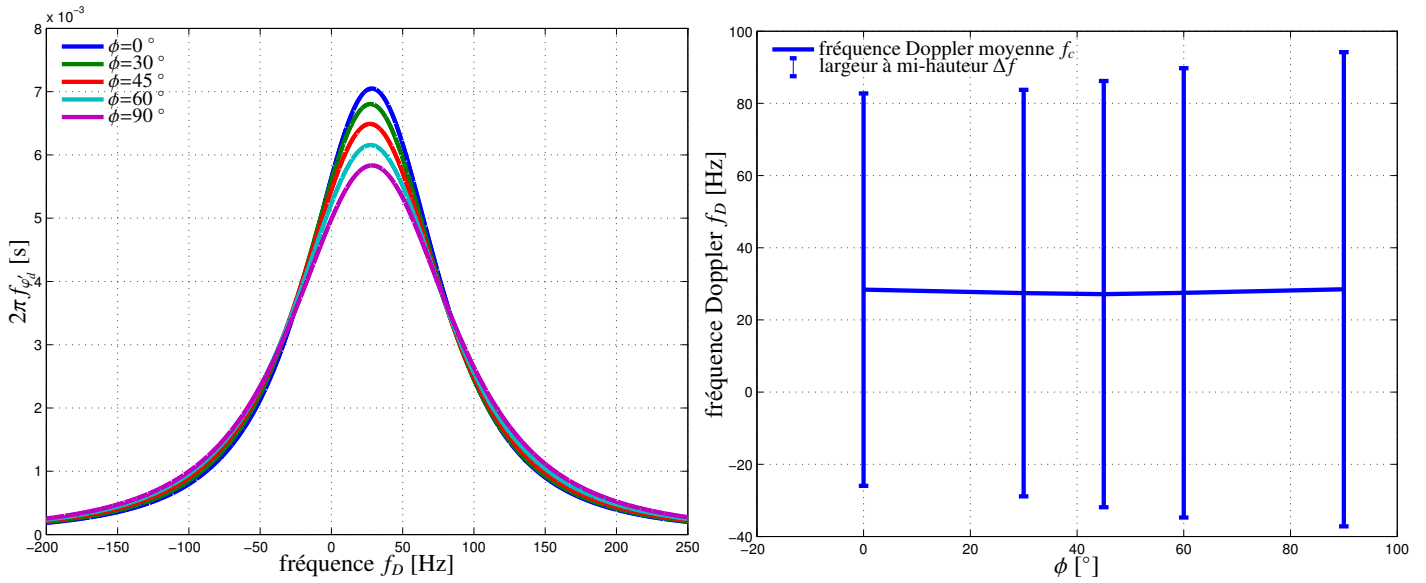


FIGURE 5.5 – Représentation de la distribution du Doppler des vagues (à gauche) pour différents azimuts de tir  $\phi$  et évolution de la valeur moyenne Doppler et de la largeur à mi-hauteur de la distribution en fonction de l'azimut de tir  $\phi$  (à droite). Les tracés ont été fait pour un vent à 10 m,  $u_{10} = 6 \text{ m.s}^{-1}$ , une incidence de tir,  $\theta = 2,6^\circ$  et une direction du vent,  $\phi_v = 0^\circ$ .

La fréquence Doppler moyenne des vagues varie très peu avec l'angle de tir en azimut  $\phi$  (environ 1 Hz entre les azimuts  $0^\circ$  et  $90^\circ$ ). La largeur à mi-hauteur varie d'environ 20 Hz entre les azimuts  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . La faible variation de la fréquence Doppler moyenne se justifie par les angles d'incidences proches Nadir utilisé. La dépendance à l'azimut de tir (à la direction du vent) peut donc être négligée pour des incidences d'observations proches Nadir.

• Évolution du Doppler des vagues en fonction de l'état de mer :

Nous avons tracé sur la figure 5.6, à gauche, un exemple de la distribution du Doppler des vagues pour un azimut de tir  $\phi = 0^\circ$ , une direction du vent  $\phi_v = 0^\circ$  et une incidence de tir  $\theta = 2,6^\circ$  pour différentes valeurs de vent à 10 m. Sur cette même figure, à droite, nous avons représenté l'évolution de la valeur moyenne de la fréquence Doppler ainsi que la largeur à mi-hauteur de la distribution du Doppler.

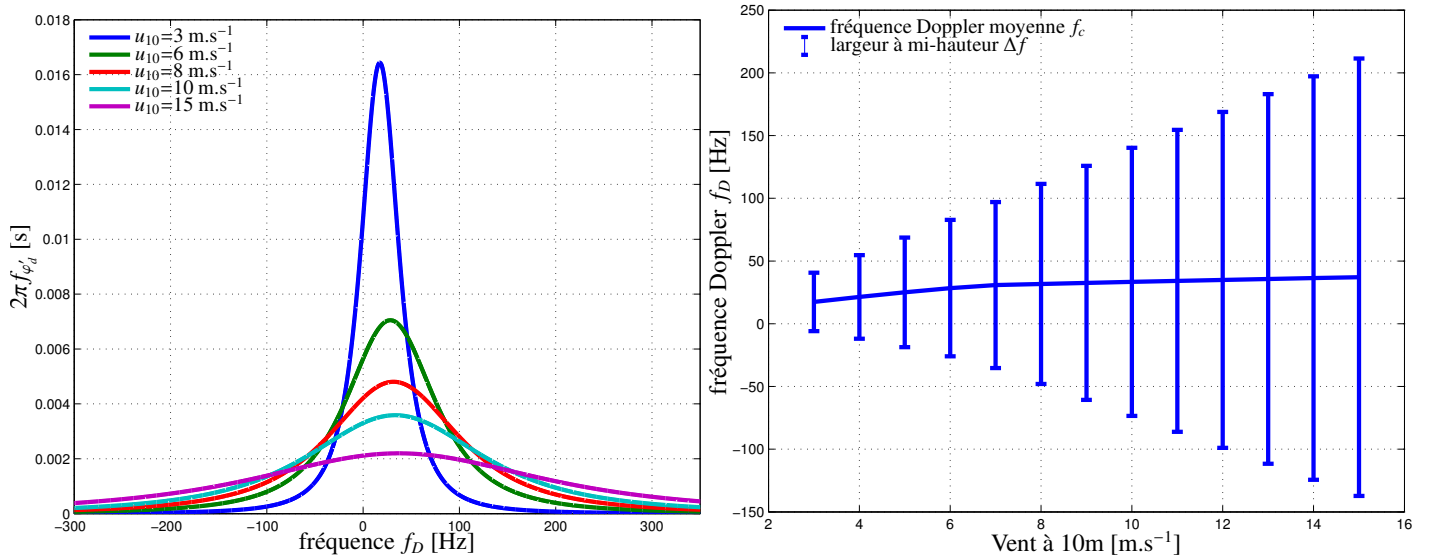


FIGURE 5.6 – Représentation de la distribution du Doppler des vagues (à gauche) pour différentes vitesses de vent à 10 m  $u_{10}$  et évolution de la valeur moyenne Doppler et de la largeur à mi-hauteur de la distribution en fonction de la vitesse du vent à 10 m  $u_{10}$  (à droite). Les tracés ont été fait pour une incidence de tir,  $\theta = 2,6^\circ$ , un azimuth de tir  $\phi = 0^\circ$  et une direction du vent,  $\phi_v = 0^\circ$ .

La fréquence Doppler moyenne varie entre environ 20 Hz pour un vent de 3 m.s<sup>-1</sup> et environ 40 Hz pour un vent de 15 m.s<sup>-1</sup>. L'évolution de la fréquence Doppler moyenne n'est pas très importante en fonction du vent, néanmoins la largeur à mi-hauteur de la distribution augmente de manière conséquente avec la vitesse du vent, de 50 Hz à 350 Hz. Cet effet est bien marqué sur la distribution du Doppler des vagues. L'évolution de la fréquence Doppler moyenne des vagues est modérée en fonction de l'état de mer, par contre, lorsque l'état mer augmente (vent plus important) la probabilité de voir apparaître des phénomènes isolés (fréquence Doppler importante) devient plus forte.

En résumé, il apparaît sur les différentes figures précédentes une variabilité importante du décalage Doppler induit par le mouvement des vagues en fonction de l'incidence de tir et de l'état de mer. Néanmoins, la variabilité de cette fréquence est négligeable en fonction de l'azimut de tir, ceci dû aux faibles angles de visées en incidence. La dispersion de la distribution du décalage Doppler des vagues augmente avec le vent, rendant possible de forts décalages Doppler selon l'état de la mer observée. Cependant, en raison de la bande Doppler limitée du radar, les événements extrêmes ne seront pas vus.

### 5.3 Application à la synthèse SAR non focalisée

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux effets entraînés par le mouvement de la surface, et principalement ceux liés au temps de corrélation du signal rétrodiffusé et au décalage Doppler des vagues. Nous nous servons par la suite des résultats énumérés dans le paragraphe 1.2.

#### 5.3.1 Critères d'application de la synthèse SAR non focalisée

Après compression d'impulsions en distance, les données brutes issues des impulsions retours du signal sont multipliées par des rampes de phase, le processus effectué est similaire à un processus de transformée de Fourier rapide (FFT). Nous cherchons à estimer le nombre d'impulsions successives brutes  $N_p$  permettant d'appliquer le processus de synthèse SAR non focalisée dans le cas de la mission SWOT. Le processus de synthèse SAR non focalisée nécessite de respecter certains critères, à savoir :

1. assurer un nombre d'impulsions successives brutes  $N_p$  cohérentes entre elles.
2. assurer la condition de variation sur la phase :  $\Delta\phi(t) \leq \pi/4$ .

Nous cherchons à estimer les nombre d'impulsions successives brutes  $N_p$  maximales permettant de respecter les deux critères d'application de la synthèse SAR non focalisée. Nous nous plaçons dans la même configuration que le paragraphe 1.2.1.

1. La condition de cohérence entre les impulsions brutes successives implique que, pour  $N_p$  impulsions successives, séparées d'un temps  $\Delta t = 1/f_a$ , où  $f_a$  est la PRF du système, et pour un temps de corrélation du signal rétrodiffusé  $\tau_c$  une condition nécessaire est :

$$N_p \Delta t \leq \tau_c \quad \Leftrightarrow \quad N_p \leq \tau_c f_a \quad (5.59)$$

2. La distribution de la phase dans une fauchée azimut a été développée précédemment (1.23) :

$$\Delta\phi(t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} [A_r t^2 - 2V_r t] \quad (5.60)$$

Le paramètre  $A_r$  se réduit à :  $A_r \simeq V_{sat}^2/R_0$ , car nous pouvons négliger la vitesse tangentielle de la surface par rapport à la vitesse de déplacement du satellite ( $V_c \ll V_{sat}$ ) et l'accélération radiale de la surface peut-être négligée devant l'accélération relative au déplacement du satellite ( $a_r \ll V_{sat}^2/R_0$ ). La distribution de la phase se réduit ainsi à :

$$\Delta\phi(t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[ \frac{V_{sat}^2}{R_0} t^2 + \lambda_0 f_D t \right] \quad (5.61)$$

où  $V_r = -\lambda_0 f_D/2$  avec  $f_D$  la fréquence du décalage Doppler induit par le mouvement des vagues. La condition d'évolution sur la distribution de la phase impose :

$$\Delta\phi(t) \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[ \frac{V_{sat}^2}{R_0} t^2 + \lambda_0 f_D t \right] \leq \frac{\pi}{4} \quad (5.62)$$

Nous cherchons à estimer l'intervalle de temps  $\Delta T$  permettant de respecter l'inégalité (5.62). Deux cas se présentent :

• **1<sup>er</sup> cas : la surface est immobile ( $f_D = 0$ )**

La résolution de l'inégalité (5.62) devient :

$$t^2 \leq \frac{\lambda_0 R_0}{8V_{sat}^2} \Rightarrow t_0 \leq t \leq t_1 \quad (5.63)$$

avec  $t_0$  et  $t_1$  les racines de l'équation du second degré correspondante. L'intervalle de temps  $\Delta T^0$  permettant de respecter l'inégalité (5.62) dans le cas d'une surface immobile est :

$$\Delta T^0 = t_1 - t_0 = \frac{\sqrt{\lambda_0 R_0}}{\sqrt{2}V_{sat}} \quad (5.64)$$

Nous remarquons ici que nous retrouvons l'expression de la taille de la surface au sol résolue minimale :  $a_0 = \sqrt{\frac{\lambda_0 R_0}{2}}$  (ou le rayon de la première zone de Fresnel, voir [Raney \[1998\]](#)). La taille de la surface au sol résolue minimale vaut, dans le cas de SWOT, environ 60 m et la résolution de la synthèse SAR non focalisée est d'environ 250 m (voir paragraphe 1.1.3.4). La taille de la surface au sol résolue minimale est donc respectée.

La taille de la surface au sol résolue minimale est directement liée au nombre d'impulsions  $N_p^0$  en divisant cette valeur ( $a_0$ ) par la taille du pixel ( $V_{sat}/f_a$ ). De manière équivalente, nous retrouvons cette expression à partir de la relation (5.64) en écrivant :

$$N_p^0 \Delta t = \frac{N_p^0}{f_a} = \Delta T^0 \Rightarrow N_p^0 = \Delta T^0 f_a = \frac{\sqrt{\lambda_0 R_0}}{\sqrt{2}V_{sat}} f_a \quad (5.65)$$

• **2<sup>ème</sup> cas : la surface est mobile** ( $f_D \neq 0$ )

L'expression de la distribution azimuth de la phase (5.61) peut s'écrire à l'aide de l'expression (5.64) :

$$\Delta\phi(t) = \frac{\pi}{(\Delta T^0)^2} t [t + 2(\Delta T^0)^2 f_D] \quad (5.66)$$

Nous constatons que l'effet d'une surface d'observation en mouvement translate la distribution de la phase dans le plan (temps, phase) mais n'influence pas la forme de cette distribution, comme l'illustre la figure 5.7. La résolution de l'inégalité (5.62) conduit alors à l'intervalle de temps  $\Delta T$  permettant de respecter cette inégalité :

$$\Delta T = \Delta T^0 \quad (5.67)$$

Le décalage Doppler induit par la vitesse radiale des vagues n'influence donc pas le critère sur la phase d'application de la synthèse SAR non focalisée. Un raisonnement similaire peut-être fait à partir de l'expression fréquentielle de cette distribution de phase (1.26) :

$$\Delta\phi(f) = \pi \frac{\lambda_0}{2A_r} (f^2 - f_D^2) \quad (5.68)$$

En effet, nous constatons que la fréquence Doppler induit par le mouvement des vagues ( $f_D$ ) translate simplement la distribution. Seuls les effets liés à l'accélération radiale de la surface ( $a_r$ ) et la vitesse tangentielle de la surface ( $V_c$ ), que l'on retrouve dans le paramètre  $A_r$ , influent sur la forme de cette distribution.

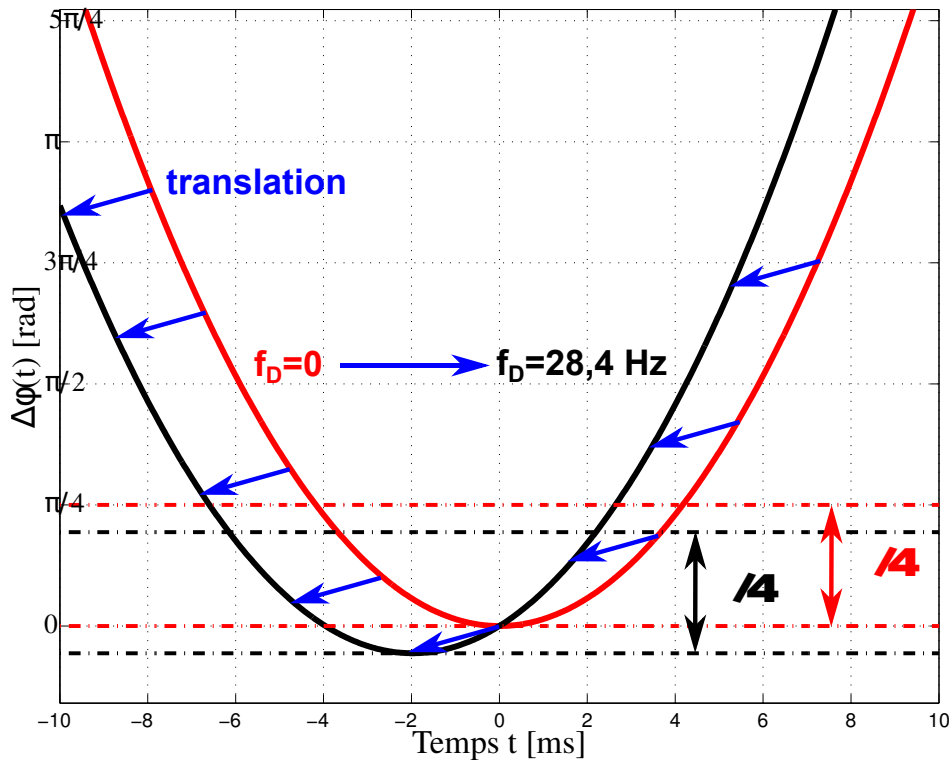


FIGURE 5.7 – Exemples de distribution de phase azimuth calculées à partir de l'expression (5.70) dans la configuration de SWOT. En rouge, le cas où la surface observée est immobile ( $f_D = 0$ ), en noir, le cas où un vent à 10 m de  $6 \text{ m.s}^{-1}$  souffle ( $f_D = 28,4 \text{ Hz}$ ). La courbe noire est une translation dans le plan (temps, phase) de la courbe rouge.



### 5.3.2 Application à la synthèse SAR non focalisée de SWOT

Nous avons représenté sur la figure 5.8 le nombre d'impulsions successives brutes  $N_p$  maximales pour satisfaire les deux conditions d'applicabilité de la synthèse SAR non focalisée dans le mode LR de SWOT, à savoir le critère sur la cohérence du signal rétrodiffusé  $N_p = \tau_c f_a$  et le critère sur la phase  $N_p^0$  en fonction du vent à 10 m (à gauche) et du  $H_s$  (à droite). Les valeurs des paramètres sont celles du tableau 1.1 et la valeur  $R_0$  a été fixée à 900 km. Nous avons représenté en trait pointillé vert le nombre de vues  $N_p = 9$  pour le mode LR de SWOT. Pour des états de mer moyens ( $u_{10} \simeq 6 \text{ m.s}^{-1}$  ou  $H_s \simeq 1 \text{ m}$ ) et faibles nombre d'impulsions successives brutes  $N_p$  respecte les conditions d'applications souhaitées. Néanmoins, il apparaît que pour des conditions de mer plus agitées la valeur de  $N_p = 9$  ne permet plus d'assurer les conditions d'applicabilités de la synthèse SAR non focalisée. Dans ce cas là, la condition limitante est alors la condition de cohérence des signaux rétrodiffusés.

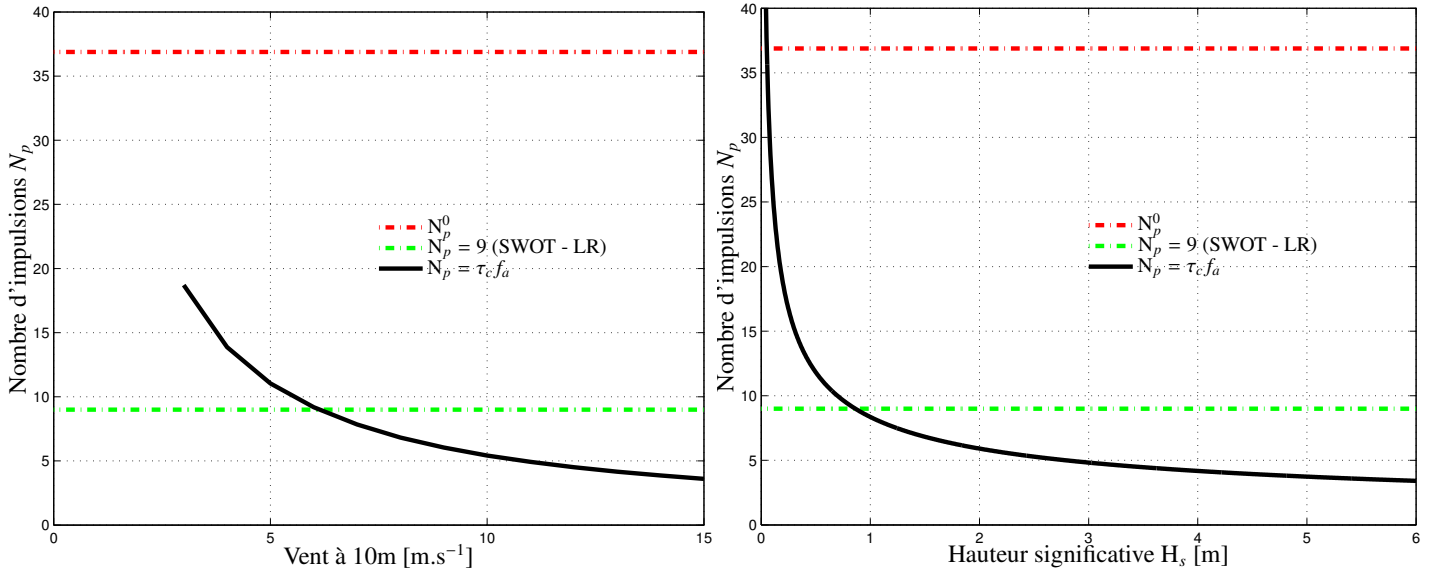


FIGURE 5.8 – Représentation des conditions d'applicabilités de la synthèse SAR non focalisée sur le nombre d'impulsions successives brutes  $N_p$  maximales du mode LR de SWOT estimées avec un spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. À gauche, le calcul est fait avec la formule exacte du temps de corrélation (5.12) et à droite avec la formule approchée avec le  $H_s$  (5.19).

Le nombre d'impulsions successives brutes  $N_p$  optimales pour la synthèse SAR non focalisée du mode LR de SWOT en fonction du vent à 10 m est résumé dans le tableau 5.2.  $N_p$  est défini de tel sorte que :

$$N_p = \min \left[ N_p^0, E(\tau_c f_a) \right] \quad (5.69)$$

où  $E(x)$  représente la partie entière du réel  $x$ . Ce nombre de vues varie de 9 à 3 lorsque la rugosité de la surface augmente.

$u_{10} [\text{m.s}^{-1}]$	0	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$N_p$	36	18	13	11	9	7	6	6	5	4	4	4	3	3

TABEAU 5.2 – Nombres d'impulsions successives brutes  $N_p$  optimales en fonction du vent à 10 m permettant de respecter les conditions d'applications de la synthèse SAR non focalisée pour le mode LR de SWOT.

Nous pouvons également évaluer la résolution azimutale optimale à partir des valeurs  $N_p$  définies précédemment (1.31) :

$$r_{az} = \frac{\lambda_0 R_0 f_a}{2V_{sat} N_p} \quad (5.70)$$

Cette résolution azimuth est tracée sur la figure 5.9 en fonction du vent à 10 m pour les nombres d'impulsions successives brutes  $N_p$  optimales du tableau 5.2. Dans le cas de SWOT, nous retrouvons bien la résolution de 250 m pour un vent d'environ  $6 \text{ m.s}^{-1}$ , néanmoins, pour des  $N_p$  adaptées à la synthèse SAR non focalisée, il apparaît que celle-ci se dégrade pour des forts états de mer ( $r_{az} \approx 760 \text{ m}$  pour un vent à 10 m de  $15 \text{ m.s}^{-1}$ ). Malgré cela, SWOT remoyenne les pixels au kilomètre ce qui donne de la marge par rapport à la résolution effective utilisée.

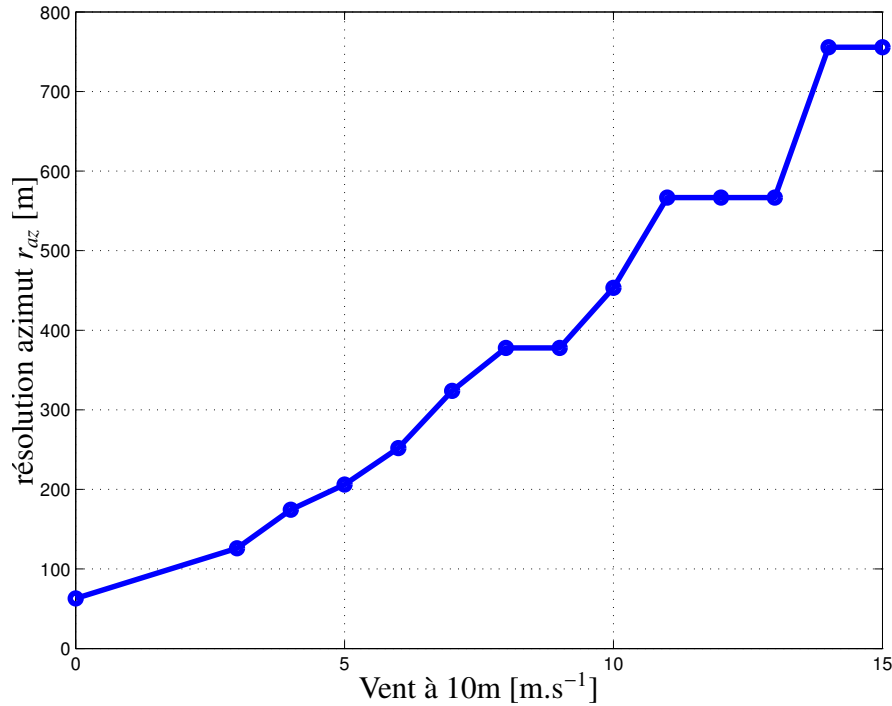


FIGURE 5.9 – Résolution azimuth  $r_{az}$  optimale du processus de synthèse SAR non focalisée du mode LR de SWOT en fonction du vent à 10 m.

En conclusion, nous avons ici développé une méthode d'estimation du nombre d'impulsions successives brutes  $N_p$  optimales respectant les conditions de la synthèse SAR non focalisée. Il ressort de cette étude que le critère limitant est le critère du temps de corrélation. Dans le cadre du mode LR de SWOT, il apparaît que le nombre d'impulsions brutes  $N_p = 9$  respecte les conditions d'application de la synthèse SAR non focalisée dans le cas de faibles états de mer ( $u_{10} \leq 6 \text{ m.s}^{-1}$  ou  $H_s \leq 1 \text{ m}$ ). Néanmoins, à la lumière de l'étude précédente ce nombre de vues peut être ajusté en fonction de l'état de mer. Cette technique pourrait être appliquée sur le traitement des données SWOT en se servant du  $H_s$  fourni par la mesure de l'altimètre Nadir embarqué et ainsi automatiser le nombre d'impulsions successives brutes à utiliser pour le processus de synthèse SAR non focalisée. Le point contraignant sur SWOT est le fait que le traitement LR est fait à bord (pour des raisons techniques, afin de limiter le volume de données de télémessure à envoyer au sol) et la technique énoncée ici n'est donc pas applicable sans connaissance préalable du  $H_s$ .

## 5.A Annexe - Implémentation numérique des fonctions de corrélation

Nous développons dans cette annexe la méthode d'implémentation numérique des fonctions d'autocorrélation permettant le calcul de la distribution du décalage Doppler des vagues (paragraphe 5.2.2.1) avec un spectre de mer d'Elfouhaily et al. [1997].

$$(5.56) \Rightarrow \rho_{\phi_v}(r, \phi_r, 0) = \rho_0(r, 0) + \rho_2(r, 0) \cos[2(\phi_r - \phi_v)]$$

$$\text{où : } \begin{cases} \rho_0(r, 0) = \int_0^\infty \Psi_0(k) J_0(kr) dk \\ \rho_2(r, 0) = - \int_0^\infty \Psi_0(k) \Delta(k) J_2(kr) dk \end{cases} \quad (5.71)$$

$$(5.57) \Rightarrow \partial_t \rho_{\phi_v}(r, \phi_r, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} [\partial_t \rho_n^{iso}(r, \phi_r, 0) + \partial_t \rho_n^{aniso}(r, \phi_r, 0)]$$

$$\text{où : } \begin{cases} \partial_t \rho_n^{iso}(r, \phi_r, 0) = -\frac{4}{\pi} \text{sgn}[\sin(\theta)] \frac{\cos[(2n+1)(\phi_r - \phi)]}{2n+1} \int_0^\infty \omega_k \Psi_0(k) J_{2n+1}(kr) dk \\ \partial_t \rho_n^{aniso}(r, \phi_r, 0) = \frac{2}{\pi} \text{sgn}[\sin(\theta)] \int_0^\infty \frac{\omega_k \Psi_0(k) \Delta(k)}{2n+1} \left\{ J_{2n-1}(kr) \cos\{(2n-1)\phi_r - [(2n+1)\phi - 2\phi_v]\} + \right. \\ \left. J_{2n+3}(kr) \cos\{(2n+3)\phi_r - [(2n+1)\phi + 2\phi_v]\} \right\} dk \end{cases} \quad (5.72)$$

Le développement et l'implémentation numérique de l'expression (5.72) sont donnés ci-après.

$$(5.58) \Rightarrow \partial_{tt} \rho_{\phi_v}(r, \phi_r, 0) = \partial_{tt} \rho_0(r, 0) + \partial_{tt} \rho_2(r, 0) \cos[2(\phi_r - \phi_v)]$$

$$\text{où : } \begin{cases} \partial_{tt} \rho_0(r, 0) = - \int_0^\infty \omega_k^2 \Psi_0(k) J_0(kr) dk \\ \partial_{tt} \rho_2(r, 0) = \int_0^\infty \omega_k^2 \Psi_0(k) \Delta(k) J_2(kr) dk \end{cases} \quad (5.73)$$

### • Développement et implémentation numérique de l'expression (5.72) :

Il intervient dans le calcul de l'intégrale (5.57) le paramètre  $S_k = \text{sgn}(\widehat{\mathbf{k}} \cdot \widehat{\mathbf{K}}_0)$ . Ce paramètre peut être exprimé dans le repère de la figure 2.6 :

$$\text{sgn}(\widehat{\mathbf{k}} \cdot \widehat{\mathbf{K}}_0) = \text{sgn}[\sin(\theta) \cos(\phi_k - \phi)] = \text{sgn}[\sin(\theta)] \text{sgn}[\cos(\phi_k - \phi)] \quad (5.74)$$

où  $\theta$  est l'incidence de tir et  $\phi$  l'azimut de tir.

L'équation (5.57) s'écrit alors dans le repère polaire lié au spectre  $(k, \phi_k)$  pour l'intégration et le repère polaire  $(r, \phi_r)$  pour la corrélation :

$$\partial_t \rho_{\phi_v}(r, \phi_r, 0) = \text{sgn}[\sin(\theta)] \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \text{sgn}[\cos(\phi_k - \phi)] \omega_k \frac{\Psi_0(k)}{2\pi k} \{1 + \Delta(k) \cos[2(\phi_k - \phi_v)]\} e^{ikr \cos(\phi_k - \phi_r)} dk d\phi_k \quad (5.75)$$

Cette expression peut alors s'écrire comme la somme d'une partie isotrope (sans fonction d'étalement, partie isotrope du spectre)  $\partial_t \rho_{\phi_v}^{iso}(r, \phi_r, 0)$  et d'une partie anisotrope (avec fonction d'étalement, partie anisotrope du spectre)  $\partial_t \rho_{\phi_v}^{aniso}(r, \phi_r, 0)$  :

$$\partial_t \rho_{\phi_v}(r, \phi_r, 0) = \partial_t \rho_{\phi_v}^{iso}(r, \phi_r, 0) + \partial_t \rho_{\phi_v}^{aniso}(r, \phi_r, 0)$$

$$\text{où : } \begin{cases} \partial_t \rho_{\phi_v}^{iso}(r, \phi_r, 0) = \frac{\text{sgn}[\sin(\theta)]}{2\pi} \int_0^\infty \omega_k \Psi_0(k) \left( \int_0^{2\pi} \text{sgn}[\cos(\phi_k - \phi)] e^{ikr \cos(\phi_k - \phi_r)} d\phi_k \right) dk \\ \partial_t \rho_{\phi_v}^{aniso}(r, \phi_r, 0) = \frac{\text{sgn}[\sin(\theta)]}{2\pi} \int_0^\infty \omega_k \Psi_0(k) \Delta(k) \left( \int_0^{2\pi} \text{sgn}[\cos(\phi_k - \phi)] \cos[2(\phi_k - \phi)] e^{ikr \cos(\phi_k - \phi_r)} d\phi_k \right) dk \end{cases} \quad (5.76)$$

La fonction  $\text{sgn}[\cos(\phi_k - \phi)]$  est la fonction "créneau" classique comprise entre  $[-1; 1]$  et de période  $2\pi$ , décalée de  $-\pi/2$  et s'exprime, sous forme d'un développement en série de fourier :

$$\text{sgn}[\cos(\phi_k - \phi)] = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin[(2n+1)(\phi_k - \phi + \pi/2)]}{2n+1} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos[(2n+1)(\phi_k - \phi)]}{2n+1} \quad (5.77)$$

Un exemple de comparaison entre la fonction  $\text{sgn}[\cos(\phi_k - \phi)]$  et son développement en série de fourier pour un nombre  $p$  d'harmoniques et un azimuth d'observation  $\phi = 0^\circ$  est représenté sur la figure 5.10 suivante :

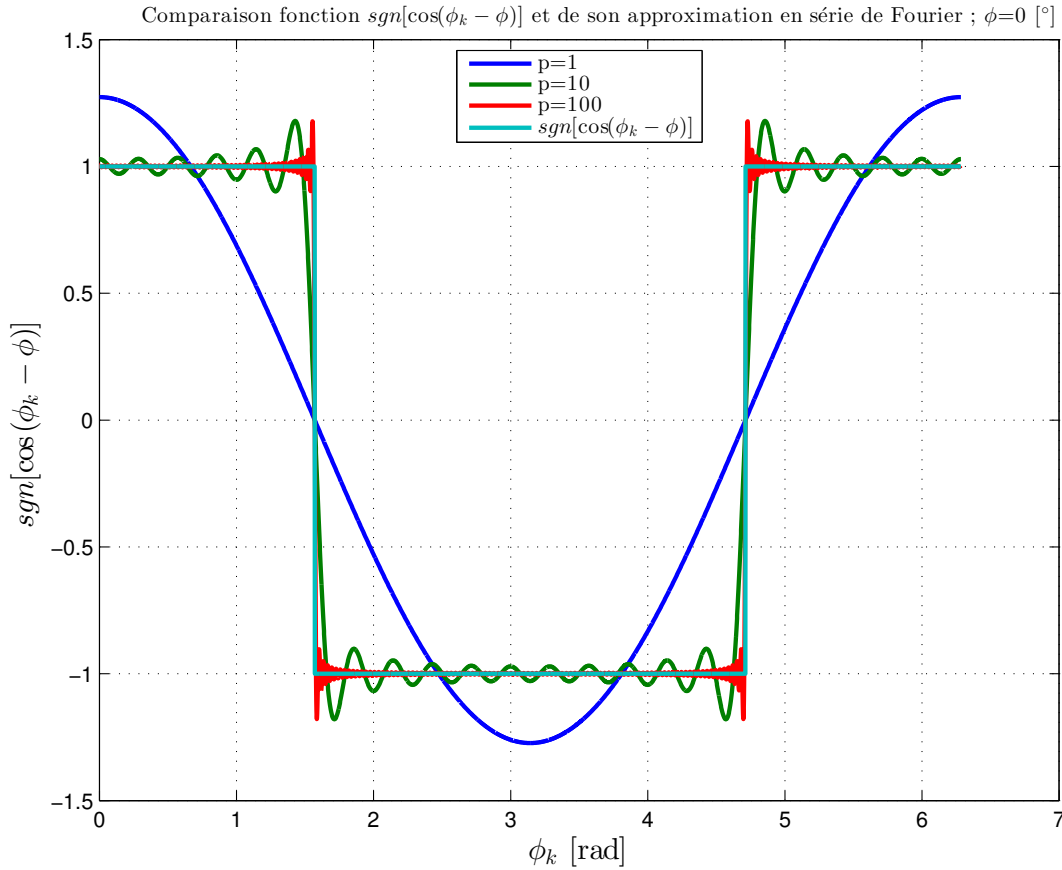


FIGURE 5.10 – Comparaison entre la fonction  $\text{sgn}[\cos(\phi_k - \phi)]$  et son développement en série de fourier pour un nombre  $p$  d'harmoniques et un azimuth  $\phi=0^\circ$ .

Finalement, le remplacement de l'expression (5.77) dans l'expression (5.76) permet de retrouver l'expression (5.72).

Afin de rendre le calcul réalisable numériquement, le nombre d'harmoniques  $p$  suffisant pour obtenir une Erreur Quadratique Moyenne (EQM) faible doit être évalué. Pour ce faire, nous avons calculé la dérivée temporelle en 0 de la corrélation spatio-temporelle de la surface de mer exacte via l'équation (5.57) et via son développement en série de fourier (5.72) pour différents nombres d'harmoniques  $p$ . On calcule alors l'EQM selon la formule :

$$\text{EQM} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left[ \widehat{\partial_t \rho(\mathbf{r}_n, 0)} - \partial_t \rho(\mathbf{r}_n, 0) \right]^2} \quad [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] \quad (5.78)$$

où  $\widehat{\partial_t \rho(\mathbf{r}_n, 0)}$  est la valeur calculée avec le développement en série de fourier (5.72) et  $\partial_t \rho(\mathbf{r}_n, 0)$  est la valeur exacte (5.57) au point  $\mathbf{r}_n$ . La figure 5.11 représente un exemple de l'EQM calculée pour un vent à 10m,  $u_{10}=6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , un azimuth,  $\phi=0^\circ$  et une direction du vent,  $\phi_v=30^\circ$ . Nous avons également représenté l'EQM relative à la valeur maximale de la valeur exacte de  $\partial_t \rho(\mathbf{r}, 0)$ .

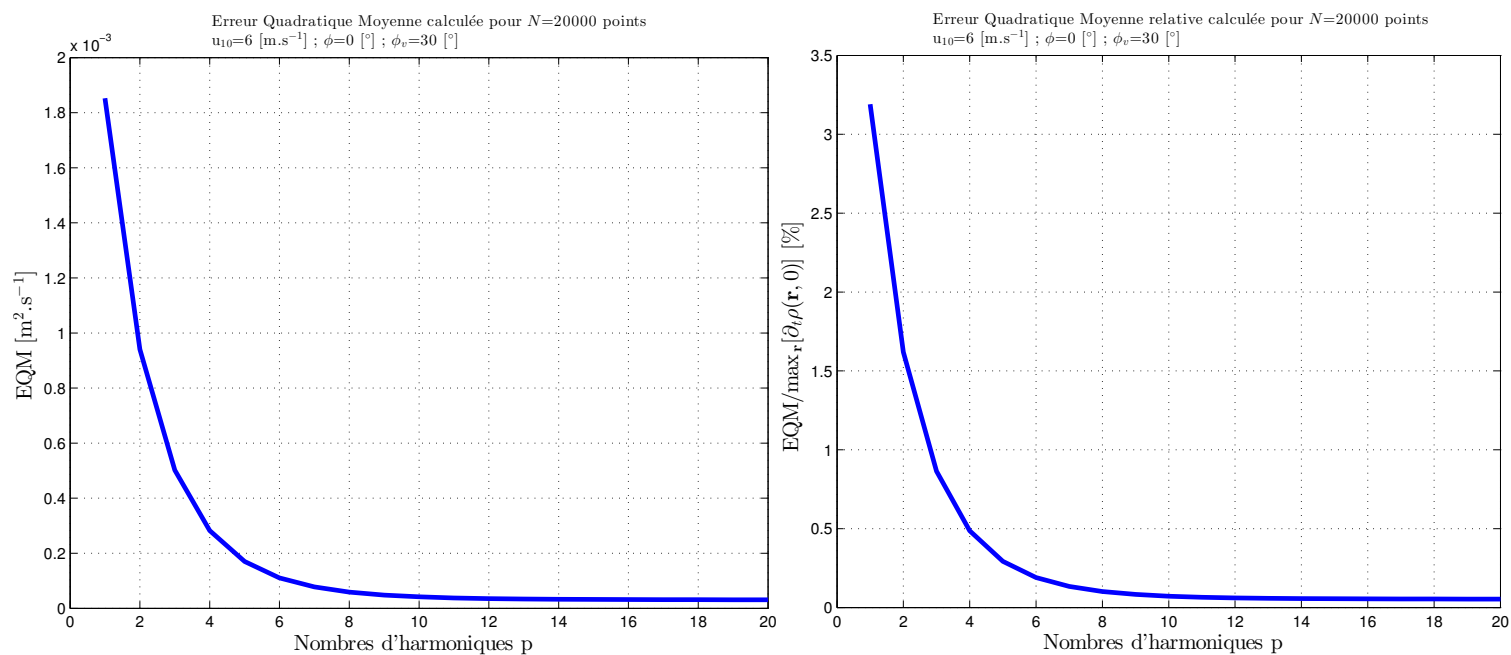


FIGURE 5.11 – Tracé de l'EQM (à gauche) et de l'EQM relative (à droite) pour un vent à 10m :  $u_{10}=6$  m.s<sup>-1</sup>, un azimut :  $\phi=0$  ° et une direction du vent :  $\phi_v=30$  °.

Dans toutes les applications numériques relative au Doppler des vagues nous choisissons de prendre un nombre d'harmoniques  $p$ , pour le calcul de  $\partial_t \rho_{\phi_v}(\mathbf{r},0)$  égal à 10. Dans ce cas, l'erreur quadratique moyenne reste inférieure à 0,1% sur le calcul de la dérivée temporelle .

## Chapitre 6

# Conclusion et perspectives

### 6.1 Synthèse des principaux résultats de ce manuscrit

Dans ce manuscrit, nous étudions la rétrodiffusion en bande Ka par les surfaces d'eau ainsi que sa modélisation. Dans le contexte de l'altimétrie SAR interférométrique de la mission SWOT, nous étudions l'impact du mouvement de la surface étudiée sur le traitement SAR non focalisée.

Nous développons un modèle de rétrodiffusion proche Nadir en bande micro-ondes appelé GO4. Il conserve la précision du modèle de référence de l'Optique Physique tout en gardant la simplicité du modèle classique de l'Optique Géométrique. Ce modèle, dans son expression isotrope, ne dépend que de deux paramètres, le paramètre de mss totale et le paramètre, appelé courbure effective, qui est contraint par la rugosité de la surface et par la fréquence radar. Nous montrons la validité de ce modèle à la modulation par les pentes de la surface et principalement dans le contexte de la mission SWOT dans le but d'une utilisation dans la simulation deux échelles. Ce modèle doit être testé dans des simulations afin d'être validé.

Nous présentons également une méthode d'inversion des paramètres de mss et de courbure effective par minimisation d'une fonction coût en incidence sur des données relatives de SERN. Les tests effectués à partir de données expérimentales montrent que cette méthode est prometteuse, il faut néanmoins étudier la sensibilité de cette méthode afin d'affiner ses conditions d'applications. Finalement, le modèle GO4 est validé pour la simulation deux-échelles et principalement dans le contexte de SWOT.

Une étude de la rétrodiffusion des surfaces d'eau en bande Ka ainsi que sa modélisation à partir d'une campagne de mesures en bassin à la grande soufflerie de Marseille-Luminy est présentée. L'impact de faible rugosité de surface est étudié et montre des valeurs de SERN importante au Nadir ainsi qu'une forte variation de cette SERN en incidence. Dans ce cas, le modèle de l'Optique Physique représente bien le diagramme de diffusion. Pour des rugosités de surface plus fortes, des valeurs de SERN au Nadir moins élevées sont observées ainsi qu'une variation en incidence plus faibles. Dans ce cas, en plus du modèle de l'Optique Physique, les modèles d'Optiques Géométriques sont également applicables.

Une méthode d'inversion des spectres de nombre d'ondes directionnels à partir des spectres de fréquences expérimentaux est présentée. L'inversion est faite grâce à la relation de dispersion des vagues de capillarité-gravité en présence de courant et contrainte par les paramètres statistiques mesurés de la surface. La fonction d'étalement des spectres de nombre d'ondes est inversée à partir de la solution du spectre sans courant. Une comparaison avec des données in-situ valide l'ensemble de l'étude.

L'évolution temporelle de la surface d'eau observée est étudiée. Une expression analytique simple du temps de corrélation du signal rétrodiffusé est développée à partir du modèle de l'Optique Géométrique. Le temps de corrélation, pour des incidences proche Nadir ne dépend que de la configuration électromagnétique, de l'angle d'incidence et d'un paramètre traduisant l'état de mer. Une version empirique du temps de corrélation dépendant de la hauteur significative de la surface est également développée afin d'étendre son domaine d'application.

La phase de diffusion est étudiée et l'expression de la distribution de sa dérivée temporelle est développée donnant ainsi accès au décalage Doppler induit par le mouvement des vagues. Pour des incidences proche Nadir, la dépendance à l'azimut de tir peut être négligée, alors que l'on observe une forte sensibilité à l'incidence de tir et à l'état de mer observé. Nous donnons également une expression approchée de l'évolution temporelle de la phase de diffusion sur le temps de corrélation.

Nous exposons une méthode d'estimation et de vérification des conditions d'application de la synthèse SAR non focalisée. Elle est appliquée au mode LR de SWOT et confirme les paramètres retenus dans ce contexte.

## 6.2 Perspectives

À la lumière des différents résultats présentés dans ce manuscrit, plusieurs perspectives peuvent être envisagées afin de parfaire la connaissance de la rétrodiffusion des surfaces d'eau en bande Ka ainsi que l'étude de la phase de diffusion. De manière non exhaustive, nous présentons ici des pistes à suivre en continuité avec le travail déjà effectué.

Il faudrait continuer la caractérisation de la dérivée temporelle de la phase de diffusion (une piste avec les distributions de Student peut être envisagée) donnant accès à la caractérisation de la phase de diffusion. Ces résultats peuvent également être transposés à tout autre système interférométrique à faible incidence.

Finalement, nous présentons une méthodologie d'intégration des différents résultats énoncés au cours de ce manuscrit, dont l'idée est de pouvoir simuler de manière la plus réaliste possible des images SAR dans le contexte de SWOT. L'impact des différents résultats dans les chaînes de traitement complète de SWOT (notamment la phase de diffusion) nécessiteraient également d'être étudié et/ou dans tout autre système faisant de la mesure Doppler.

Les simulateurs complexes de missions altimétriques ont pour objectif de recréer l'onde électromagnétique émise, son interaction avec la surface d'eau et le retour de cette onde au satellite après interaction avec l'environnement. Dans l'objectif de recréer des images radar les plus réalistes possible et de prendre en compte les différents paramètres, notamment la distance satellite-cible, des surfaces d'eau déterministes sont générées, comme montré dans l'annexe 3.A. La prise en compte de l'amplitude du signal complexe se fait grâce aux modèles de rétrodiffusions deux-échelles. Afin de recréer l'aspect granuleux des images radar dû au speckle, une phase aléatoire suivant une loi uniforme entre  $-\pi$  et  $\pi$  est générée sur l'ensemble des facettes de la surface, permettant de recréer la phase du signal électromagnétique complexe. Actuellement, cette phase est considérée comme constante sur le temps de la simulation, ce qui donne de bons résultats à ce jour. Un autre aspect entre en jeu lorsqu'il s'agit de générer des images SAR. En effet, l'influence du mouvement des vagues sur la détermination de la fréquence Doppler permettant de replacer les pixels entre eux est à prendre en compte.

Nous présentons maintenant les différents moyens pouvant être mis en oeuvre pour simuler le signal radar complexe rétrodiffusé :

- **Modélisation de la rétrodiffusion, le modèle GO4 :**

Nous avons montré l'intérêt du modèle de rétrodiffusion à faible incidence GO4 dans le chapitre 3. Nous avons également montré la validité de ce modèle à la simulation deux-échelles, notamment dans la configuration de SWOT, à savoir, des angles d'incidences faibles, des tailles de facette de la surface déterministe de  $1\text{m} \times 1\text{m}$  en bande Ka. De plus, ce modèle étant un modèle analytique permet de calculer rapidement la surface efficace radar pour une grande surface tout en gardant la précision du modèle PO. Ce modèle de rétrodiffusion nécessite maintenant d'être implémenté dans un simulateur afin d'être validé.

- **Estimation du décalage Doppler dû aux mouvements des vagues :**

Le paragraphe 5.2.1 a permis d'exhiber la distribution de la dérivée temporelle des phases de diffusion, permettant de déterminer la distribution du Doppler des vagues dans le cas de grandes surfaces (c-à-d, toutes les longueurs d'ondes du spectre permettant la génération de la surface sont prises en compte). Cette distribution peut également être estimée dans le cas d'une simulation deux-échelles à partir de la formule de calcul de l'intégrale de Kirchhoff modulée par les pentes (3.76) et (3.77). Ce calcul permettant d'estimer la valeur moyenne du décalage Doppler ainsi que la variation autour de cette moyenne pour chaque facette générée. De plus, cette méthode permet de prendre en compte l'évolution temporelle de ce décalage Doppler en fonction de l'évolution des pentes de la surface dans le temps.

Un inconvénient à cette méthode est qu'il faut calculer la distribution, pour chaque facette (chaque facette a une pente propre) et répéter cette opération pour chaque temps de la simulation. Comme nous l'avons vu, le calcul de cette distribution nécessite le calcul de plusieurs intégrales de Kirchhoff et le calcul peut rapidement devenir consommateur de ressources informatiques.

Une autre approche peut être de calculer, pour l'ensemble des pentes rencontrées et pour l'ensemble des incidences locales à la surface générée, des abaques permettant de retrouver le résultat rapidement, comme l'illustre les figures 6.1 et 6.2. Ces abaques ont été calculés pour l'angle d'incidence au milieu de la fauchée de SWOT  $\theta = 2,6^\circ$ , un spectre d'Elfouhaily *et al.* [1997], un vent à 10 m de  $6 \text{ m.s}^{-1}$  et des tailles de facette de  $1\text{m} \times 1\text{m}$ .

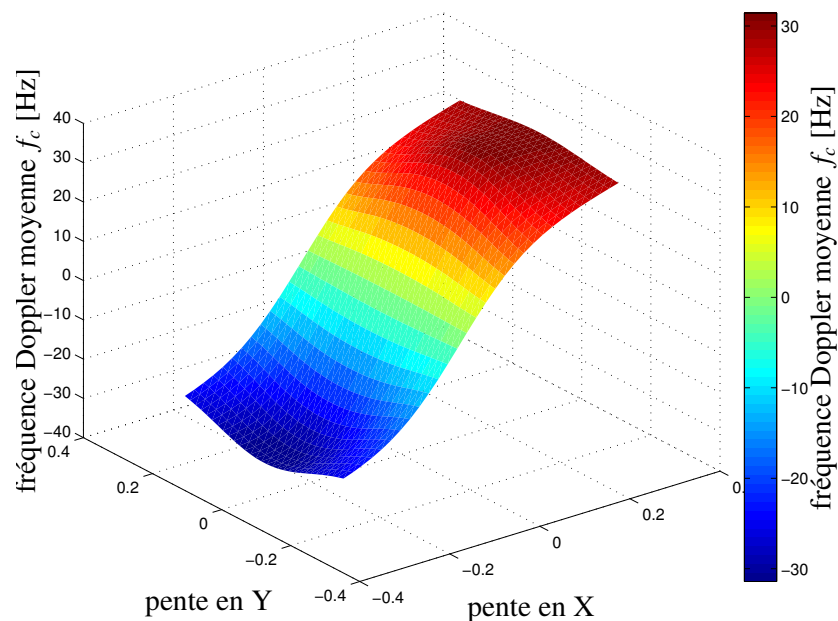


FIGURE 6.1 – Représentation de la fréquence Doppler des vagues  $f_c$  modulée par les pentes pour un spectre d'Elfouhaily *et al.* [1997], un vent à 10 m de  $6 \text{ m.s}^{-1}$ , un angle d'incidence  $\theta$  de  $2,6^\circ$ , en bande Ka et une de facette de  $1\text{m} \times 1\text{m}$ .



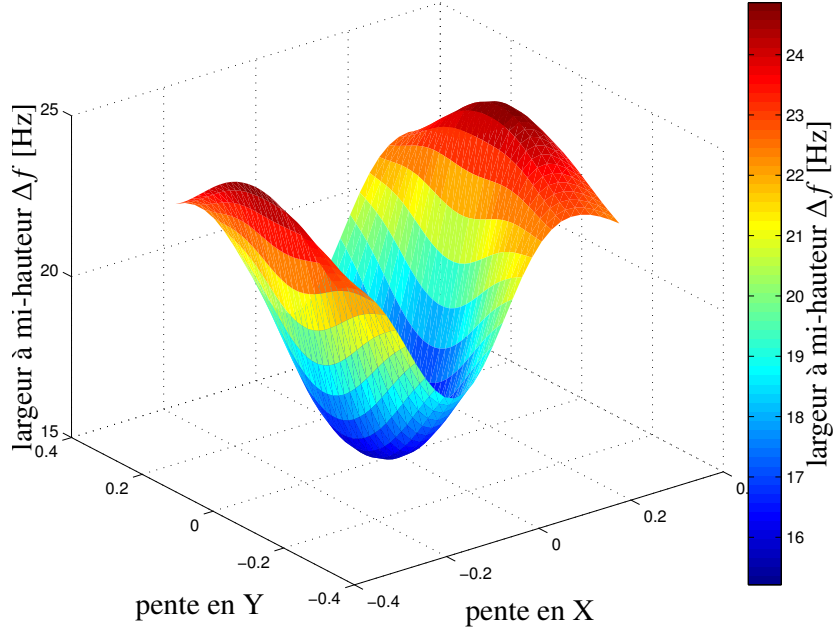


FIGURE 6.2 – Pareil que la figure 6.1 sauf que l'on représente ici la largeur à mi-hauteur  $\Delta f$  de la fréquence Doppler des vagues  $f_c$  modulée par les pentes.

Une méthode alternative à celle citée précédemment pourrait être d'évaluer la distribution du décalage Doppler induit par les vagues sur l'ensemble des pentes de la surface générée. La distribution de la dérivée de la phase de diffusion modulée par les pentes de la surface s'exprime :

$$f_m(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\varphi'_d}(\omega) p_{\eta_x, \eta_y}(x, y) dx dy \quad (6.1)$$

où  $p_{\eta_x, \eta_y}$  est la pdf jointe des pentes grandes échelles de la surface (voir équation 2.9). La distribution  $f_m$  est simplement la moyenne pondérée par la distribution des pentes grandes échelles de la surface de la distribution de la dérivée temporelle de la phase de diffusion petites échelles ( $f_{\varphi'_d}$ ). Nous avons représenté sur la figure 6.3 l'évolution de la distribution  $f_m$  en fonction de la taille de la facette considérée.

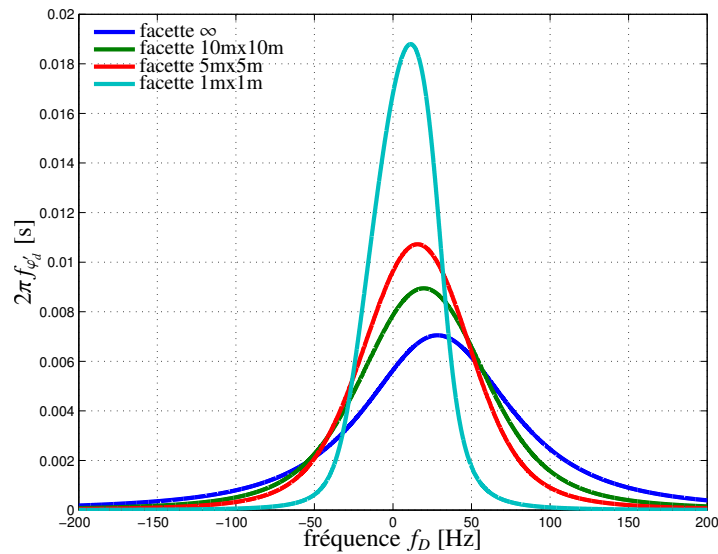


FIGURE 6.3 – Représentation de la distribution du décalage Doppler des vagues modulée par les pentes pour un vent à 10 m de 6 m.s<sup>-1</sup>, un angle d'incidence  $\theta$  de 2,6°, en bande Ka pour différentes tailles de facette.

Plus la taille de la facette diminue plus la distribution  $f_m$  se resserre. De plus, un phénomène d'asymétrie (skewness) apparaît, particulièrement bien marqué pour la facette de 1mx1m. Cette question devra être approfondie dans des études futures. Cette dernière méthode présente l'avantage de n'avoir qu'à générer des fréquences Doppler à partir de sa distribution sur l'ensemble des facettes. L'inconvénient est néanmoins que cette méthode ne prend pas en compte l'influence de la pente locale de la facette et de son évolution dans le temps.

En résumé, deux méthodes peuvent être envisagées pour générer le décalage Doppler dans la simulation dû aux mouvements des vagues, une méthode dite "pixel par pixel" où l'on calcule la distribution pixel par pixel (ou à partir d'abaques préalablement établis) et une méthode dite "moyenne" où l'on génère le décalage Doppler engendré par les vagues à partir de la distribution pondérée par la distribution des pentes de la surface. La différence d'approche entre ces deux méthodes est résumée sur la figure 6.4.

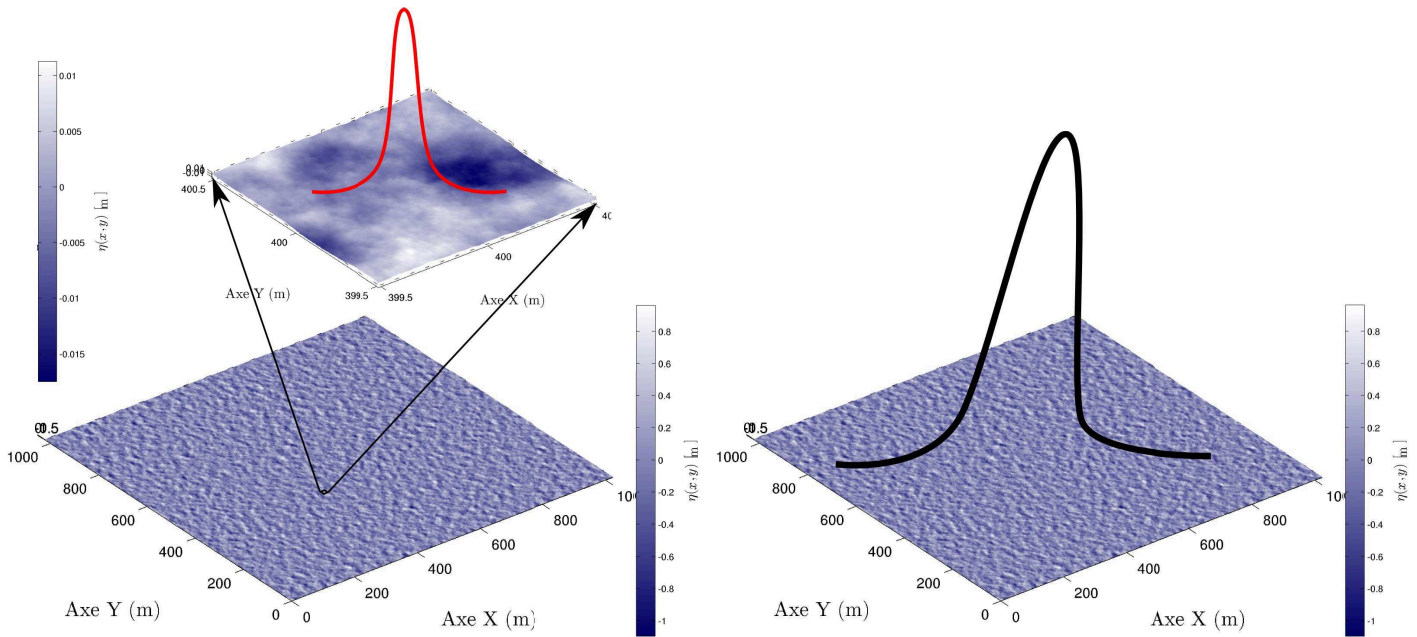


FIGURE 6.4 – Illustration des deux méthodes d'estimation du décalage Doppler induit par les vagues dans la simulation deux échelles. À gauche la méthode "pixel par pixel", à droite la méthode "moyenne".

#### • Simulation de la phase de diffusion :

Intéressons nous maintenant à la simulation de la phase de diffusion (speckle). À ce jour, la simulation de la phase de diffusion est basée sur la supposition de cible fixe au cours du temps, c'est-à-dire que la phase de diffusion est générée spatialement, au temps  $t = 0$  de la simulation, selon une loi uniforme entre  $[-\pi; \pi]$  et est considérée comme constante sur le temps de la simulation. Nous proposons ici une méthode de simulation de la phase de diffusion à la lumière des résultats énoncés précédemment afin d'améliorer la méthode actuelle. Nous avons vu que l'évolution temporelle de la phase de diffusion peut s'écrire (5.53) :

$$\varphi_d(t) \simeq \varphi_d(0) + t\varphi'_d(0) \quad \text{avec : } t \leq \tau_c \quad (6.2)$$

où  $\tau_c$  est le temps de corrélation du signal rétrodiffusé. Dans ce cas, une méthode de simulation de cette phase peut être :

- Au temps initial  $t = 0$  :
  - générer des phases aléatoires  $\varphi_d^{(i)}(0)$  pour chaque facette  $i$  de la surface suivant une loi uniforme entre  $[-\pi; \pi]$ .
  - générer des dérivées temporelles de la phase de diffusion  $\varphi_d'^{(i)}(0)$  pour chaque facette  $i$  à partir de la distribution de la dérivée temporelle des phases de diffusion modulée par les pentes de la surface  $f_m$ .

- Au temps  $0 \leq t \leq \tau_c$  :  
→ faire évoluer la phase de diffusion selon l'expression (6.2).
- Au temps  $t > \tau_c$   
→ recommencer les étapes précédentes.

Cette méthode doit être évaluée en simulation afin d'être validée.

### 6.3 Conclusion générale

La mesure altimétrique à haute résolution pose le problème du découplage entre les échelles de rugosité de la surface observée et celles des signaux géophysiques à mesurer. Le caractère dynamique de la surface s'ajoute à la complexité de la détermination des paramètres statistiques de surface. Les travaux présentés dans ce manuscrit abordent le problème en essayant d'apporter des réponses pratiques et facilement utilisables, que ce soit pour les simulations complexes de systèmes altimétriques spatiaux (modèle GO4, phase de diffusion, phase interférométrique) ou de manière plus générale, sur la diffusion des surfaces d'eau en bande Ka (étude en soufflerie). Les résultats présentés permettent de consolider les performances attendues pour la mission SWOT et de plus largement identifier les enjeux pour définir et optimiser ces systèmes de mesures futur.

L'altimétrie spatiale privilégiera toujours l'observation terrestre en proche ou moyenne incidence pour des raisons évidentes de bilan de liaison radiométrique. L'approfondissement de l'étude de la rétrodiffusion dans ce domaine d'utilisation reste donc primordial, même si d'autres applications réclament des incidences plus fortes (mesures de vent, de courant de surface). L'accès et l'exploitation des mesures interférométriques va apporter une amélioration importante en altimétrie océanique et hydrologique continentale (imagerie des phénomènes méso-échelles) et aussi soulever de nombreuses questions.

Comme souvent en fin de thèse, nous n'avons l'impression que d'avoir ébauché certains des sujets que nous souhaitons traiter. Nous pensons avoir néanmoins bien fait progresser la précision et la simplicité des modèles de rétrodiffusion en bande Ka, et plus largement en bandes micro-ondes. Ces résultats ont été appliqués dans le cadre d'une R&T qui a permis d'inter-étalonner les données des satellites actuellement en exploitation (JASON2, AltiKa, GPM) avec une précision inférieure à 1 dB, alors que les missions antérieures présentaient des biais bien plus importants (TOPEX, JASON1, ENVISAT).

J'ai eu la chance d'aborder cette thèse dans le cadre du développement d'un projet innovant dans lequel de nombreuses personnes sont impliquées. Il fallait donc se mettre rapidement au niveau et apporter une contribution originale. Les publications scientifiques sur les travaux en soufflerie et le modèle GO4 sont parmi les premières publiées directement appliquées au projet SWOT. Même si les effets dynamiques de la surface d'un champ de vagues ont bien été traités dans le cadre de mesures aéroportées, il a été plus difficile de comprendre comment transposer ces résultats au cas de SWOT.

Comme il est apparu trop difficile et trop long d'insérer un modèle dynamique de surface dans le simulateur SWOT en cours de développement (plus le temps de simulation rédhibitoire dans le cas d'un modèle dynamique), nous sommes donc restés dans le domaine de la physique de la mesure pour établir les propriétés de la fréquence Doppler induite par le mouvement des vagues vue par la géométrie radar correspondant à SWOT. Il serait cependant intéressant de poursuivre ces caractérisations et de recouper ces résultats par simulation.

# Bibliographie

- W. R. Alpers and C. L. Rufenach. The effect of orbital motions on synthetic aperture imagery of ocean waves. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-27(5) : 685–690, 1979. [13](#)
- L. Amarouche. *Contribution à l'étude du biais d'état de mer*. PhD Thesis, Université Paris 7, 2001. [55](#)
- J. Apel. An improved model of the ocean surface wave vector spectrum and its effects on radar backscatter. *Journal of Geophysical Research*, 99(C8) : 16269–16291, 1994. [25](#)
- M. J. Banner, W. Chen, E. J. Walsh, J. Jensen, S. Lee, and C. Fandry. The Southern Ocean Waves EXperiment. Part i : Overview and mean results. *Journal of Physical Oceanography*, 29(9) : 2130–2145, 1999. [49](#), [51](#), [52](#)
- M. L. Banner. Equilibrium spectra of wind waves. *Journal of Physical Oceanography*, 20(7) : 966–984, 1990. [25](#)
- D. E. Barrick. Rough surface scattering based on the specular point theory. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-16(4) : 449–454, 1968. [28](#)
- R. J. Baxley, B. T. Walkenhorst, and G. Acosta-Marum. Complex gaussian ratio distribution with application for error rate calculation in fading channels with imperfect csi. *IEEE GLOBECOM*, 2010. [101](#)
- P. Beckmann and A. Spizzichino. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces. 1963. [28](#)
- A. W. Bjerkass and F. W. Riedel. Proposed model for the elevation spectrum of a wind-roughened sea surface. *Technical report, DTIC Document*, 1979. [24](#)
- C. Bourlier. Azimuthal harmonic coefficients of the microwave backscattering from a non-gaussian ocean surface with the first-order ssa model. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 42(11) : 2600–2611, 2004. [47](#)
- F. Bréon and N. Henriot. Spaceborne observations of ocean glint reflectance and modeling of wave slope distributions. *Journal of Geophysical Research*, 111(C06005), 2006. [46](#)
- A. Bringer, C-A. Guérin, B. Chapron, and A. Mouche. Peakedness effects in near-nadir radar observations of the sea surface. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 50(9) : 3293–3301, 2012. [35](#)
- A. Bringer, B. Chapron, A. Mouche, and C-A. Guérin. Revisiting the short-wave spectrum of the sea surface in the light of the weighted curvature approximation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(1) : 679–689, 2014. [22](#), [25](#), [26](#), [38](#), [39](#), [49](#), [140](#)
- G. Brown. The average impulse response of a rough surface and its applications. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 25(1) : 67–74, 1977. [3](#)

- G. Brown. Backscattering from a gaussian-distributed perfectly conducting rough surface. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 26(3) : 472–482, 1978. [37](#), [40](#)
- G. Caulliez and C-A. Guérin. Higher-order statistical analysis of short wind wave fields. *Journal of Geophysical Research*, 117(C06002), 2012. [47](#)
- R. D. Chapman, B. L. Gotwols, and R. E. Sterner II. On the statistics of the phase of microwave backscatter from the ocean. *Journal of Geophysical Research*, 99(C8) : 16293–16301, 1994. [98](#)
- B. Chapron, V. Kerbaol, V. Vandemark, and T. Elfouhaily. Importance of peakedness in sea surface slope measurements and applications. *Journal of Geophysical Research*, 105(C7) : 17195–17202, 2000. [48](#)
- K. Chen, A. Fung, and D. Weissman. A backscattering model for ocean surfaces. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 30(4) : 811–817, 1992. [47](#)
- K. Chen, A. Fung, and F. Amar. An empirical bispectrum model for sea surface scattering. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 31(4) : 830–835, 1993. [47](#)
- C. Cox and W. Munk. Statistics from the sea surface derived from the sun glitter. *Journal of Marine Research*, 13 : 198–227, 1954. [23](#), [46](#), [47](#), [48](#), [49](#), [50](#), [52](#), [53](#), [54](#)
- C. Cox and W. Munk. Slopes of the sea surface deduced from photographs of sun glitter. *Bulletin of the Scripps Institution of Oceanography*, 6(9) : 401–488, 1956. [46](#)
- M. A. Donelan, J. Hamilton, and W. H. Hui. Directional spectra of wind generated waves. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 315(1534) : 509–562, 1985. [24](#), [25](#)
- P. Dubois. *Impact de l'état de la mer sur la mesure d'élévation des futurs instruments altimétriques*. PhD Thesis, Université de Toulouse, 2011. [16](#), [55](#)
- T. Elfouhaily and C-A. Guérin. A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 14(4) : 1–40, 2004. [28](#), [35](#)
- T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandemark. A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves. *Journal of Geophysical Research*, 102(C7) : 15781–15796, 1997. [22](#), [23](#), [24](#), [25](#), [26](#), [29](#), [30](#), [32](#), [38](#), [39](#), [40](#), [42](#), [43](#), [44](#), [45](#), [48](#), [50](#), [52](#), [53](#), [55](#), [56](#), [93](#), [94](#), [95](#), [104](#), [105](#), [110](#), [112](#), [117](#), [140](#), [141](#), [142](#), [144](#)
- T. Elfouhaily, S. Guignard, R. Awadallah, and D. R. Thompson. Local and non-local curvature approximation : a new asymptotic theory for wave scattering. *Waves in Random Media*, 13 : 321–338, 2003. [28](#)
- R. Fjortoft, J. M. Gaudin, N. Pourthie, J-C. Lalaurie, A. Mallet, J-F. Nouvel, J. Martinot-Lagarde, H. Oriot, P. Borderies, C. Ruiz, and S. Daniel. KaRin on SWOT : Characteristics of near-nadir Ka-band interferometric SAR imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(4) : 2172–2185, 2014. [12](#), [144](#)
- M. H. Freilich and B. A. Vanhoff. The relationship between winds, surface roughness, and radar backscatter at low incidence angles from TRMM precipitation radar measurements. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 20(4) : 549–562, 2003. [51](#)
- I. M. Fuks. Backscattering from a statistically rough 2-D surface : Diffraction corrections to geometrical optics cross sections. *Radio Science*, 42(6) : RS6S25, 2007. [35](#)
- I. M. Fuks. Diffraction corrections to GO backscattering from a perfectly conducting 3-D rough surface. *Radio Science*, 43(3) : RS3003, 2008. [35](#)

- C-A. Guérin, G. Soriano, and T. Elfouhaily. Weighted curvature approximation : numerical tests on 2d dielectric surfaces. *Waves in Random Media*, 14(3) : 349–363, 2004. [28](#)
- C-A. Guérin, G. Soriano, and B. Chapron. The weighted curvature approximation in scattering from sea surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 20(3) : 364–384, 2010. [28](#), [35](#)
- S. Guimbard. *Interprétation et modélisation de mesures à distance de la surface marine dans le domaine micro-onde*. PhD Thesis, Versailles-St Quentin en Yvelines, 2010. [35](#)
- T. Hagfors. Backscattering from an undulating surface with applications to radar returns from the moon. *Journal of Geophysical Research*, 69(18) : 3779–3784, 1964. [28](#)
- T. Hara, E. Bock, and D. Lyzenga. In situ measurements of capillary-gravity wave spectra using a scanning laser slope gauge and microwave radars. *Journal of Geophysical Research - Oceans*, 99(C6), 1994. [23](#)
- K. Hasselmann. On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum Part 1. General theory. *Journal of Fluid Mechanisms*, 12(4) : 481–500, 1962. [19](#)
- K. Hasselmann, Barnett T. P., Bouws E., Carlson H., Cartwright D. E., Enke K., Ewing J. A., Gienapp H., Hasselmann D. E., Kruseman P., Meerburg A., Muller P., Olbers D. J., Richter K., Sell W., and Walden H. Measurements of wind-wave growth and swell decay during le joint north sea wave project (JONSWAP). *Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift Reihe, A*(8)(12) : 95, 1973. [22](#), [24](#)
- N. Huang, S. Long, L. Bliven, and C. Tung. The non-gaussian joint probability density function of slope and elevation for a nonlinear gravity wave field. *Journal of Geophysical Research*, 89(C2) : 1961–1972, 1984. [46](#)
- P. A. Hwang. Observations of swell influence on ocean surface roughness. *Journal of Geophysical Research*, 113(C12), 2008. [52](#)
- P. A. Hwang and W. J. Plant. An analysis of the effects of swell and surface roughness spectra on microwave backscatter from the ocean. *Journal of Geophysical Research*, 115(C4), 2010. [52](#)
- F. C. Jackson, W. T. Walton, D. E. Hines, B. A. Walter, and C. Y. Peng. Sea surface mean square slope from Ku-band backscatter data. *Journal of Geophysical Research*, 97(C7) : 11411–11411, 1992. [52](#)
- P. Janssen. *The interaction of ocean waves and wind*. Cambridge University Press, 2004. [19](#)
- B. Jähne and K. Riemer. Two-dimensional wave number spectra of small-scale water surfaces waves. *Journal of Geophysical Research - Oceans*, 95(C7), 1990. [23](#), [25](#)
- M. R. Keller, B. L. Gotwols, W. J. Plant, and W. C. Keller. Comparison of optically-derived spectral densities and microwave cross sections in a wind-wave tank. *Journal of Geophysical Research*, 100(C8) : 16163–16178, 1995. [vi](#)
- B. Kinsman. *Surface waves at short fetches and low wind speeds - a field study*. Technical Report- Chesapeake Bay Institute, the Johns Hopkins University, 1960. [46](#)
- R. D. Kodis. Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces. *IEEE Transactions on Antenna and Propagation*, AP-14 : 77–82, 1966. [28](#)
- M. Kosnik and V. Dulov. Extraction of short wind wave spectra from stereo images of the sea surface. *Measurement Science and Technology*, 2(1) : 015504, 2011. [22](#)



- V. Kudryavtsev, V. Makin, and B. Chapron. Coupled sea surface-atmosphere model 2. spectrum of short wind waves. *Journal of Geophysical Research*, 104(C4) : 7625–7639, 1999. 22, 24, 25, 38, 39, 52, 140
- V. N. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron. A semiempirical model of normalized radar cross-section of the sea surface : 1. background model. *Journal of Geophysical Research*, 108(C3), 2003a. vi, 25
- V. N. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron. A semiempirical model of normalized radar cross-section of the sea surface : 2. radar modulation transfer function. *Journal of Geophysical Research*, 108(C3), 2003b. vi
- C. Kummerow, W. Barnes, T. Kozu, J. Shiue, and J. Simpson. The Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) sensor package. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 15(3) : 809–817, 1998. 49
- F. Lee-Lueng, D. Alsdorf, R. Morrow, and E. Rodriguez. SWOT : The Surface Water and Ocean Topography Mission. Mission Science Document. URL [https://swot.jpl.nasa.gov/files/swot/SWOT\\_MSD\\_1202012.pdf](https://swot.jpl.nasa.gov/files/swot/SWOT_MSD_1202012.pdf). 11
- F. K. Li and R. M. Goldstein. Studies of multibaseline spaceborne interferometric synthetic aperture radars. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 28(1) : 88–97, 1990. 4, 9
- M. S. Longuet-Higgins. On the statistical distributions of the heights of sea waves. *Journal of Marine Research*, 11(3) : 245–265, 1952. 23
- M. S. Longuet-Higgins. The statistical analysis of a random moving surface. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 249 : 321–387, 1957. 99
- P. J. Lynch. Curvature corrections to rough-surface scattering at high frequencies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 47(3B) : 804–815, 1970. 35
- V. K. Makin and V. N. Kudryavtsev. Coupled sea surface-atmosphere model : 1. wind over waves coupling. *Journal of Geophysical Research*, 104(C4), 1999. 25
- D. Massonnet and J-C. Souyris. *Imaging with synthetic aperture radar*. Engineering Sciences : Electrical Engineering. EFPL Press, 2008. 5
- S. T. McDaniel. Small-slope predictions of microwave backscatter from the sea surface. *Waves in Random Media*, 11 : 343–360, 2001. 24
- S. T. McDaniel. Microwave backscatter from non-gaussian seas. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 41(1) : 52–58, 2003. 35, 47
- T. Meissner and F. J. Wentz. The complex dielectric constant of pure and sea water from microwave satellite observations. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 42(9) : 1836–1849, 2004. 32
- D. Moller and D. Esteban-Fernandez. *Near-Nadir Ka-band Field Observations of Freshwater Bodies*, in Remote Sensing of the Terrestrial Water Cycle, pages 143–155. John Wiley & Sons, Inc, 2014. 98
- A. Mouche, B. Chapron, and N. Reul. A simplified asymptotic theory for ocean surface electromagnetic wave scattering. *Waves in Random and Complex Media*, 17(3) : 321–341, 2007a. 28, 35
- A. Mouche, B. Chapron, N. Reul, D. Hauser, and Y. Quilfen. Importance of the sea surface curvature to interpret the normalized radar cross section. *Journal of Geophysical Research*, 112(C10002), 2007b. 28

- A. Mouche, B. Chapron, N. Reul, and F. Collard. Predicted Doppler shifts induced by ocean surface wave displacements using asymptotic electromagnetic wave scattering theories. *Waves in Random and Complex Media*, 18(1) : 185–196, 2008. [99](#)
- F. Nouguier. *Diffraction électromagnétique par la surface océanique : influence des nonlinéarités et de l'écume*. PhD Thesis, Aix-Marseille Université, 2009. [35](#)
- F. Nouguier, C-A. Guérin, and G. Soriano. Analytical techniques for the Doppler signature of sea surface in the microwave regime - I : linear surfaces. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(12) : 4856–4864, 2011a. [93](#), [98](#), [100](#), [102](#)
- F. Nouguier, C-A. Guérin, and G. Soriano. Analytical techniques for the Doppler signature of sea surface in the microwave regime - II : nonlinear surfaces. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(12) : 4920–4927, 2011b. [100](#)
- O. Phillips. The equilibrium range in the spectrum of wind generated waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 4(4) : 426–434, 1958. [22](#)
- O. M. Phillips. On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude Part 1. The elementary interactions. *Journal of Fluid Mechanisms*, 9(2) : 193–217, 1960. [19](#)
- W. J. Pierson and L. Moskowitz. A proposed spectral form for fully developed wind sea based on the similarity theory of s. a. kitaigorodskii. *Journal of Geophysical Research*, 69(24) : 5181–5190, 1964. [22](#)
- W. J. Plant, W. C. Keller, V. Hesany, T. Hara, E. Bock, and M. A. Donelan. Bound waves and Bragg scattering in a wind-wave tank. *Journal of Geophysical Research*, 104(C2) : 3243–3263, 1999. [vi](#)
- W. J. Plant, P. H. Dahl, J-P. Giovanangeli, and H. Branger. Bound and free surface waves in a large wind-wave tank. *Journal of Geophysical Research*, 109(C10002), 2004. [vi](#)
- R. K. Raney. Synthetic aperture imaging radar and moving targets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-7(3) : 499–505, 1971. [13](#)
- R. K. Raney. Sar response to partially coherent phenomena. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-28(6) : 777–787, 1980. [13](#), [15](#)
- R. K. Raney. The Delay/Doppler Radar Altimeter. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36 : 1578–1588, 1998. [108](#)
- S. O. Rice. Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 4(2-3) : 351–378, 1951. [28](#)
- E. Rodriguez. Beyond the Kirchhoff Approximation. *Radio Science*, 24(5) : 681–693, 1989. [35](#)
- E. Rodriguez. Beyond the Kirchhoff Approximation II : electromagnetic scattering. *Radio Science*, 26(1) : 121–132, 1991. [35](#)
- E. Rodriguez and J. M. Martin. Theory and design of interferometric synthetic aperture radars. *IEEE Proceedings-F*, 139(2) : 147–159, 1992. [4](#), [9](#), [16](#)
- P. A. Rosen, S. Hensley, I. R. Joughin, F. K. Li, S. N. Madsen, E. Rodriguez, and R. M. Goldstein. Synthetic aperture radar interferometry. *Proceedings of the IEEE*, 88(3) : 333–382, 2000. [4](#), [9](#), [16](#)
- C. L. Rufenach and W. R. Alpers. Imaging ocean waves by synthetic aperture radars with long integration times. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-29(3) : 422–428, 1981. [13](#)
- G. Soriano and C-A. Guérin. A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surfaces. *IEEE Geoscience Remote Sensing Letters*, 5(2) : 199–203, 2008. [28](#), [29](#), [35](#), [59](#)



- D. R. Thompson. Calculation of radar backscatter modulations from internal waves. *Journal of Geophysical Research*, 93(C10) : 12371–12380, 1988. 37
- D. R. Thompson, T. Elfouhaily, and L. Garrison. An improved geometrical optics model for bistatic gps scattering from the ocean surface. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 43 (12) : 2810–2821, 2005. 35, 37
- A. Toffoli, M. Onorato, L. Cavaleri, O. Gramstad, P. Janssen, J. Monbaliu, A. Osborne, M. Serio, C. Stansberg, and K. Trulsen. Statistical properties of mechanically generated surface gravity waves : A laboratory experiment in a 3d wave basin. *Proceedings of the Rogue Waves 2008 Workshop, Brest, France*, 2008. 46
- N. Tran, B. Chapron, and D. Vandemark. Effect of long waves on Ku-band ocean radar backscatter at low incidence angles using TRMM and altimeter data. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 4(4) : 542–546, 2007. 49, 50
- G. R. Valenzuela. Theories for the interaction of electromagnetic and oceanic waves - a review. *Boundary-Layer Meteorology*, 13(1) : 61–85, 1978. 28, 36
- G. R. Valenzuela and M. B. Laing. Study of doppler spectra of radar sea echo. *Journal of Geophysical Research*, 75(3) : 551–563, 1970. 99
- D. Vandemark, B. Chapron, J. Sun, G. H. Crescenti, and H. C. Graber. Ocean wave slope observations using radar backscatter and laser altimeters. *Journal of Physical Oceanography*, 34(12) : 2825–2842, 2004. 49, 53
- A. G. Voronovich. Small-slope approximation in wave scattering from rough surfaces. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 62(1) : 65–70, 1985. 28
- A. G. Voronovich. *Wave scattering from rough surfaces (Springer series on wave phenomena)*. Berlin : Springer, 1994. 27
- A. G. Voronovich. Small-slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces. *Waves in Random and Complex Media*, 4(3) : 337–367, 1994a. 28, 35
- A. G. Voronovich. *Wave scattering from rough surfaces*. Springer, 1994b. 28, 35
- A. G. Voronovich and U. Zavorotny. Theoretical model for scattering of radar signals in Ku- and C-bands from a rough sea surface with breaking waves. *Waves in Random Media*, 11(3) : 247–269, 2001. 35
- A. G. Voronovich, U. Zavorotny, and V. Irisov. Sea-roughness spectrum retrieval from radar and radiometric measurements. *Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, pages 3102–3104, 2000. 24
- E. J. Walsh, D. C. Vandemark, C. A. Friehe, C. A. Burns, and D. Khelif. Measuring sea surface mean square slope with a 36 ghz scanning radar altimeter. *Journal of Geophysical Research*, 183(C6) : 12613–12602, 1998. 49
- E. J. Walsh, M. J. Banner, C. M. Wright, D. C. Vandemark, B. Chapron, J. Jensen, and L. See. The Southern Ocean Waves EXperiment. Part iii : sea surface slope statistics and near-nadir remote sensing. *Journal of Physical Oceanography*, 38 : 670–684, 2008. 46, 49, 51
- A. Wilheit. A model for the microwave emissivity of the ocean's surface as a function of wind speed. *IEEE Transactions on Geoscience Electronics*, 17(4) : 244–249, 1979. 36
- J. Wright. A new model for sea clutter. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 16(2) : 216–223, 1968. 28, 29

# Communications scientifiques

## Congrès

- International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS) 2013, Melbourne, Australia. (<http://www.igarss2013.org/ShowRecording.asp?C=7432B4DA>).  
Présentation orale de la caractérisation de la rétrodiffusion des surfaces d'eau bande Ka en bassin : Near-Nadir Ka-Band scattering : A wind-wave tank study.

## Publications

- O. Boisot, S. Pioch, C. Fatras, G. Caulliez, A. Bringer, P. Borderies, J-C. Lalaurie and C-A. Guérin. Ka-band scattering from water surface at small incidence : a wind-wave tank study. *Journal of Geophysical Research Oceans*, 120(5) : 3261–3285, 2015. (voir chapitre 4)
- O. Boisot, F. Nouguier, B. Chapron and C-A. Guérin. The GO4 model in near-nadir microwave scattering from the sea surface. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 53(11) : 5889-5900, 2015.

# The GO4 Model in Near-Nadir Microwave Scattering From the Sea Surface

Olivier Boisot, Frédéric Nougier, Bertrand Chapron, and Charles-Antoine Guérin

**Abstract**—We introduce a practical and accurate model, referred to as “GO4,” to describe near-nadir microwave scattering from the sea surface, and at the same time, we address the issue of the filtered mean square slope (mss) conventionally used in the geometrical optics model. GO4 is a simple correction of this last model, taking into account the diffraction correction induced by the rough surface through what we call an effective mean square curvature (msc). We evaluate the effective msc as a function of the surface wavenumber spectrum and the radar frequency and show that GO4 reaches the same accuracy as the physical optics model in a wide range of incidence and frequency bands with the sole knowledge of the mss and msc parameters. The key point is that the mss entering in GO4 is not the *filtered* but the *total* slope. We provide estimation of the effective msc on the basis of classical sea spectrum models. We also evaluate the effective msc from near-nadir satellite data in various bands and show that it is consistent with model predictions. Non-Gaussian effects are discussed and shown to be incorporated in the effective msc. We give some applications of the method, namely, the estimation of the total sea surface mss and the recalibration of relative radar cross sections.

**Index Terms**—Curvature, geometrical optics, near-nadir, ocean radar sensing, slope.

## I. INTRODUCTION

IN SPITE of more than one half-century of theoretical developments in backscattering from the sea surface (e.g., [1]), the ever increasing capabilities of spaceborne microwave sensors still trigger the need for accurate, simple, and versatile models for the geophysical interpretation of multifrequency active and passive microwave data sets. Starting from the historical asymptotic theories which have a limited domain of application, many robust analytical scattering models have been developed in the last three decades [2]. Some of them have

proven to be particularly relevant for the ocean surface (e.g., [3]–[8]), with a wide range of validity in terms of incidence angles, radar frequency, and sea state. Now, virtually all of these so-called unified models rely on the assumed knowledge of the sea surface wavenumber spectrum which is difficult to use in operational conditions, both from a conceptual and technical point of view. For this reason, the most practical method at low incidence remains the historical geometrical optics (which we abbreviate to “GO2” to distinguish it from GO4) approach which relates the backscattered power to the mere probability distribution of surface slopes and is usually parameterized by the sole mean square slope (mss). However, as it is well known, this asymptotic theory is only valid in the optical limit of very short radar wavelength and can deviate significantly from the actual backscattering cross section in the microwave regime where it fails to reproduce the radar sensitivity to radar wavelength. It is often resorted to a “radar-filtered” mss [9]–[13] which, as we will see, is an artificial compensation of the missing diffraction term in GO2 and accounts for the fact that roughness scales much shorter than the electromagnetic (EM) wavelength are not “seen” by the radar. Even though the use of a filtered mss improves the accuracy of the GO2 model at nadir, it remains very limited in incidence as corrections to the Gaussian shape of the scattering diagram must be quickly introduced. This can be partially compensated [12] by an incidence-dependent cutoff in the definition of the filtered mss but brings in an additional degree of arbitrariness. The main purpose of this paper is to propose an improved and robust version of GO2, termed GO4. The model now depends on the *total* instead of the *filtered* mss, and the radar wavelength dependence is rendered through a diffraction term involving the curvature of the surface. As we will show, this makes it possible to achieve the accuracy of the physical optics (PO) with a very small number of parameters. This is useful in as much as it avoids the utilization of the sea surface spectrum which is bound to a specific model and can introduce further variability in the calculation of the backscattered power.

The GO4 model is by construction unpolarized and is therefore limited to the incidence angles where the polarization difference is negligible. It will certainly not outperform unified scattering models which have been proven to be accurate over a wide range of nongrazing incidence angles and, when combined with classical sea spectra, are in satisfactory overall agreement with experimental measurements (e.g., [5], [14], and [15]). The main improvement brought by GO4 is to reduce the needed characterization of the unknown sea surface, including non-Gaussian effects, to the knowledge of the mere mss and mean square curvature (msc) parameters. As a result, the arbitrariness in the choice of a “preferred” spectral model is avoided, at least when estimating these parameters from

Manuscript received October 3, 2014; revised February 5, 2015; accepted April 8, 2015. The work of F. Nougier was supported by the Centre National de la Recherche Scientifique, and the University of Toulon (chaire mixte). O. Boisot's Ph.D. is granted by the Centre National d'Études Spatiales and the Collecte Localisation Satellites.

O. Boisot is with Mediterranean Institute of Oceanography (MIO), Université de Toulon, Centre National de la Recherche Scientifique, Aix Marseille Université, IRD, UM 110, 83957 La Garde, France, and also the Collecte Localisation Satellites, Centre National d'Études Spatiales, 31400 Toulouse, France (e-mail: olivier.boisot@univ-tln.fr).

F. Nougier and C.-A. Guérin are with Mediterranean Institute of Oceanography, Université de Toulon, Centre National de la Recherche Scientifique, Aix Marseille Université, IRD, UM 110, 83957 La Garde, France (e-mail: frederic.nougier@univ-tln.fr; guerin@univ-tln.fr).

B. Chapron is with the Laboratoire d'Océanographie Spatiale, Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer, 29280 Plouzané, France (e-mail: bertrand.chapron@ifremer.fr).

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/TGRS.2015.2424714

experimental data. This gain in simplicity is obtained with quasi no loss in accuracy in the domain of validity of PO.

The introduction of a curvature correction to GO2 is not new but has followed in the past different approaches and results. The overall technique is based on perturbation expansion of the scattering amplitude or the electric or magnetic surface current [9]–[11], [16]–[18] with respect to a well-chosen small parameter combined with higher order Taylor expansion or cumulant expansion of the structure function of wave elevations. Some of these results and their relation to our findings will be discussed in the core of this paper. More recently, an elegant mathematical approach was proposed based on hypothesizing a generalized student form for the slope distribution [19]. We did not pursue in this way and chose a more physical approach even though the present results have been found consistent with this last approach.

The GO4 model is introduced in Section II for isotropic Gaussian surfaces, and the evaluation of the curvature parameter is given in Section III. The generalization to anisotropic and non-Gaussian sea surfaces is provided in Sections IV and V, respectively. Some comparisons with advanced analytical scattering models are given in Section VI, and some applications of the GO4 model on various near-nadir data sets are discussed in Section VII.

## II. SIMPLIFIED FORMALISM: THE GO4 MODEL

In the microwave regime where sea surface roughness is large, the reference model for low-angle backscattering is the PO scalar approximation. It remains accurate as long as polarization effects remain negligible, that is in the first, e.g.,  $20^\circ$ – $25^\circ$  of incidence away from nadir. We recall hereafter the geometry of the scattering problem. In the following, we use the notation  $a$  for the norm of any vector  $\mathbf{a}$ . We consider a rough interface  $z = \eta(\mathbf{r})$  separating air (upper medium) from water (lower medium) and denote  $\mathbf{r} = (x, y)$  the coordinate in the horizontal mean plane. The surface is illuminated from above by an incident monochromatic linearly polarized plane wave with wave vector  $\mathbf{K}$  (corresponding to wavenumber  $K$ ) at some incidence angle  $\theta$  with respect to the vertical direction  $z$ . In backscattering configuration, it is convenient to introduce the Ewald vector  $\mathbf{Q} = -2\mathbf{K}$  together with its horizontal and vertical projections  $\mathbf{Q}_H$  and  $Q_z$ , respectively. Note that  $Q_H = 2K \sin \theta$  and  $Q_z = 2K \cos \theta$ . The normalized radar cross section (NRCS) according to the PO approximation is expressed by the so-called Kirchhoff integral

$$\sigma_{\text{PO}}^0 = K^2 \sec^2(\theta) |R|^2 \frac{1}{\pi} \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-\frac{1}{2} Q_z^2 S(\mathbf{r})}. \quad (1)$$

Here,  $R$  is the Fresnel coefficient at normal incidence on the surface at rest, and  $S$  is the structure function of elevations

$$S(\mathbf{r}) = 2(\rho(\mathbf{0}) - \rho(\mathbf{r})) \quad (2)$$

which is trivially related to the roughness autocorrelation function ( $\rho$ ) or, what amounts to the same, to the wavenumber spectrum ( $\Psi$ ) through an inverse Fourier transform

$$\rho(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{k} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \Psi(\mathbf{k}). \quad (3)$$

For simplicity, we assume in this section isotropicity of the wavenumber spectrum, so that the autocorrelation function and the PO NRCS are given by Bessel transforms

$$\rho(r) = \int_0^\infty dk 2\pi k J_0(kr) \Psi(k) \quad (4)$$

$$\sigma_{\text{PO}}^0 = K^2 \sec^2(\theta) |R|^2 \int dr 2r J_0(Q_H r) e^{-\frac{1}{2} Q_z^2 S(r)}. \quad (5)$$

For large Rayleigh parameter  $\mathcal{R} = Q_z^2 \rho(0)$ , small lags have a dominant contribution to the integral, and we may approximate the structure function by its asymptotic behavior about the origin

$$S(r) \simeq \frac{1}{2} \text{mss } r^2 \quad (6)$$

where mss is the total mss

$$\text{mss} = \int_0^\infty dk 2\pi k k^2 \Psi(k). \quad (7)$$

Insertion of this quadratic approximation of the structure function in the Kirchhoff integral leads to the classical GO2 approximation (e.g., [1])

$$\sigma_{\text{GO2}}^0 = \frac{|R|^2}{\text{mss}} \sec^4(\theta) \exp\left(-\frac{\tan^2 \theta}{\text{mss}}\right). \quad (8)$$

The GO2 model is parameterized solely by the mss parameter, which is well defined and whose wind dependence is well characterized. It is, however, in principle, only valid in the limit of small wavelengths and becomes more and more accurate as the EM frequency is increased. At finite wavelength, a curvature correction is needed to incorporate the diffraction effects and the fact that the surface deviates from its tangent plane over a few EM wavelength. To this aim, we push the Taylor expansion of the structure function at the next order using a fourth-order Taylor expansion of the Bessel function in (4)

$$S(r) \simeq \frac{1}{2} \text{mss } r^2 - \frac{1}{32} \text{msc } r^4 \quad (9)$$

where msc is the total msc

$$\text{msc} = \int_0^\infty dk 2\pi k k^4 \Psi(k). \quad (10)$$

In defining this last quantity, we assume that the fourth moment of the spectrum is finite, which implies a high-frequency cutoff on the spectrum. Again, the approximation (9) is asymptotically valid in the limit of small lags and can be used to define the msc

$$\text{msc} = \lim_{r \rightarrow 0} 32 \frac{\frac{1}{2} \text{mss } r^2 - S(r)}{r^4}. \quad (11)$$

At finite lag  $r > 0$ , the total value of the msc is not reached but only a fraction of it, e.g.,  $\beta(r)$

$$\beta(r) \text{msc} = 32 \frac{\frac{1}{2} \text{mss } r^2 - S(r)}{r^4}. \quad (12)$$

Now, the structure function in the Kirchhoff integral is only involved on a finite effective integration domain, e.g.,  $[0, r_e]$  depending on the EM wavelength. On this given interval  $[0, r_e]$ ,

there is certainly a constant value  $\text{msc}_e = \beta \text{ msc}$  which optimizes in some sense the quartic approximation of the structure function

$$S_\beta(r) \simeq \frac{1}{2} \text{mss } r^2 - \frac{1}{32} \text{msc}_e r^4. \quad (13)$$

Note that this quartic approximation of the structure function at finite lag  $r$  does not require the finiteness of the total  $\text{msc}$ , which is the existence of a finite limit in (11). We chose to optimize the value of  $\beta$  in order to obtain the closest agreement with the PO NRCS at nadir whenever the structure function (2) is replaced by its quartic approximation (13). This amounts to equating

$$\int_0^\infty \left( e^{-\frac{1}{2} Q_z^2 S(r)} - e^{-\frac{1}{2} Q_z^2 S_\beta(r)} \right) r dr = 0. \quad (14)$$

Now, considering  $S_\beta$  as a perturbation of  $S$

$$S(r) = S_\beta(r) + \Delta S_\beta(r) \quad (15)$$

with  $Q_z^2 \Delta S_\beta \ll 1$ , we may rewrite

$$\int_0^\infty e^{-\frac{1}{2} Q_z^2 S(r)} \left( e^{\frac{1}{2} Q_z^2 \Delta S_\beta} - 1 \right) r dr = 0. \quad (16)$$

To evaluate this integral, we use the fact that the quartic term in the exponential should be small and can be linearized, i.e.,

$$e^{\frac{1}{2} Q_z^2 \Delta S_\beta} \simeq e^{\frac{1}{2} Q_z^2 (S - \frac{1}{2} \text{mss } r^2)} \left( 1 + Q_z^2 \text{msc}_e \frac{1}{64} r^4 \right). \quad (17)$$

This leads to the optimal  $\text{msc}$

$$\text{msc}_e = \frac{64}{Q_z^2} \frac{\int_0^\infty e^{-\frac{1}{2} Q_z^2 S(r)} \left( e^{\frac{1}{2} Q_z^2 (S - \frac{1}{2} \text{mss } r^2)} - 1 \right) r dr}{\int_0^\infty e^{-\frac{1}{4} Q_z^2 \text{mss } r^2} r^5 dr} \quad (18)$$

where the structure function is evaluated from (2) and (3) and  $Q_z = 2K$  is taken at nadir. To evaluate the Kirchhoff integral with the modified structure function (13), we again take advantage of the small magnitude of the quartic term in the exponential which can thus be linearized. This leads to the following approximation for the PO integral:

$$\sigma^0 \simeq K^2 \sec^2(\theta) |R|^2 \frac{1}{\pi} \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-\text{mss } Q_z^2 \frac{r^2}{4}} \times \left( 1 + \frac{1}{64} \text{msc } r^4 \right). \quad (19)$$

The evaluation of this integral can be performed routinely and leads to the following correction to the GO2 formula:

$$\sigma_{\text{GO4}}^0 = \sigma_{\text{GO2}}^0 \times \left[ 1 + \frac{\text{msc}_e}{16K^2 \text{mss}^2 \cos^2 \theta} \left( \frac{\tan^4 \theta}{\text{mss}^2} - 4 \frac{\tan^2 \theta}{\text{mss}} + 2 \right) \right] \quad (20)$$

where  $\sigma_{\text{GO2}}^0$  is the GO2 NRCS with total  $\text{mss}$ .

We refer to this approximation as the “GO4” approximation as opposed to the GO2 model which involves only a quadratic approximation of the structure function. We call the modified curvature  $\text{msc}_e = \beta \text{ msc}$  the *effective msc* of the surface, which depends on the EM wavelength. This formula and the GO4 terminology were already introduced in [20], but at that time, only the total and not the effective  $\text{msc}$  was considered. Note that formula (20) with the total curvature is equivalent to the

diffraction correction developed in [18] at nadir ( $X = 0$ ) using the iterated magnetic current integral equation.

### III. EFFECTIVE MEAN SQUARE CURVATURE

The GO4 approximation relies on two parameters only, namely, the total mean square slope  $\text{mss}$  and the effective mean square curvature  $\text{msc}_e$ . The total  $\text{mss}$  is a meaningful quantity because it quantifies the exchange surface between ocean and atmosphere or, in mathematical terms, because the decrease of the sea spectrum ensures the convergence of the second spectral moment. On the contrary, the notion of total curvature is ill-defined because it refers to the “sharpness” of wave which is ever increasing at small scales. In mathematical terms, the total  $\text{msc}$  is the fourth moment of the surface spectrum (which typically falls off in  $k^{-4}$ ) and is thus dramatically sensitive to the chosen high-frequency cutoff. This raises the issue of “where the spectrum should stop” and questions the microscopic nature of the surface. Hence, it is only the curvature at a finite scale which is meaningful. However, as it is well known, the EM scattering process performs a natural filter at the scales which cannot be “seen” by the probing EM wavelength. It is therefore clear that the total  $\text{msc}$  is not the relevant quantity to consider for the scattering process. It is more relevant to consider the effective  $\text{msc}$  of the rough surface filtered at the given EM frequency, even though the EM filtering process is somewhat more complex than a sharp cutoff on spatial frequencies. For these reasons, the radar wavelength dependence which is often used to improve the GO2 model has been transferred from the slope to the curvature parameter in the GO4 model. Note that the effective  $\text{msc}$  does not depend on the incidence angle as it is evaluated by matching the NRCS at nadir. The effective  $\text{msc}$  should be on the order of magnitude of the fourth moment of the surface spectrum truncated at the EM wavenumber. We therefore define the dimensionless parameter  $\alpha$  by

$$\text{msc}_e = \int_0^{\alpha K} 2\pi k^4 \Psi(k) dk \quad (21)$$

which we expect to be close to unity. This parameter has the advantage over the alternative parameter  $\beta$  that it does not require the knowledge of the full  $\text{msc}$ . Note also that  $\alpha$ , like  $\text{msc}_e$ , is independent from the incidence angle.

We have calculated the parameters  $\alpha$  and  $\text{msc}_e$  [from (18)] for three different omnidirectional wavenumber spectra, referred to by the name of their first author: Elfouhaily unified spectrum [21], Bringer remote sensing spectrum [22], and Kudryavtsev physical spectrum [23], [24]. Recently, some refined short-wave spectral models have been proposed, such as a roughness spectrum based on field measurements including the effect of swell [25] or an improved directional spectrum based on stereo-photography [26]. However, in the present study, we limit ourselves to the simple aforementioned omnidirectional spectra.

Figs. 1 and 2 show the evolution of the parameters  $\alpha$  and  $\text{msc}_e$  with the EM wavelength and wind speed. The effective  $\text{msc}$  has been evaluated from (18) at nadir and  $\alpha$  from (21). Numerical convergence tests have been performed on the space and frequency sampling rate to produce an accurate value of these parameters.

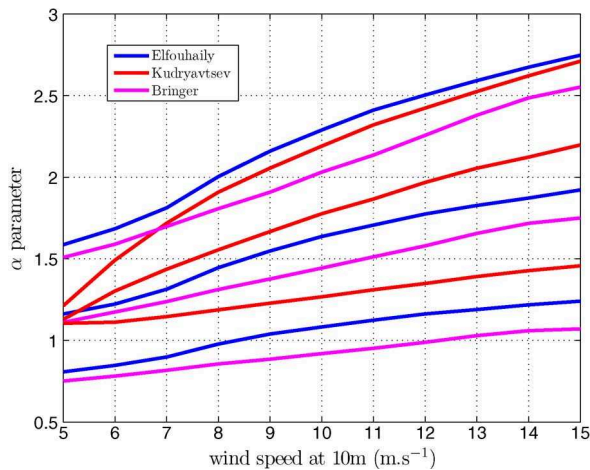


Fig. 1. Evolution of the cutoff parameter  $\alpha$  with wind speed and EM frequency for three different models of omnidirectional spectrum: Elfouhaily (blue), Kudryavtsev (red), and Bringer (magenta). Three frequencies are shown, namely, C band (upper curves), Ku band (middle curves), and Ka band (lower curves). In the Ka band, the value of  $\alpha$  is close to 1, which means that the effective msc is approximately the total msc truncated at the EM wavelength.

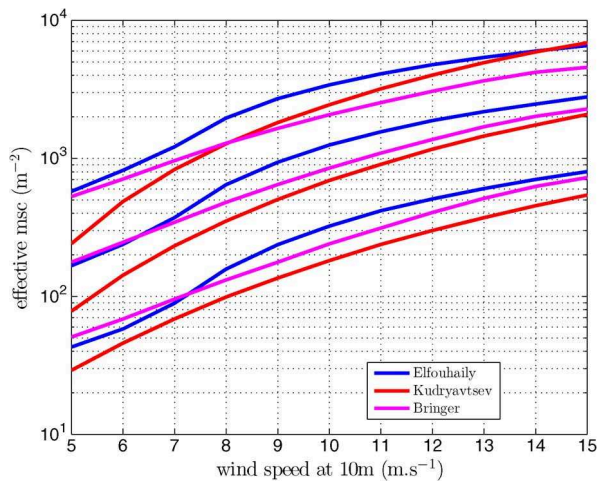


Fig. 2. Same as Fig. 1 for the effective msc except that the C band is the lower curve and the Ka band is the upper curve.

As expected, the effective msc grows importantly with both EM frequency and wind speed and ranges over a few decades. Important relative variations (up to 20%–30%) are observed between different spectral models. The cutoff parameter  $\alpha$ , on the contrary, remains quite stable and increases only slightly with wind speed and inverse frequency. In average over different incidence angles and spectral models, we have  $\alpha \simeq 1$  in the Ka band,  $\alpha \simeq 1.5$  in the Ku band, and  $\alpha \simeq 2.25$  in the C band.

Figs. 3–5 show the isotropic NRCS according to GO4 with the predicted value of the cutoff parameter in the different bands:  $\alpha = 1.25$  in the Ka band,  $\alpha = 1.89$  in the Ku band, and  $\alpha = 2.64$  in the C band. The calculation has been performed with an omnidirectional Elfouhaily spectrum at wind speed = 10 m/s. A comparison with GO2 and PO is given. The GO2 with filtered msc is also given for reference, in which the classical  $K/3$  cutoff [27] is employed. Even though it brings a significant improvement over the GO2 with full msc, it is still about 1 dB away from PO at nadir. At moderate wind speed (10 m/s), an excellent agreement is found between PO and GO4

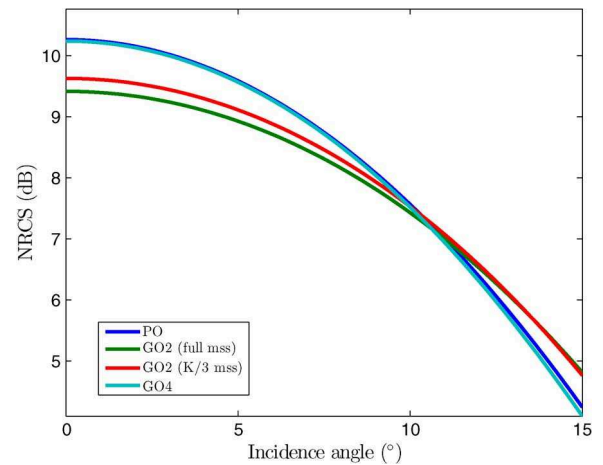


Fig. 3. Comparison of PO, GO2, and GO4 in the Ka band with  $\alpha = 1.25$  for an omnidirectional Elfouhaily spectrum with wind speed = 10 m/s.

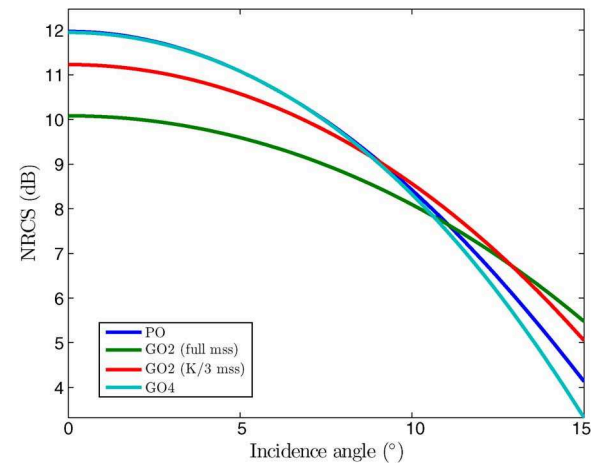


Fig. 4. Comparison of PO, GO2, and GO4 in the Ku band with  $\alpha = 1.89$  for an omnidirectional Elfouhaily spectrum with wind speed = 10 m/s.

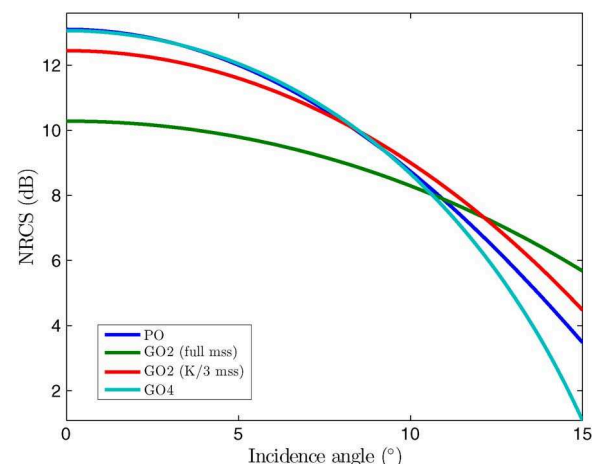


Fig. 5. Comparison of PO, GO2, and GO4 in the C band with  $\alpha = 2.64$  for an omnidirectional Elfouhaily spectrum with wind speed = 10 m/s.

in the first  $15^\circ$  in the Ka band, the first  $12^\circ$  in the Ku band, and the first  $10^\circ$  in the C band.

Note that the agreement between GO4 and PO improves as the radar frequency is increased. This is consistent with the high-frequency approximation used in defining GO4, in

which only the asymptotic behavior (9) of the structure function at small lags is considered. More generally, the condition of validity of the GO4 is the same as the PO, namely, a large value of the Rayleigh parameter  $\mathcal{R}$ . Hence, high wind speeds are more favorable to the GO4 model, at a given radar frequency.

#### IV. ANISOTROPIC CASE

We now develop the GO4 model in the general framework of anisotropic surfaces. Similar calculations have already been derived by one of the authors [28] in the high-frequency limit of the PO, but the distinction between effective and total msc was not considered. We recall the expression of the directional GO2, where  $\theta$  is the incidence angle with respect to the vertical axis and  $\varphi$  is the azimuth angle with respect to the  $x$ -axis

$$\sigma_{\text{GO2}}^0(\theta, \varphi) = \frac{|R|^2}{\sqrt{\text{mss}_x \text{mss}_y}} \sec^4(\theta) \times \exp\left(-\frac{\tan^2 \theta}{2} \left(\frac{\cos^2 \varphi}{\text{mss}_x} + \frac{\sin^2 \varphi}{\text{mss}_y}\right)\right) \quad (22)$$

with  $\text{mss}_x$  and  $\text{mss}_y$  as the directional slopes

$$\text{mss}_x = \int k_x^2 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad \text{mss}_y = \int k_y^2 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k}. \quad (23)$$

The fourth-order Taylor expansion of the structure function is easily found to be

$$S(x, y) = \text{mss}_x x^2 + \text{mss}_y y^2 - \frac{1}{12} (\text{msc}_x x^4 + 6\text{msc}_{xy} x^2 y^2 + \text{msc}_y y^4) \quad (24)$$

where  $\text{msc}_x$ ,  $\text{msc}_y$ , and  $\text{msc}_{xy}$  are the directional curvatures

$$\begin{aligned} \text{msc}_x &= \int k_x^4 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \\ \text{msc}_y &= \int k_y^4 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \\ \text{msc}_{xy} &= \int k_x^2 k_y^2 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k}. \end{aligned} \quad (25)$$

Note that the total mss and msc are given by

$$\begin{aligned} \text{mss} &= \int k^2 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \text{mss}_x + \text{mss}_y \\ \text{msc} &= \int k^4 \Psi(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \text{msc}_x + \text{msc}_y + 2\text{msc}_{xy}. \end{aligned} \quad (26)$$

Straightforward calculations very similar to those employed in the isotropic case lead to the following formula for the directional GO4 approximation:

$$\sigma_{\text{GO4}}^0(\theta, \varphi) = \sigma_{\text{GO2}}^0(\theta, \varphi) \left\{ 1 + \frac{1}{96K^2 \cos^2 \theta} \times \left[ \frac{6\text{msc}_{xy}}{\text{mss}_x \text{mss}_y} H_2(X) H_2(Y) + \frac{\text{msc}_x}{\text{mss}_x^2} H_4(X) + \frac{\text{msc}_y}{\text{mss}_y^2} H_4(Y) \right] \right\} \quad (27)$$

where the variables  $X$  and  $Y$  are given by

$$X = \frac{\tan \theta \cos \varphi}{\sqrt{\text{mss}_x}} \quad Y = \frac{\tan \theta \sin \varphi}{\sqrt{\text{mss}_y}} \quad (28)$$

and  $H_n$  are the Hermite polynomials

$$H_n(u) = (-1)^n e^{u^2/2} \frac{d^n}{du^n} e^{-u^2/2}. \quad (29)$$

It is interesting to consider the directional GO4 formula (27) in the particular case of a biharmonic spectrum, such as Elfouhaily unified spectrum

$$\Psi(k, \varphi) = \frac{1}{2\pi k} \Psi_0(k) (1 + \Delta(k) \cos(2\varphi)). \quad (30)$$

In addition to the total or isotropic mss and msc (referred to by an “i” subscript in the following equations), it is useful to introduce the *anisotropic* mss and msc, referred to by an “a” subscript:

$$\begin{aligned} \text{mss}_i &= \int k^2 \Psi_0(k) dk; \quad \text{mss}_a = \int k^2 \Psi_0(k) \Delta(k) dk \\ \text{msc}_i &= \int k^4 \Psi_0(k) dk; \quad \text{msc}_a = \int k^4 \Psi_0(k) \Delta(k) dk. \end{aligned} \quad (31)$$

We then have the simple relations

$$\begin{aligned} \text{mss}_{x/y} &= \frac{1}{2} \left( \text{mss}_i \pm \frac{\text{mss}_a}{2} \right) \\ \text{msc}_{x/y} &= \frac{1}{4} \left( \frac{3}{2} \text{msc}_i \pm \text{msc}_a \right) \\ 6\text{msc}_{xy} &= \text{msc}_x + \text{msc}_y. \end{aligned} \quad (32)$$

This reduces the number of slopes and curvature parameters from 5 to 4 and allows it to calculate them through 1-D integrals only.

#### V. NON-GAUSSIAN CORRECTIONS

In the case of a weakly non-Gaussian surface, the Kirchhoff integral admits corrective terms corresponding to the cumulant expansion of the two-point characteristic function

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{PO}}^0 &= K^2 \sec^2(\theta) |R|^2 \\ &\times \frac{1}{\pi} \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-\frac{1}{2} Q_z^2 S(\mathbf{r}) + i\frac{1}{6} Q_z^3 S_3(\mathbf{r}) + \frac{1}{24} Q_z^4 S_4(\mathbf{r})} \end{aligned} \quad (33)$$

where  $S_3$  and  $S_4$  are the skewness and kurtosis function, respectively

$$\begin{aligned} S_3(\mathbf{r}) &= \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))^3 \rangle \\ S_4(\mathbf{r}) &= \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))^4 \rangle - 3 \left( \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))^2 \rangle \right)^2. \end{aligned} \quad (34)$$

The skewness and kurtosis functions are governed by the skewness and excess kurtosis of slopes for small arguments

$$\begin{aligned} S_3(x, y) &= \lambda_{30} \text{mss}_x^{\frac{3}{2}} x^3 + \lambda_{03} \text{mss}_y^{\frac{3}{2}} y^3 \\ &\quad + 3\lambda_{21} \text{mss}_x \text{mss}_y^{\frac{1}{2}} x^2 y + 3\lambda_{12} \text{mss}_y \text{mss}_x^{\frac{1}{2}} x y^2 \\ S_4(x, y) &= \lambda_{40} \text{mss}_x^2 x^4 + \lambda_{04} \text{mss}_y^2 y^4 + 6\lambda_{22} \text{mss}_x \text{mss}_y x^2 y^2 \end{aligned} \quad (35)$$

where the dimensionless coefficients  $\lambda_{mn}$  are defined by

$$\lambda_{mn} = \frac{\langle (\partial_x \eta)^m (\partial_y \eta)^n \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{\frac{m}{2}} \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{\frac{n}{2}}}. \quad (36)$$

We do not detail the calculations leading to the GO4 NRCS in the non-Gaussian case, as they are very similar to those employed in the Gaussian case. The Taylor expansions of  $S_3$



and  $S_4$  can be combined with the fourth-order expansion (24) of the structure function and injected in the non-Gaussian expression (33) of the PO NRCS. The terms of order 3 and 4 in the exponential are assumed small and linearized out of the exponential. This reduces the Kirchhoff integral to a 2-D Fourier Transform of a Gaussian function multiplied by a bivariate polynomial of fourth degree. In this way, we obtain the GO4 formula with skewness and kurtosis correction

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{GO4}}^0 &= \sigma_{\text{GO2}}^0 \\ &\times \left\{ 1 + \frac{1}{24Q_z^2} \left[ 6 \left( \frac{\text{msc}_{xy}}{\text{mss}_x \text{mss}_y} + \lambda_{22} Q_z^2 \right) H_2(X) H_2(Y) \right. \right. \\ &\quad + \left( \frac{\text{msc}_x}{\text{mss}_x^2} + \lambda_{40} Q_z^2 \right) H_4(X) \\ &\quad \left. \left. + \left( \frac{\text{msc}_y}{\text{mss}_y^2} + \lambda_{04} Q_z^2 \right) H_4(Y) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{6} [3\lambda_{21} H_2(X) H_1(Y) + 3\lambda_{12} H_1(X) H_2(Y) \right. \\ &\quad \left. + \lambda_{30} H_3(X) + \lambda_{03} H_3(Y)] \right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

A resembling formula was proposed in [16] based on a cumulant expansion of the structure function. This last result is, however, different inasmuch as fourth-order terms in the polynomial expansion stem uniquely from nonvanishing cumulants (that is the very non-Gaussian nature) of the slope distribution and not from the proper geometrical curvature of the surface. An interesting particular case is the isotropic surface for which we have

$$\begin{aligned} \text{mss}_x &= \text{mss}_y = \frac{1}{2} \text{mss} \\ \text{msc}_x &= \text{msc}_y = 3\text{msc}_{xy} = \frac{3}{8} \text{msc}_e \\ \lambda_{30} &= \lambda_{03} = \lambda_{12} = \lambda_{21} = 0 \\ \lambda_{40} &= \lambda_{04} = 3\lambda_{22} = \lambda_4. \end{aligned} \quad (38)$$

After some calculations, we find that the expression (37) can be simplified to

$$\sigma_{\text{GO4}}^0 = \sigma_{\text{GO2}}^0 \left[ 1 + \left( \frac{\text{msc}_e}{4Q_z^2 \text{mss}^2} + \frac{\lambda_4}{6} \right) \left( \frac{\tan^4 \theta}{\text{mss}^2} - 4 \frac{\tan^2 \theta}{\text{mss}} + 2 \right) \right]. \quad (39)$$

Hence, we recover the isotropic NRCS of the Gaussian case by augmenting the effective msc with the contribution of the excess kurtosis, which is with obvious notations

$$\text{msc}_{e|NG} = \text{msc}_{e|G} + \frac{2}{3} \lambda_4 \text{mss}^2 Q_z^2. \quad (40)$$

Note that the non-Gaussian effective msc is slightly dependent on the incidence angle through the corrective term. Fig. 6 shows the respective contributions of the Gaussian  $\text{msc}_e$  and its non-Gaussian correction with the value  $\lambda_4 = 0.4$  corresponding to the quasi-constant value found by Cox and Munk [29] in their famous experiment (we discard directionality with respect to wind vector). The kurtosis correction becomes important in the Ka band and can increase the effective msc by about 50%.

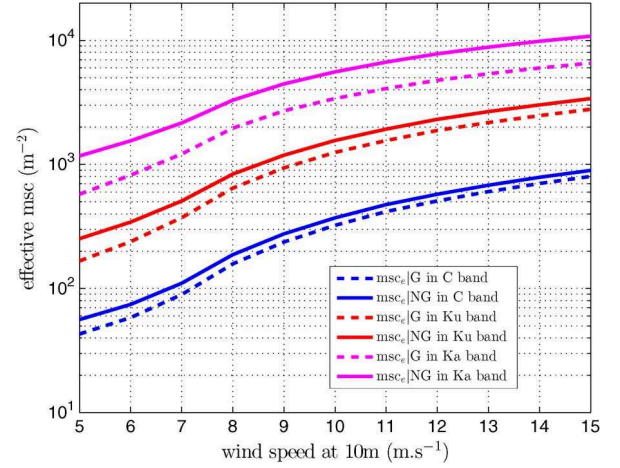


Fig. 6. Gaussian (G) and non-Gaussian (NG) msc for the omnidirectional Elfouhaily spectrum in different bands.

In the introduction of the kurtosis correction to the effective msc, it is important to keep in mind that the value 0.4 experimentally reported by Cox and Munk is not only due to the peakedness of the slope distribution (very small and very large slopes being more frequent than predicted by the Gaussian distribution) but also on the compound nature of sea slope statistics as was explained in [30]. Hence, fluctuations of statistics across the different sea patches result in an augmentation of the effective msc based on a statistically homogeneous model.

## VI. COMPARISON WITH OTHER APPROXIMATE MODELS

### A. Advanced Analytical Models

There has been a certain number of unified scattering models proposed in the last two decades (see, e.g., [2] for a review). We will briefly discuss here some of them in connection to the GO4 model. First, note that the GO4 model is a simplification of the PO model and, as such, is not sensitive to polarization. Hence, the GO4 model cannot perform better than advanced analytical models which have a polarization dependence, such as, for example, the small-slope approximation (SSA) [3], the local curvature approximation (LCA) [31], the weighted curvature approximation (WCA) [8], the resonant curvature approximation (RCA) [6], or the cutoff invariant two-scale model (GO-SSA) [7], to cite only a few. In the upper microwave bands starting from the C band, the sea surface has very large roughness, and the PO is the reference model at low angles. Hence, we expect the GO4 model to be accurate in the nadir region where polarization effects can be neglected, the range of incidence over which this is verified depending on sea state and frequency band (that is on the Rayleigh parameter  $\mathcal{R}$ ). The aforementioned advanced approximations are unified scattering models, which is, in principle, capable of handling all types of geometry and sea states. We will not describe them in detail and refer to the cited publications for their description. The main general underlying principle of such models is their compliancy with the fundamental asymptotic models in the appropriate limits, which is consistency with the small perturbation expansion for small roughness and with the PO for large Rayleigh parameter. This automatic adjustment to the relevant asymptotic



GO4 versus GO-SSA and WCA for an Elfouhaily isotropic spectrum, 10 m/s

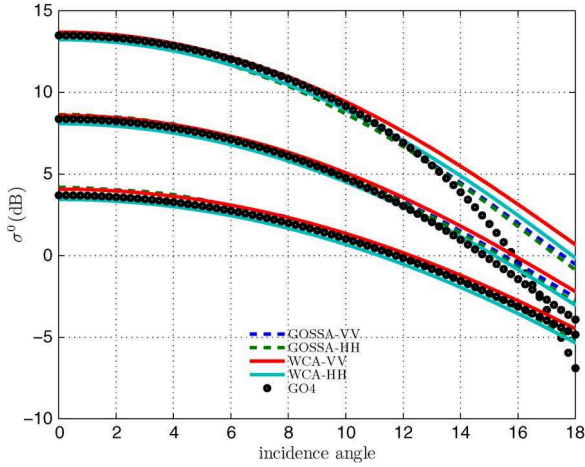


Fig. 7. Comparison of the GO4 model to the GO-SSA and WCA models for an isotropic Elfouhaily spectrum by 10-m/s wind speed in the C (upper curves), Ku (middle curves), and Ka (lower curves) bands. For better visibility, the Ku and Ka NRCSs have been offset by  $-3$  and  $-6$  dB, respectively.

model is reached through the introduction of either an extra nonlocal frequency kernel in the Kirchhoff integral (SSA, LCA, and RCA), a local slope-dependent kernel (WCA), or facet tilting (GO-SSA). These models have proven to be useful in the comparison with experimental data combining various angles of incidences and radar frequency (e.g., [14], [15], and [22]). As these models are essentially based on heuristic grounds and devised to be generalist, they might be slightly less accurate (by a fraction of decibels) at the very nadir than a mere PO model. Hence, when it comes to evaluating data in a restricted range of incidence about nadir, it is both simpler and safer to use a simple GO4 model.

Fig. 7 shows the comparison of the different models in different bands for an isotropic Elfouhaily spectrum. The different models stay within at most 0.5 dB from each other in the range of incidence where GO4 was found to reproduce accurately PO (at 10-m/s wind speed; this corresponds to the first  $10^\circ$  in the C band, the first  $12^\circ$  in the Ku band, and the first  $15^\circ$  in the Ka band).

### B. Non-Gaussian PO

It is well known (e.g., [20]) that non-Gaussian corrections of the surface statistics are important in interpreting the near-nadir NRCS. Non-Gaussian corrections enter in the PO model through the addition of higher order structure functions of the field of elevations. The dominant contribution for the omnidirectional NRCS is the so-called peakedness correction involving the fourth-order structure function, which is itself related to the excess kurtosis of surface slope  $\lambda_4$ . We refer to [20] for a detailed derivation of the non-Gaussian PO model. Fig. 8 shows the comparison between the non-Gaussian PO model (PO-NG) and the non-Gaussian (GO4-NG) in different bands for an isotropic Elfouhaily spectrum at 10 m/s and the same value  $\lambda_4 \simeq 0.4$ . A conclusion similar to the previous case holds, namely, that the different models agree as long as the Gaussian GO4 model is able to reproduce accurately the Gaussian PO.

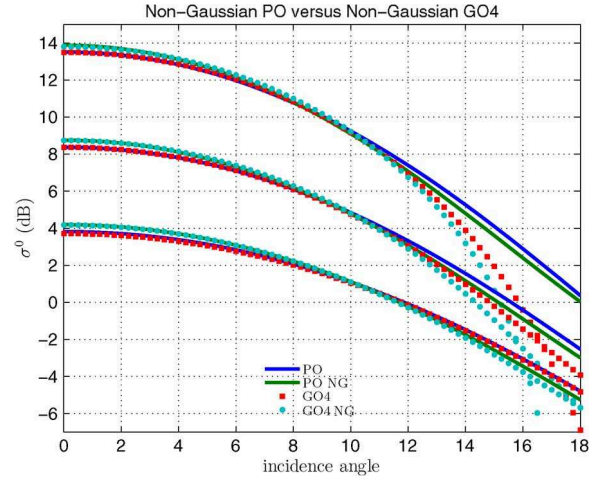


Fig. 8. Comparison of the non-Gaussian GO4 model with the non-Gaussian PO model of [20] for an isotropic Elfouhaily spectrum by 10-m/s wind speed in the C (upper curves), Ku (middle curves), and Ka (lower curves) bands. For better visibility, the Ku and Ka NRCSs have been offset by  $-3$  and  $-6$  dB, respectively.

## VII. ESTIMATION OF THE MSS AND MSC FROM EXPERIMENTAL DATA

### A. Estimation Procedure

The main advantage of the two-parameter GO4 model is the possibility to estimate directly the total mss, which is an intrinsic parameter of the sea surface, and not the “mss seen by the radar,” which depends on the EM wavelength. In addition, it provides an accurate parameterization of the backscattering cross section in a wide angular domain around nadir with the additional knowledge of the effective msc.

For this illustration of the GO4 concept, we will restrict the consideration to the omnidirectional NRCS, a more detailed study being left for further work. We recall that this quantity is obtained by averaging all possible azimuthal direction  $\varphi$  at the same incidence angle  $\theta$

$$\sigma_{\text{omni}}^0(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \sigma^0(\theta, \varphi). \quad (41)$$

The omnidirectional NRCS will be treated with the isotropic GO4 model, even though this introduce a small bias in the estimation of the mss and msc (see the discussion further).

Our analysis will be based on several near-nadir data sets from the literature. Since the different data sets are well documented, we will not enter in their description and simply refer to the main publications. We will use the Ka band airborne scanning radar altimeter (SRA) data of the Southern Ocean Waves Experiment (SOWEX) [32], [33], the Ku/C Jason-2 altimeter data, the data from the Ku band precipitation radar from the Tropical Rainfall Measuring Mission [34], [35], and the Ka band airborne scatterometer data described in [36].

The difficulty in evaluating the mss and msc parameters from spaceborne or airborne data is the uncertainty linked to the data calibration. However, whenever a certain range of incidence angle is available, the joint estimation of mss and msc can be performed on the basis of relative values (i.e., noncalibrated) of the NRCS. In that case, the parameter estimation is obtained

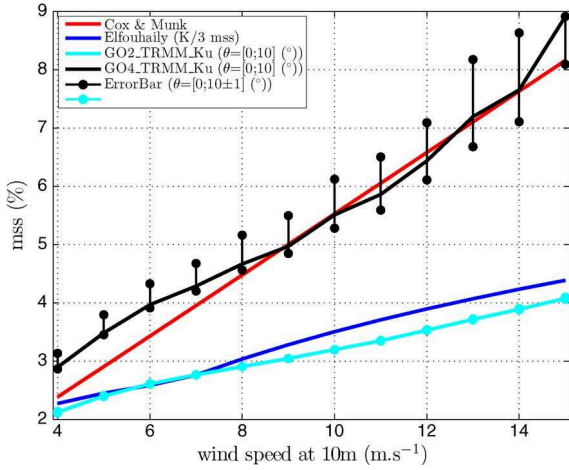


Fig. 9. Estimation of the mss with the GO2 and GO4 model for the TRMM Ku data. A comparison is given with the filtered mss for different spectra. The error bars indicate the sensibility to a small change in the chosen angular domain for the GO2 and GO4 minimization process (42).

upon minimization of the following cost function in a certain range of incidence:

$$\Phi = \sum_{\theta < \theta_{\max}} |\sigma_{\text{data}}^0(\theta) - \sigma_{\text{GO4}}^0(\text{mss}, \text{msc}, \theta)|^2 \quad (42)$$

where the NRCSs are taken in decibels and normalized by their value at nadir. This has been done for the SRA data in the Ka band and the TRMM data in the Ku band for which ranges of incidence of  $0^\circ - 25^\circ$  and  $0^\circ - 18^\circ$ , respectively, are available. It is important to note that the accuracy of the parameter estimation is slightly dependent on the chosen range of incidence. It should be chosen as large as possible in order to better separate the quartic behavior (GO4) from the quadratic behavior (GO2) with respect to the variable  $\tan \theta$  but, on the other hand, should respect the validity domain of the GO4 approximation. This sensibility of the estimated shape parameters to the incidence span has been known for a long time in the case of the estimation of the single radar mss from a GO2 model (this is discussed in detail in [37]). It requires some *a priori* knowledge of the incidence span over which the model is expected to hold. From the systematic analysis of Section III with synthetic data at various wind speeds (exemplified on Figs. 3–5), we have seen that this validity domain increases with both EM frequency and wind speed.

For altimeter data where only the nadir NRCS is available, we will rely on its absolute level. The effective msc is then evaluated from Cox and Munk mss [29], which we abbreviate to “CM-mss.” This has been done with Jason-2 data in the C and Ku bands as well as the Ka band airborne measurements from [36].

The values of msc inverted from experimental data have been systematically compared with those calculated from the spectral models presented in Section III, except for the Bringer spectral model. This last model cannot provide a fair evaluation as it has been constructed using partly the same data sets [22].

### B. TRMM

Fig. 9 shows the total mss inverted from the omnidirectional TRMM NRCS using either the simple GO2 model or the

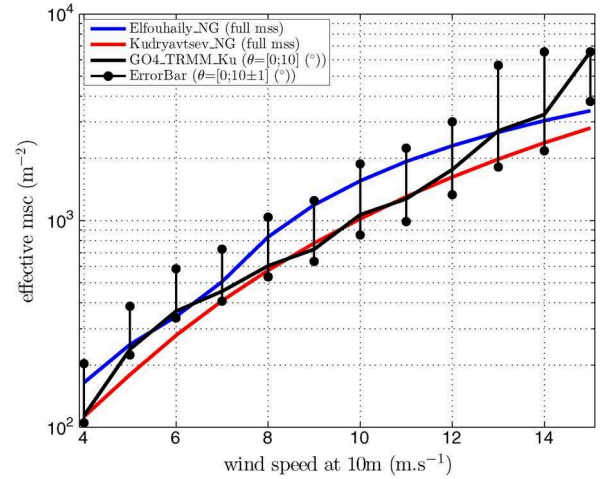


Fig. 10. Same as Fig. 9 for the msc.

joint inversion of mss and msc with the GO4 model. The first  $10^\circ$  of the diagram has been used for the fit as it is the assumed minimal domain of validity of the GO4 model in the Ku band. Error bars around the GO4 mss and msc show the effect of changing by  $\pm 1$  degree the interval of estimation. A comparison is given with the total CM-mss and the radar-filtered mss calculated with Elfouhaily spectral model using the usual frequency cutoff at  $K/3$ . As seen, the mss obtained from the mere GO2 model is close to the radar-filtered mss, while the mss estimated from GO4 is in excellent agreement with the total mss. The effective msc estimated with GO4 is shown in Fig. 10 and is found in excellent agreement with the effective msc derived from the analytical spectra. In the calculation of the effective msc, we have used formula (18) together with the non-Gaussian correction (40).

The knowledge of the total mss and effective msc makes it possible to obtain the absolute level of NRCS at nadir. From (20), we have

$$\sigma^0(0) = \frac{|R|^2}{\text{mss}} \left( 1 + \frac{\text{msc}_e}{8K^2 \text{mss}^2} \right). \quad (43)$$

Fig. 11 shows the recalibration of the relative TRMM data at nadir and a comparison with the absolute values. A discrepancy from 0.5 (small winds) to 1 dB (larger winds) is observed, suggesting that the absolute values of the TRMM data might be slightly underestimated. Once recalibrated, the TRMM data are in closer agreement with the Jason-2 Ku data but more than 2.5 dB higher than the Topex data which have been shown to be already offset by  $\sim 1.9$  dB with respect to the original calibration of TRMM [38].

### C. SRA

The sea state conditions encountered during the SOWEX experiment (Southern Ocean Waves Experiment) were found close to infinite fetch [32], [33], which makes the comparison with other satellite data and CM-mss meaningful. The relative values (i.e., normalized by their maximum) of the omnidirectional NRCS recorded by the SRA were fitted in the form [33]

$$\ln(\sigma_{\text{rel}}^0(\theta)) = -AS^2 + BS^4 \quad (44)$$

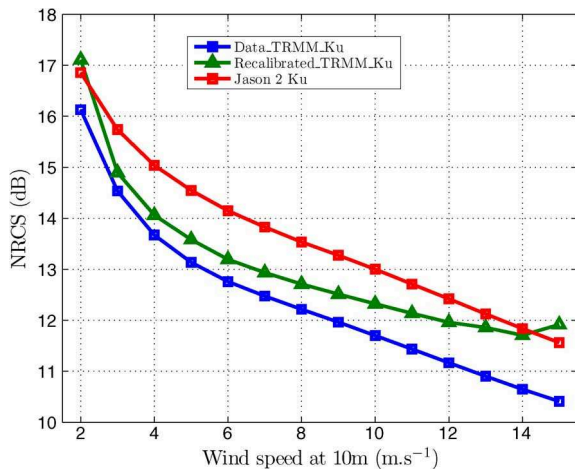


Fig. 11. Recalibration of TRMM relative data and comparison with the absolute values.

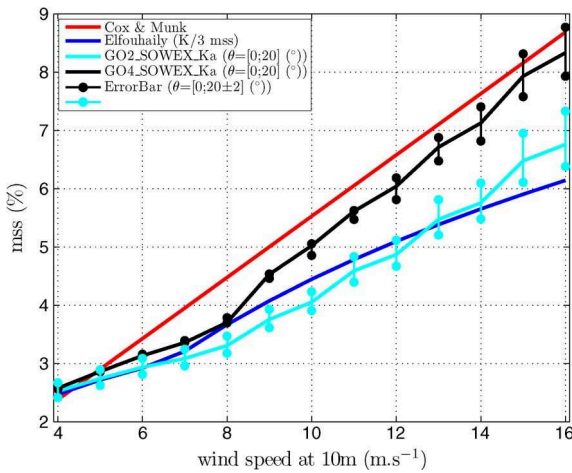


Fig. 12. mss versus wind speed from SOWEX Ka data. The error bars indicate the sensibility to a small change in the chosen angular domain for the GO2 and GO4 minimization process (42).

with  $S = \tan \theta$  and  $B = 0.567A^{1.332}$ . The value of  $A$  is not given in the publication but has been provided by one of the authors (B. Chapron). The wind speed dependence between 3 and 16 m/s is as follows:  $A(3) = 2.36$ ,  $A(4) = 46.73$ ,  $A(5) = 42.55$ ,  $A(6) = 39.37$ ,  $A(7) = 37.18$ ,  $A(8) = 34.36$ ,  $A(9) = 29.67$ ,  $A(10) = 27.17$ ,  $A(11) = 25.00$ ,  $A(12) = 23.30$ ,  $A(13) = 21.80$ ,  $A(14) = 20.48$ ,  $A(15) = 19.31$ , and  $A(16) = 18.27$ . Fig. 12 shows the estimation of the mss after the isotropic GO2 and GO4 models, respectively. For this estimation, the first  $20^\circ$  of the diagram has been used, and error bars around the GO4 mss show the effect of changing by  $\pm 2^\circ$  the maximum incidence angle.

As expected, the estimated mss with GO4 is consistent with CM-mss, while the mss parameter inferred from GO2 is consistent with a radar mss in the Ka band (calculated here with the help of the Elfouhaily spectral model). Note, however, that the GO4 mss is found to be 10%–20% smaller than CM-mss at moderate wind speeds. Possible explanations for this reduced slope can be hypothesized. A first artifact is the discarding of directional effects when estimating the total mss with an isotropic model. Denoting  $\beta = mss_y / mss_x$  the ratio of upwind

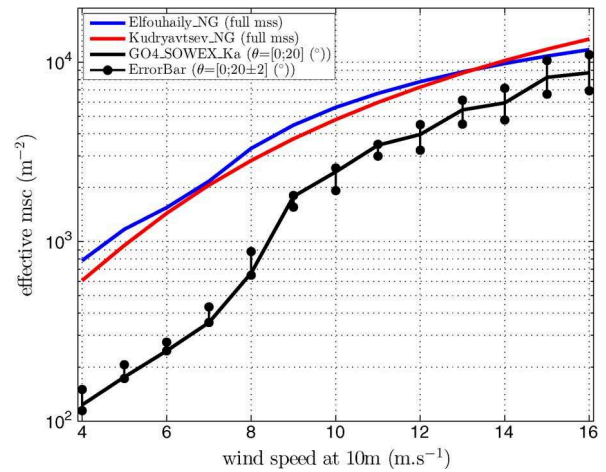


Fig. 13.  $msc_e$  versus wind speed from SOWEX Ka data.

to crosswind mss, it was shown in [30] that the mss estimated from the shape parameter of the GO2 model is, in fact, lowered by a factor  $4\beta/(1+\beta)^2$  with respect to the actual mss. For anisotropic wind-wave sea states such as those encountered in Cox and Munk experiment ( $\beta \simeq 0.65$ ), the reduction factor is negligible (0.95). However, for more pronounced anisotropy due to young sea states or the presence of a swell aligned with wind, a stronger discrepancy can be achieved. Another source of difference with CM-mss is the presence of swell which is believed to decrease the spectral density in the short-wave portion of intermediate-scale waves [25], [39]. This is consistent with the low mss observed at intermediate wind speeds (6–10 m/s) for which run days a strong swell was reported [32].

Fig. 13 shows the estimation of the non-Gaussian effective msc from the GO4 model using the first  $20^\circ$  of the diagram and a comparison with the value predicted by the different spectra under a peakedness correction of  $\lambda_4 = 0.4$ . Again, error bars around the GO4  $msc_e$  show the effect of changing by  $\pm 2^\circ$  the maximum incidence angle in the fitting process. The fluctuations with respect to the chosen angular interval are much smaller than those obtained with the TRMM due to a higher available angular sampling of the SOWEX data. A good agreement is reached at moderate and large wind speeds, while the estimated effective msc is significantly lower than its predicted values at a small wind speed. Again, we hypothesize that this discrepancy is due, at least partially, to the influence of swell on the short-wave spectrum.

#### D. Jason-2

We now consider the absolute nadir NRCS of Jason-2 in the C and Ku bands. Fig. 14 shows the mss inverted from GO2 at nadir in the Ku and C bands and a comparison with the optical mss from Cox and Munk and the radar mss according to Elfouhaily spectral model. As expected, the GO2-inverted mss is consistent with a filtered mss and much smaller than the total mss: it is found equal to about 50%–60% of the optical mss in the Ku band (consistently with the findings of [40]) and 35%–45% in the C band. The effective msc has been evaluated using the GO4 model, assuming that the mss is given by Cox and Munk measurements. Fig. 15 shows the evolution



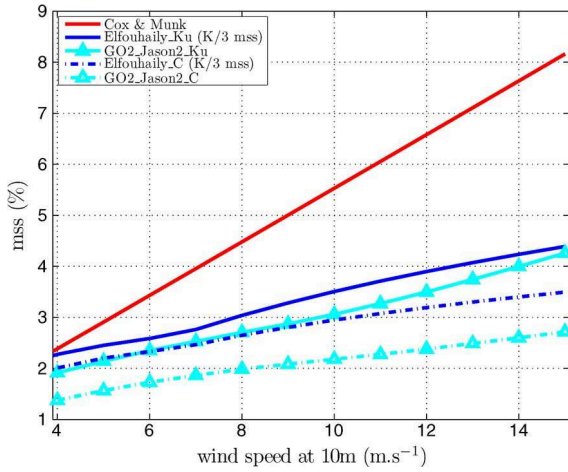
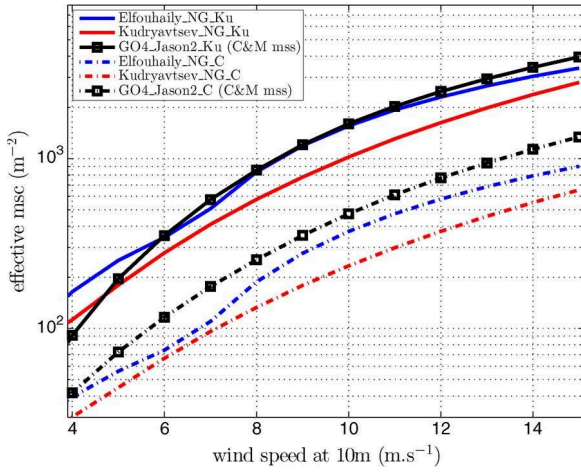


Fig. 14. mss versus wind speed from Jason-2 C and Ku data.

Fig. 15.  $m_{sc,e}$  versus wind speed from Jason-2 C and Ku data.

of the non-Gaussian effective msc with wind speed for the C and Ku bands of Jason-2 data. The effective msc is in good agreement with the theoretical predictions according to the different spectral models. The Ku effective msc is comparable to what was found with the TRMM data (Fig. 10) based on the incidence dependence of relative NRCS.

At this point, it is important to evaluate the accuracy of the effective msc when estimated from an assumed value of mss and absolute NRCS. Assuming a small variation  $\Delta mss$  about a reference value of mss, we have, by differentiation of (43), a variation

$$\Delta msc = 24K^2 mss^2 \frac{\sigma^0}{|R|^2} \Delta mss - 16K^2 mss \Delta mss. \quad (45)$$

Since  $(\sigma^0/|R|^2) \simeq 1/mss$ , this leads to

$$\frac{\Delta msc}{mss} \simeq \chi \frac{\Delta mss}{mss} \quad (46)$$

where the coefficient

$$\chi = \frac{8K^2 mss^2}{mss} \quad (47)$$

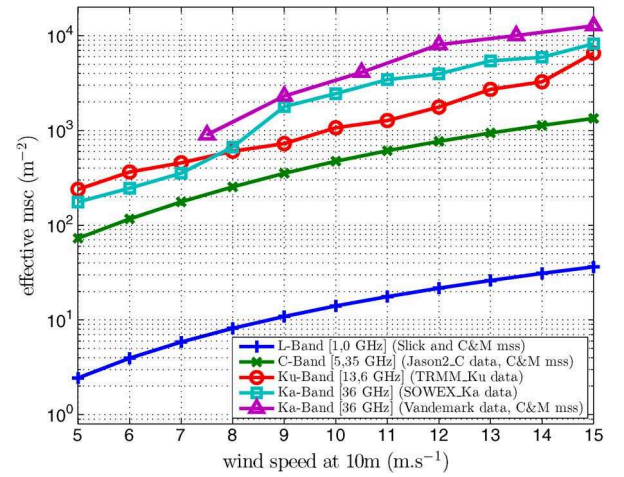


Fig. 16. Effective msc versus wind speed for the different frequency bands.

indicates the sensibility of the relative error in msc with respect to a relative error in mss. At 10 m/s, we have, for instance,  $\chi \simeq 2$  in the Ku band and  $\chi \simeq 5$  in the Ka band. The estimation of the effective msc can thus be considered robust to small relative errors in slope.

#### E. Synthesis of All Data Sets

There are no available near-nadir L band data to test the GO4 model. However, an approximate derivation of the L band msc can be inferred from Cox and Munk sea surface slope measurements. In their experiment, these authors also measured the “slick” mss corresponding to the case of oil slickened surface. It is estimated that the viscous effect of surfactant damps the short-scale component smaller than about 30–40 cm at the sea surface. Hence, the slick mss can be seen as a radar-filtered mss at a cutoff corresponding to the L band wavenumber. Assuming the GO2 model with filtered mss to be close to the actual NRCS at nadir, we have the following relationship with the effective L band msc which can thus be inverted:

$$\frac{|R|^2}{mss_{\text{slick}}} = \frac{|R|^2}{mss_{\text{clean}}} \left( 1 + \frac{mss_e}{8K^2 mss_{\text{clean}}^2} \right). \quad (48)$$

The L band effective msc can be extracted easily from this relation.

The airborne experiment described in [36] provides additional nadir Ka band measurements of the NRCS in ocean conditions. We have used the absolute values of the NRCS reported in this paper, assuming that the total mss is consistent with Cox and Munk observations to obtain the Ka band effective msc. The estimation was not conclusive at small wind speeds where negative values of the msc occurred. This might be due either to a discrepancy with CM conditions or to a bias in the absolute NRCS.

Figs. 16 and 17 summarize our findings on the basis of available experimental data sets. They show, respectively, the evolution of the effective msc as a function of wind speed for the different radar bands and a function of the frequency band at different wind speeds. The effective msc is augmented by several orders of magnitudes from L to Ka band and by one order

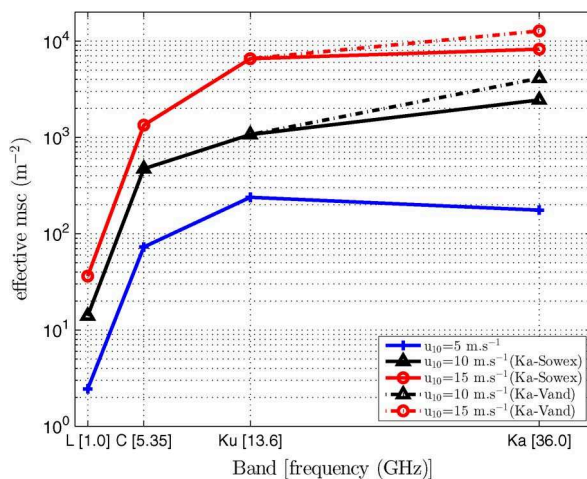


Fig. 17. Effective msc versus radar frequency at different wind speeds.

of magnitude from small to large wind speeds. The crossover observed between the Ku and Ka bands at small wind speed is probably due to the peculiar sea state of the SOWEX experiment and the corresponding low msc as discussed previously.

### VIII. CONCLUSION

The GO4 is a simple scattering model with a reduced number of parameters (two in the isotropic case and five in the directional case), which enjoys the same accuracy as the PO model in a wide range of incidence away from nadir depending on the frequency band and wind speed ( $\sim 15^\circ$  in the Ka band,  $\sim 12^\circ$  in the Ku band, and  $\sim 10^\circ$  in the C band). It avoids the heuristic choice of a “radar mss” or filtered mss used in the classical GO2 model, which is replaced by the total mss and a diffraction correction quantified by an effective msc depending on the EM frequency. While the total msc is an ill-defined quantity as it is dramatically sensitive to scales much smaller than the radar wavelength and questions the microscopic nature of the sea surface, the effective msc involves only scales comparable to the radar wavelength and quantifies the diffraction process at the given wavelength. On the contrary, the total mss is a well-defined quantity as the decrease of the surface spectrum ensures convergence of its second moment. We have provided a way to calculate the effective msc from the knowledge of the surface spectrum and given estimations based on some classical spectral models as well as experimental data. Besides an accurate and simple parameterization of the scattering cross section at moderate incidence, the GO4 is found useful in estimating the total mss (and not the radar mss) as well as recalibrating relative data. Another interesting feature of the GO4 approach is the capability to absorb non-Gaussian effects (due to the peakedness of wave slopes and compound wave statistics) in the same analytical framework at the simple cost of an augmented msc. At this stage, the estimation process has been limited to omnidirectional quantities, the full study of the directional case being left for further work.

### REFERENCES

[1] G. R. Valenzuela, “Theories for the interaction of electromagnetic and oceanic waves—A review,” *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 13, no. 1, pp. 61–85, Jan. 1978.

[2] T. Elfouhaily and C. A. Guérin, “A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces,” *Waves Random Complex Media*, vol. 14, no. 4, pp. R1–R40, Oct. 2004.

[3] A. Voronovich, “Small-slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces,” *Waves Random Complex Media*, vol. 4, no. 3, pp. 337–367, Jul. 1994.

[4] A. G. Voronovich, *Wave Scattering From Rough Surfaces*, ser. Springer Series on Wave Phenomena. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1994.

[5] A. G. Voronovich and V. U. Zavorotny, “Theoretical model for scattering of radar signals in Ku- and C-bands from a rough sea surface with breaking waves,” *Waves Random Media*, vol. 11, no. 3, pp. 247–269, Jul. 2001.

[6] A. A. Mouche, B. Chapron, and N. Reul, “A simplified asymptotic theory for ocean surface electromagnetic wave scattering,” *Waves Random Complex Media*, vol. 17, no. 3, pp. 321–341, Jun. 2007.

[7] G. Soriano and C. A. Guérin, “A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surfaces,” *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, vol. 5, no. 2, pp. 199–203, Apr. 2008.

[8] C. A. Guérin, G. Soriano, and B. Chapron, “The weighted curvature approximation in scattering from sea surfaces,” *Waves Random Complex Media*, vol. 20, no. 3, pp. 364–384, Aug. 2010.

[9] P. J. Lynch, “Curvature corrections to rough-surface scattering at high frequencies,” *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 47, no. 3B, pp. 804–815, Mar. 1970.

[10] E. Rodríguez, “Beyond the Kirchhoff approximation,” *Radio Sci.*, vol. 24, no. 5, pp. 681–693, Sep./Oct. 1989.

[11] E. Rodríguez, “Beyond the Kirchhoff approximation II electromagnetic scattering,” *Radio Sci.*, vol. 26, no. 1, pp. 121–132, Jan./Feb. 1991.

[12] D. R. Thompson, T. M. Elfouhaily, and J. L. Garrison, “An improved geometrical optics model for bistatic GPS scattering from the ocean surface,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 43, no. 12, pp. 2810–2821, Dec. 2005.

[13] D. Hauser, G. Caudal, S. Guimbard, and A. A. Mouche, “A study of the slope probability density function of the ocean waves from radar observations,” *J. Geophys. Res., Oceans*, vol. 113, no. C2, Feb. 2008, Art. ID. C02009.

[14] A. A. Mouche, B. Chapron, N. Reul, D. Hauser, and Y. Quilfen, “Importance of the sea surface curvature to interpret the normalized radar cross section,” *J. Geophys. Res.*, vol. 112, no. C10, Oct. 2007, Art. ID. C10002.

[15] N. Majurec, J. T. Johnson, S. Tanelli, and S. L. Durden, “Comparison of model predictions with measurements of Ku- and Ka-band near-nadir normalized radar cross sections of the sea surface from the Genesis and Rapid Intensification Processes experiment,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 52, no. 9, pp. 5320–5332, Sep. 2014.

[16] S. T. McDaniel, “Microwave backscatter from non-Gaussian seas,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 41, no. 1, pp. 52–58, Jan. 2003.

[17] I. M. Fuks, “Backscattering from a statistically rough 2-D surface: Diffraction corrections to geometrical optics cross sections,” *Radio Sci.*, vol. 42, no. 6, Dec. 2007, Art. ID. RS6S25.

[18] I. Fuks, “Diffraction corrections to go backscattering from a perfectly conducting 3-D rough surface,” *Radio Sci.*, vol. 43, no. 3, Jun. 2008, Art. ID. RS3003.

[19] S. Guimbard, “Interprétation et modélisation de mesures à distance de la surface marine dans le domaine micro-onde,” Ph.D. dissertation, Lab. d’Oceanographie Spatiale, Ifremer, Versailles-St Quentin en Yvelines Univ., Versailles, France, 2010.

[20] A. Bringer, C.-A. Guérin, B. Chapron, and A. Mouche, “Peakedness effects in near-nadir radar observations of the sea surface,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 50, no. 9, pp. 3293–3301, Sep. 2012.

[21] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandemark, “A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves,” *J. Geophys. Res.*, vol. 102, no. C7, pp. 15 781–15 796, Jul. 1997.

[22] A. Bringer, B. Chapron, A. Mouche, and C.-A. Guérin, “Revisiting the short-wave spectrum of the sea surface in the light of the weighted curvature approximation,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 52, no. 1, pp. 679–689, Jan. 2014.

[23] V. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron, “A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface 1. Background model,” *J. Geophys. Res.*, vol. 108, no. C3, pp. FET 2-1–FET 2-24, Mar. 2003.

[24] V. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal, and B. Chapron, “A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface: 2. Radar modulation transfer function,” *J. Geophys. Res.*, vol. 108, no. C3, pp. FET 3-1–FET 3-16, Mar. 2003.

- [25] P. A. Hwang, "Observations of swell influence on ocean surface roughness," *J. Geophys. Res., Oceans*, vol. 113, no. C12, Dec. 2008, Art. ID. C12024.
- [26] M. V. Yurovskaya, V. A. Dulov, B. Chapron, and V. N. Kudryavtsev, "Directional short wind wave spectra derived from the sea surface photography," *J. Geophys. Res., Oceans*, vol. 118, no. 9, pp. 4380–4394, Sep. 2013.
- [27] G. S. Brown, "Backscattering from a Gaussian-distributed perfectly conducting rough surface," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-26, no. 3, pp. 472–482, May 1978.
- [28] F. Nouguier, "Diffraction électromagnétique par la surface océanique: Influence des nonlinéarités et de l'écume," Ph.D. dissertation, Inst. Fresnel, Aix-Marseille Univ., Aix-en-Provence, France, 2009.
- [29] C. Cox and W. Munk, "Statistics from the sea surface derived from the Sun glitter," *J. Marine Res.*, vol. 13, pp. 198–227, 1954.
- [30] B. Chapron, V. Kerbaol, D. Vandemark, and T. Elfouhaily, "Importance of peakedness in sea surface slope measurements and applications," *J. Geophys. Res.*, vol. 105, no. C7, pp. 17 195–17 202, Jul. 2000.
- [31] T. Elfouhaily, S. Guignard, R. Awadallah, and D. R. Thompson, "Local and non-local curvature approximation: A new asymptotic theory for wave scattering," *Waves Random Media*, vol. 13, no. 4, pp. 321–337, Oct. 2003.
- [32] M. L. Banner *et al.*, "The Southern Ocean Waves Experiment—Part I: Overview and mean results," *J. Phys. Oceanogr.*, vol. 29, no. 9, pp. 2130–2145, Sep. 1999.
- [33] E. J. Walsh *et al.*, "The Southern Ocean Waves Experiment—Part III: Sea surface slope statistics and near-nadir remote sensing," *J. Phys. Oceanogr.*, vol. 38, no. 3, pp. 670–684, Mar. 2008.
- [34] C. Kummerow, W. Barnes, T. Kozu, J. Shiue, and J. Simpson, "The Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) sensor package," *J. Atmos. Ocean. Technol.*, vol. 15, no. 3, pp. 809–817, Jun. 1998.
- [35] N. Tran, B. Chapron, and D. Vandemark, "Effect of long waves on Ku-band ocean radar backscatter at low incidence angles using TRMM and altimeter data," *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, vol. 4, no. 4, pp. 542–546, Oct. 2007.
- [36] D. Vandemark, B. Chapron, J. Sun, G. H. Crescenti, and H. C. Graber, "Ocean wave slope observations using radar backscatter and laser altimeters," *J. Phys. Oceanogr.*, vol. 34, no. 12, pp. 2825–2842, Dec. 2004.
- [37] E. J. Walsh, D. C. Vandemark, C. A. Friehe, S. P. Burns, and D. Khelif, "Measuring sea surface mean square slope with a 36 GHz scanning radar altimeter," *J. Geophys. Res.*, vol. 183, no. C6, pp. 12 613–12 602, 1998.
- [38] M. H. Freilich and B. A. Vanhoff, "The relationship between winds, surface roughness, and radar backscatter at low incidence angles from TRMM precipitation radar measurements," *J. Atmos. Ocean. Technol.*, vol. 20, no. 4, pp. 549–562, Apr. 2003.
- [39] P. A. Hwang and W. J. Plant, "An analysis of the effects of swell and surface roughness spectra on microwave backscatter from the ocean," *J. Geophys. Res., Oceans*, vol. 115, no. C4, Apr. 2010, Art. ID. C04014.
- [40] F. C. Jackson, W. T. Walton, D. E. Hines, B. A. Walter, and C. Y. Peng, "Sea surface mean square slope from Ku-band backscatter data," *J. Geophys. Res.*, vol. 97, no. C7, pp. 11 411–11 427, Jul. 1992.



**Frédéric Nouguier** received the Agrégation and M.S. degrees in applied physics from the Ecole Normale Supérieure de Cachan, Cachan, France, in 2005 and 2006, respectively, the M.S. degree in physical methods for remote sensing from the University of Paris-Diderot, Paris, France, in 2006, and the Ph.D. degree in physics from the University of Marseille, Marseille, France, in 2009.

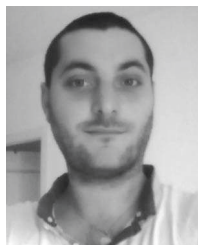
From 2009 to 2010, he was a Postdoctoral Fellow with the French Research Institute for Exploitation of the Sea (IFREMER), Brest, France. In 2011, he was working on synergical studies of optical and SAR sensor products in mesoscale and submesoscale ocean dynamics interpretation at Ifremer, Brest, as a European Space Agency Postdoctoral Fellow. He is currently an Associate Professor with the Mediterranean Institute of Oceanography, Toulon, France.



**Bertrand Chapron** was born in Paris, France, in 1962. He received the B.Eng. degree from the Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, in 1984 and the Doctorat National (Ph.D.) degree in fluid mechanics from the University of Aix-Marseille II, Marseille, France, in 1988.

He spent three years at the NASA/GSFC/Wallops Flight Facility, Wallops Island, VA, USA. He has experience in applied mathematics, physical oceanography, electromagnetic waves theory, and its application to ocean remote sensing. He is currently responsible for the Oceanography from Space Laboratory, IFREMER, Plouzané, France.

He is currently a Professor and a Researcher with the University of Toulon, Toulon, France, with the Mediterranean Institute of Oceanography. He is specialized in ocean remote sensing.



**Olivier Boisot** was born in Toulon, France, in 1987. He received the M.S. degree in physics and engineering sciences from the Université de Toulon, La Garde, France, in 2012. He has been working toward the Ph.D. degree at the Mediterranean Institute of Oceanography, Université de Toulon, Centre National d'Études Spatiales, Toulouse, France, and Collecte Localisation Satellite, Toulouse, since 2012.

He is working on electromagnetic scattering modelization from rough surfaces and its applications to the Surface Water and Ocean Topography mission.



**Charles-Antoine Guérin** received the B.Eng. degree from the Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse, France, in 1994 and the Ph.D. degree in Theoretical Physics from the University of Aix-Marseille, Marseille, France, in 1998.

He is currently a Professor and a Researcher with the University of Toulon, Toulon, France, with the Mediterranean Institute of Oceanography. He is specialized in ocean remote sensing.



# Table des figures

1	Illustration de la fauchée sol de SWOT. . . . .	vi
1.1	Principe de l'altimétrie conventionnelle. . . . .	2
1.2	Formation de l'écho altimétrique dû à l'interaction entre l'onde électromagnétique et la surface d'eau. . . . .	3
1.3	Formation de l'écho altimétrique dû à l'interaction entre l'onde électromagnétique et la surface d'eau. . . . .	4
1.4	Caractéristiques d'un radar à ouverture réelle. . . . .	5
1.5	Représentation de la taille d'un pixel distance. . . . .	6
1.6	Principe de la synthèse d'ouverture. . . . .	7
1.7	Géométrie de la synthèse SAR. . . . .	8
1.8	Géométrie de l'interférométrie radar. . . . .	10
1.9	Géométrie de la synthèse SAR avec une surface en mouvement. . . . .	13
1.10	Image d'une cible mobile avec processus de synthèse SAR d'une cible fixe. . . . .	15
2.1	Représentation de la vitesse de phase des vagues en fonction du nombre d'onde $k$ dans le cas des vagues de gravité (bleu), des vagues de capillarité (vert) et des vagues de capillarité-gravité (rouge). . . . .	20
2.2	Description de la surface d'eau dans le repère cartésien. . . . .	20
2.3	Spectres de puissance de l'élévation (à gauche) et de courbures (à droite) omnidirectionnels d'Elfouhaily et al. [1997] pour différentes vitesses de vent à 10 m. . . . .	24
2.4	Spectres de puissance de l'élévation (à gauche) et de courbures (à droite) omnidirectionnels de Kudryavtsev et al. [1999] pour différentes vitesses de vent à 10 m. . . . .	25
2.5	Spectres de puissance de l'élévation (à gauche) et de courbures (à droite) omnidirectionnels de Bringer et al. [2014] pour différentes vitesses de vent à 10 m. . . . .	26
2.6	Géométrie du problème de diffraction monostatique. . . . .	27
2.7	Comparaison de la SERN en bande Ka en fonction de l'incidence $\theta$ calculée avec les modèles PO (traits continus) et GO (traits pointillés) directionnels dans les directions upwind (bleu) et crosswind (rouge) pour un vent à 10m de $6\text{m.s}^{-1}$ (à gauche) et de $15\text{m.s}^{-1}$ (à droite) avec un spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. . . . .	32
3.1	Évolution du paramètre de coupure haute fréquence $\alpha$ en fonction de la vitesse du vent et de la fréquence électromagnétique pour trois différents modèles de spectres omnidirectionnels : Elfouhaily et al. [1997] (bleu), Kudryavtsev et al. [1999] (rouge) et Bringer et al. [2014] (magenta). Les différentes fréquences électromagnétiques représentées sont : la bande C (courbes hautes), la bande Ku (courbes du milieu) et la bande Ka (courbes du bas). . . . .	39
3.2	Évolution du paramètre de courbure effective isotrope $\text{msc}_e$ pour les mêmes conditions que la figure 3.1, à la différence que la bande C est représentée par les courbes du bas et la bande Ka par les courbes du haut. . . . .	39

3.3	Comparaison de la SERN isotrope en bande C calculée avec les modèles PO (bleu), GO2 avec mss totale (vert), GO2 avec mss filtrée à $K_0/3$ (rouge) et GO4 (cyan) pour différentes incidences $\theta$ et pour un vent à 10 m de $6 \text{ m.s}^{-1}$ (à gauche) et de $15 \text{ m.s}^{-1}$ (à droite). . . . .	40
3.4	Idem figure 3.3 mais en bande Ku. . . . .	40
3.5	Idem figure 3.3 mais en bande Ka. . . . .	41
3.6	Évolution du paramètre de courbure effective anisotrope $m_{sc_a}$ (à gauche) et du rapport $m_{sc_a}/m_{sc_e}$ (à droite) en fonction du vent à 10 m pour les 3 bandes de fréquences C (bleu), Ku (vert) et Ka (rouge), calculé avec le spectre omnidirectionnel d'Elfouhaily et al. [1997]. . . . .	44
3.7	Comparaison de la SERN directionnelle en bande C calculée avec le modèle PO (traits épais continus) et le modèle GO4 (traits épais pointillés) pour un spectre d'Elfouhaily et al. [1997] et un vent à 10 m de $10 \text{ m.s}^{-1}$ . À gauche, diagramme en incidence pour les azimuts $\phi=0^\circ$ (direction upwind), $\phi = 45^\circ$ et $\phi = 90^\circ$ (direction crosswind). Le modèle GO2 avec mss totale est ajouté en traits fins pour comparaison. À droite, diagramme azimutal pour différents angles d'incidences. . . . .	45
3.8	Idem figure 3.7 mais en bande Ku. . . . .	45
3.9	Idem figure 3.7 mais en bande Ka. . . . .	46
3.10	Comparaison de la courbure effective isotrope gaussienne ( $m_{sc_{elG}}$ ) et non-gaussienne ( $m_{sc_{elNG}}$ ) en fonction du vent, calculée avec un spectre omnidirectionnel d'Elfouhaily et al. [1997] pour différentes bandes de fréquences. . . . .	48
3.11	Estimation de la mss (à gauche) et de la msc effective (à droite) avec les modèles GO2 et GO4 sur les données TRMM en bande Ku. Une comparaison est donnée avec la mss filtrée à $K_0/3$ avec le spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. La barre d'erreur indique la sensibilité à l'angle $\theta_{max}$ de minimisation de la fonction coût (3.55) pour l'estimation des différents paramètres. . . . .	50
3.12	Recalibration des données TRMM Ku relatives et comparaison avec les valeurs absolues. . . . .	51
3.13	Estimation de la mss (à gauche) et de la msc effective (à droite) avec les modèles GO2 et GO4 sur les données SOWEX en bande Ka. Une comparaison est donnée avec la mss filtrée à $K_0/3$ calculée avec le spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. La barre d'erreur indique la sensibilité à l'angle $\theta_{max}$ de minimisation de la fonction coût (3.55) pour l'estimation des différents paramètres. . . . .	52
3.14	Estimation de la mss (à gauche) et de la msc effective (à droite) avec les modèles GO2 et GO4 sur les données Jason2 en bande C et Ku et avec la CM-mss. Une comparaison est donnée avec la mss filtrée à $K_0/3$ avec le spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. . . . .	53
3.15	Évolution de la msc effective en fonction du vent à 10 m pour les différentes bandes de fréquences. . . . .	54
3.16	Évolution de la msc effective en fonction de la bande de fréquence pour différentes valeurs de vent à 10 m ( $u_{10}$ ). . . . .	54
3.17	Comparaison des modèles de rétrodiffusion omnidirectionnel PO (traits épais), GO4 (traits épais pointillés) et GO2 avec mss coupée à $K_0/3$ (traits fins) en bande Ka en fonction de l'incidence $\theta$ pour un vent à 10 m $u_{10} = 5 \text{ m.s}^{-1}$ en fonction de la taille de la facette considérée : $\infty$ , $5\text{mx}5\text{m}$ et $1\text{mx}1\text{m}$ . Le calcul est toujours fait à partir d'un spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. . . . .	56
3.18	Idem figure 3.17 mais pour un vent à 10 m $u_{10} = 10 \text{ m.s}^{-1}$ . . . . .	56
3.19	Idem figure 3.17 mais pour un vent à 10 m $u_{10} = 15 \text{ m.s}^{-1}$ . . . . .	57
3.20	Représentation du repère cartésien et des différents paramètres pour le calcul de la modulation dans le cas du modèle de l'Optique Géométrique. . . . .	61
4.1	Représentation du spectre de fréquence mesuré normalisé pour un vent de $1,85 \text{ m.s}^{-1}$ en fonction de la fréquence. La fréquence de pic vaut : $f_p = 4,9375 \text{ Hz}$ . . . . .	90



5.1	Comparaison des fonctions d'autocorrélations spatio-temporelles calculées avec le modèle PO (5.4) (à droite) et le modèle GO (5.10) (à gauche) pour un spectre d'Elfouhaily et al. [1997], un vent à 10 m de $5 \text{ m.s}^{-1}$ , un azimuth de tir $\phi = 0^\circ$ en fonction de l'incidence de tir $\theta$ et du temps $t$ .	95
5.2	Comparaison du temps de corrélation du signal rétrodiffusé $\tau_c$ calculé avec le modèle PO (traits continus) et avec le modèle GO exact (5.12) (traits pointillés) au Nadir pour les seuils de décorrélation de $1/e$ et $0,5$ .	97
5.3	Comparaison du temps de corrélation du signal rétrodiffusé $\tau_c$ calculé avec le modèle GO exact (5.12) et le modèle GO avec $H_s$ (5.19). À gauche, $\tau_c$ est calculé au Nadir en fonction du $H_s$ avec le modèle GO exact (trait rouge continu) et le modèle GO avec $H_s$ (trait bleu continu). À droite, $\tau_c$ est calculé en fonction de l'incidence $\theta$ pour des vents à 10 m de $3, 6, 10$ et $15 \text{ m.s}^{-1}$ avec le modèle GO exact (trait continu) et le modèle GO avec $H_s$ (trait pointillé).	97
5.4	Représentation de la distribution du Doppler des vagues (à gauche) pour différentes incidences de tir $\theta$ et évolution de la valeur moyenne Doppler et de la largeur à mi-hauteur de la distribution en fonction de l'incidence de tir $\theta$ (à droite). Les tracés ont été fait pour un vent à 10 m, $u_{10} = 6 \text{ m.s}^{-1}$ , un azimuth de tir, $\phi = 0^\circ$ et une direction du vent, $\phi_v = 0^\circ$ .	105
5.5	Représentation de la distribution du Doppler des vagues (à gauche) pour différents azimuths de tir $\phi$ et évolution de la valeur moyenne Doppler et de la largeur à mi-hauteur de la distribution en fonction de l'azimut de tir $\phi$ (à droite). Les tracés ont été fait pour un vent à 10 m, $u_{10} = 6 \text{ m.s}^{-1}$ , une incidence de tir, $\theta = 2,6^\circ$ et une direction du vent, $\phi_v = 0^\circ$ .	106
5.6	Représentation de la distribution du Doppler des vagues (à gauche) pour différentes vitesses de vent à 10 m $u_{10}$ et évolution de la valeur moyenne Doppler et de la largeur à mi-hauteur de la distribution en fonction de la vitesse du vent à 10 m $u_{10}$ (à droite). Les tracés ont été fait pour une incidence de tir, $\theta = 2,6^\circ$ , un azimuth de tir $\phi = 0^\circ$ et une direction du vent, $\phi_v = 0^\circ$ .	107
5.7	Exemples de distribution de phase azimuth calculées à partir de l'expression (5.70) dans la configuration de SWOT. En rouge, le cas où la surface observée est immobile ( $f_D = 0$ ), en noir, le cas où un vent à 10 m de $6 \text{ m.s}^{-1}$ souffle ( $f_D = 28,4 \text{ Hz}$ ). La courbe noire est une translation dans le plan (temps, phase) de la courbe rouge.	109
5.8	Représentation des conditions d'applicabilités de la synthèse SAR non focalisée sur le nombre d'impulsions successives brutes $N_p$ maximales du mode LR de SWOT estimées avec un spectre d'Elfouhaily et al. [1997]. À gauche, le calcul est fait avec la formule exacte du temps de corrélation (5.12) et à droite avec la formule approchée avec le $H_s$ (5.19).	110
5.9	Résolution azimuth $r_{az}$ optimale du processus de synthèse SAR non focalisée du mode LR de SWOT en fonction du vent à 10 m.	111
5.10	Comparaison entre la fonction $\text{sgn}[\cos(\phi_k - \phi)]$ et son développement en série de fourier pour un nombre $p$ d'harmoniques et un azimuth $\phi = 0^\circ$ .	113
5.11	Tracé de l'EQM (à gauche) et de l'EQM relative (à droite) pour un vent à 10m : $u_{10} = 6 \text{ m.s}^{-1}$ , un azimuth : $\phi = 0^\circ$ et une direction du vent : $\phi_v = 30^\circ$ .	114
6.1	Représentation de la fréquence Doppler des vagues $f_c$ modulée par les pentes pour un spectre d'Elfouhaily et al. [1997], un vent à 10 m de $6 \text{ m.s}^{-1}$ , un angle d'incidence $\theta$ de $2,6^\circ$ , en bande Ka et une de facette de $1\text{m} \times 1\text{m}$ .	117
6.2	Pareil que la figure 6.1 sauf que l'on représent ici la largeur à mi-hauteur $\Delta f$ de la fréquence Doppler des vagues $f_c$ modulée par les pentes.	118
6.3	Représentation de la distribution du décalage Doppler des vagues modulée par les pentes pour un vent à 10 m de $6 \text{ m.s}^{-1}$ , un angle d'incidence $\theta$ de $2,6^\circ$ , en bande Ka pour différentes tailles de facette.	118

6.4 Illustration des deux méthodes d'estimation du décalage Doppler induit par les vagues dans la simulation deux échelles. À gauche la méthode "pixel par pixel", à droite la méthode "moyenne". . . . . 119

# Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques de l'instrument KaRIn sur SWOT (Fjortoft et al. [2014]). . . . .	12
3.1	Valeurs du paramètre A (3.59) du fit des données omnidirectionnelles relatives SRA en fonction de l'incidence $\theta$ . . . . .	51
5.1	Valeurs des variances $\sigma_{\eta'}^2$ calculées avec un spectre d'Elfouhaily et al. [1997] pour différentes valeurs de vent à 10 m. . . . .	94
5.2	Nombres d'impulsions successives brutes $N_p$ optimales en fonction du vent à 10 m permettant de respecter les conditions d'applications de la synthèse SAR non focalisée pour le mode LR de SWOT. . . . .	110

**Olivier BOISOT**

Laboratoire MIO - Université de Toulon

## **Étude de la rétrodiffusion des surfaces d'eau en bande Ka à faible incidence**

### **Résumé**

L'évolution des techniques altimétriques de la bande Ku Nadir vers la bande Ka et l'interférométrie large fauchée proche Nadir dans le contexte de la mission SWOT (« Surface Water Ocean Topography », CNES/NASA) soulève de nouvelles questions scientifiques quant à la validité des modèles de rétrodiffusion des surfaces d'eau dans cette bande de fréquence et les erreurs sur les estimations de hauteurs d'eau dues aux mouvements de ces surfaces au cours du temps.

Un modèle de rétrodiffusion (GO4) adapté à la configuration SWOT est présenté. Il conserve la précision du modèle de référence de l'Optique Physique tout en gardant la simplicité du modèle plus couramment employé de l'Optique Géométrique. En plus du paramètre classique de pente, il introduit un paramètre supplémentaire, dit de « courbure effective » (msc). Le modèle permet l'inversion des paramètres de pente et de courbure de la surface sous certaines conditions développées dans ce manuscrit. La validité des modèles conjoints de rétrodiffusion en bande Ka et de surface d'eau a été vérifiée sur des mesures radar effectuées en soufflerie dans un environnement contrôlé.

Dans une dernière partie, les propriétés temporelles du signal rétrodiffusé ont été étudiées, en particulier le temps de corrélation et le décalage Doppler induit par le mouvement des vagues. Nous étudions l'influence de ces quantités sur les performances de la synthèse SAR non focalisée du système SWOT.

**Mots-clés :** Modélisation, diffusion par les surfaces d'eau, Nadir, faibles incidences, micro-ondes, bande Ka, temps de corrélation, Doppler des vagues, interférométrie SAR, SWOT.

## **Study of the backscattering from water surfaces in Ka-Band at low incidence**

### **Abstract**

The evolution of the altimetric techniques from Ku-band to Ka-band and the wide swath altimetry in the context of the SWOT mission (« Surface Water Ocean Topography », CNES/NASA) raises new scientific questions about the validity of the backscattering models from water surfaces in such a frequency band and errors in estimating water heights from time-evolving water surfaces.

A backscattering model (GO4) adapted to the SWOT configuration is introduced. It preserves the accuracy of the referential Physical Optics model while maintaining the simplicity of the classical Optical Geometrics model. In addition to the classical slope parameter, it introduces another parameter called as « effective curvature » (msc). This model allows the inversion of the surface slope and curvature parameters under certain conditions which are developed in this manuscript. The joint validity of the backscattering models in Ka-band and from water surfaces is checked from controlled wind-wave tank radar measurements.

In a last part, the temporal properties of the backscattered signal is studied, in particular the correlation time and the Doppler shift induced by waves motion. Influence of the latters on the non focused SAR synthesis is studied in the context of the SWOT system.

**Keywords :** Modelling, scattering from water surfaces, Nadir, low incidences, microwaves, Ka-band, correlation time, waves Doppler, SAR interferometry, SWOT.